

**DEFORMACIONA ANALIZA MOSTA MIŠTICA METODOM KARLSRUHE
DEFORMATION ANALYSIS OF THE MIŠTICA BRIDGE BY THE KARLSRUHE
METHOD**Nikola Đurić, *Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad***Oblast – GEODEZIJA I GEOMATIKA**

Kratak sadržaj – U radu su opisani gredni sistemi mostova, predstavljena je svrha geodetske mreže objekta i oblik geodetske mreže mosta i opisan je postupak deformativne analize Karlsruhe metodom. U eksperimentalnom delu rada, na osnovu dve epohe merenja u okviru 2D geodetske mreže, izvršena je deformativna analiza mosta Mištica Karlsruhe metodom.

Ključne reči: Mostovi, Deformativna merenja i analiza, Karlsruhe metoda

Abstract – This paper describes the girder systems of bridges, presents the purpose of the geodetic network of the object and the shape of the geodetic network of the bridge and describes the procedure for deformation analysis using the Karlsruhe method. In the experimental part of the paper, based on two measurement epochs within the 2D geodetic network, a deformation analysis of the Mištica bridge was performed using the Karlsruhe method.

Keywords: Bridges, Deformation measurements and analysis, Karlsruhe method

1. UVOD

Inženjerska geodezija je posebna oblast u geodeziji, gde se na najrazličitijim i najkompleksnijim inženjerskim objektima primenjuju različita znanja, veštine, metode i oprema iz oblasti geodezije. Jedan od zadataka inženjerske geodezije je i osmatranje objekata u toku izgradnje i eksploatacije u cilju otkrivanja mogućih deformacija objekata.

Pod deformativnom se podrazumeva promena dimenzije, oblika (distorzijska deformativna), zapremine (volumetrijska deformativna) ili položaja objekta. Deformacije nastaju usled delovanja različitih unutrašnjih i spoljašnjih sila, kao što su promena nivoa podzemnih voda, tektonski i seizmološki uticaji, klizišta i slično. Posledice delovanja ovih sila na objekat odnose se na ugibe, nagibe, torzije i iskrivljenost, a moguća su i oštećenja u obliku pukotina i defekata [1].

Predmet ovog rada je deformativna analiza mosta Mištica metodom Karlsruhe, na osnovu dve epohe merenja, u okviru 2D geodetske mreže.

NAPOMENA:

Ovaj rad proistekao je iz master rada čiji mentor je bio dr Zoran Sušić, vanr. prof.

2. MOSTOVI

Mostovi su građevinske strukture koje uglavnom spajaju dve obale, premošćavaju prirodne i veštačke prepreke i služe za prelaz ljudi i vozila. Prvi mostovi su bili jednostavne konstrukcije i građeni su od materijala koje je čovek nalazio u prirodi, kao što su kamen i drvo, a kako se razvijala tehnologija i industrija, za izgradnju mostova korišćeni su beton, čelik i drugi savremeni materijali. Danas je u svetu u funkciji više od dva miliona mostova od kojih je preko 80% izgrađenih od betona.

2.1. Gredni sistemi mostova

Gredni sistem je jedan od pet osnovnih sistema mostova. Gredni sistemi su doživeli najveću primenu razvojem prednapregnutog betona i montažne gradnje [2]. Gredni sistemi mostova se najčešće primenjuju za manje i srednje raspane. Prednosti ovakvog sistema se ogledaju prvenstveno u jednostavnosti gradnje i u raznovrsnim mogućnostima funkcionalnog prilagođavanja. Praktično, ovakvi sistemi predstavljaju optimalno, a u pojedinim slučajevima i nezamenljivo rešenje kod veoma dugačkih mostova, zatim mostova u krivini, kao i na mestima saobraćajnih petlji kod kojih dolazi do ukrštanja putnih pravaca u više nivoa [3].

3. GEODETSKA MREŽA OBJEKTA

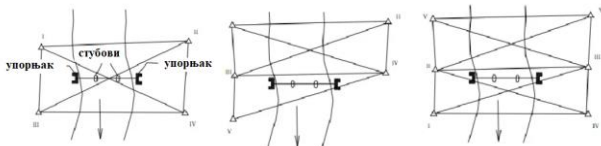
Geodetska mreža je neophodna osnova u mnogim geodetskim zadacima. Geodetska mreža se definiše kao geometrijska konfiguracija, odnosno razmeštaj, tri ili više tačaka na zemljinoj površi, koje su povezane geodetskim merenjima [4].

Prema teritoriji koju pokrivaju, geodetske mreže se dele na državne i lokalne. Upravo lokalne geodetske mreže, odnosno geodetske mreže objekta čine prostornu osnovu za izradu geodetskih podloga i izvođenje geodetskih radova u inženjerskoj geodeziji. Ukoliko u zoni izvođenja radova ne postoji geodetska osnova odgovarajuće geometrije i tačnosti, neophodno je uspostaviti potpuno novu, u cilju izrade projektne dokumentacije i izgradnje objekta, kao i njegovog praćenja u toku eksploatacije [5].

3.1. Geodetska mreža mosta

Geodetske mreže za potrebe izgradnje mostova uglavnom stoje samostalno i prilagođavaju se obliku i vrsti objekta na kojem će se sprovoditi opažanja, a sama geometrija mreže mora zadovoljiti prihvaćene zahteve tačnosti. Raspored tačaka unutar mreže zavisi od veličine i prostiranja objekta, konfiguracije terena, kao i metode merenja. Geodetska mreža za potrebe izgradnje mosta

najčešće ima oblik četvorougla, četvorougla i trougla ili dva četvorougla (slika 1) [6].



Slika 1. Oblik geodetske mreže za izgradnju mosta [6]

4. DEFORMACIONA MERENJA I ANALIZA

Zadatak deformacione analize u oblasti geodezije odnosi se na istraživanje pomeranja površinskog omotača Zemljine kore i svih izgrađenih veštačkih struktura od značaja u vremenu i prostoru [7].

Modeli kongruencije ili podudarnosti deo su tradicionalnog geodetskog pristupa u analizi deformacija koji se bazira na strogo geometrijskoj komparaciji objekata u prostoru, koji je interpretiran sa „dovoljnim“ brojem tačaka, u dve nezavisne epohe merenja, pri čemu se vreme i ulazne sile ne uzimaju eksplicitno. Do danas je razvijen veliki broj metoda i sve te metode daju relativna pomeranja tačaka objekta. U grupu ovih metoda spada i Karlsruhe metoda [7].

4.1. Karlsruhe metoda

Metoda Karlsruhe se bazira na nezavisnom izravanju nulte i kontrolne epohe i njihovom zajedničkom izravanju. U prvoj fazi se vrši izravanje merenih veličina u svakoj epohi, po metodi posrednog izravanja. Iz svakog pojedinačnog izravanja određuje se kvadratna forma Ω_i , a zajednička kvadratna forma Ω_0 za sve epohe dobija se sabiranjem kvadratnih formi iz izravanja pojedinih epoha [8].

U okviru druge faze vrši se zajedničko izravanje merenih veličina nulte i kontrolne epohe merenja. Iz zajedničkog izravanja određuje se kvadratna forma Ω_z , koja sadrži informacije o greškama merenja i pomeranju nestabilnih tačaka. Od kvadratne forme zajedničkog izravanja Ω_z treba oduzeti kvadratnu formu Ω_0 koja sadrži informacije samo o greškama merenja i dobija se nova kvadratna forma Ω_h koja sadrži samo informacije o pomeranjima nestabilnih tačaka [9].

Test statistika glasi:

$$F = \frac{\Omega_h/f}{\Omega_0/b} = \frac{(v_z^T P_l v_z - v^T P_l v) b}{v^T P_l v} f \quad (1)$$

gde je: $f = (k - 1)np_0 - d$, k – broj epoha, n – dimenzija geodetske mreže, p_0 – broj uslovno stabilnih tačaka i d – defekt ranga matrice A [9].

Ako je $F \leq F_{1-\alpha, f, b}$ prihvata se nulta hipoteza, odnosno sve tačke iz skupa uslovno stabilnih tačaka su zaista stabilne tačke, u suprotnom se prihvata alternativna hipoteza [8].

4.1.1. Utvrđivanje nestabilnih tačaka u skupu uslovno stabilnih tačaka

Ako je $F > F_{1-\alpha, f, b}$ onda u skupu uslovno stabilnih tačaka ima nestabilnih tačaka, te je potrebno utvrditi koje su to tačke. U tom cilju ponavljaju se zajednička izravanja iz kojih se sukcesivno izostavlja po jedna uslovno stabilna tačka. Izravanje iz kojeg se dobija

minimalna vrednost kvadratne forme $\Omega_{z, min}$ ukazuje da tačku koja je izostavljena pri tom izravanju treba smatrati nestabilnom tačkom. Ona se definitivno izostavlja iz skupa uslovno stabilnih tačaka, a ceo postupak se ponavlja bez nje. Postupak se ponavlja iterativno sve dok ne bude zadovoljen uslov $F \leq F_{1-\alpha, f, b}$. Tačke koje posle ispunjenja navedenog uslova ostanu u skupu uslovno stabilnih tačaka, proglašavaju se stabilnim tačkama [10].

4.1.2. Lokalizacija deformacija

Lokalizacija deformacija obavlja se za svaku tačku. U nultoj hipotezi pretpostavlja se da tačka T_j nije pomerena, dok se u alternativnoj hipotezi pretpostavlja da je tačka T_j pomerena.

Test statistika glasi:

$$F_j = \frac{\theta_j^2}{\hat{\sigma}_0^2} = \frac{\hat{a}_j^T Q_{\hat{a}_j}^{-1} \hat{a}_j}{m \cdot \hat{\sigma}_0^2} \sim F_{m, f} \quad (2)$$

Ako je $F \leq F_{1-\alpha, m, f}$ prihvata se nulta hipoteza, odnosno tačka je stabilna, u suprotnom se prihvata alternativna hipoteza [9].

5. DEFORMACIONA ANALIZA MOSTA MIŠTICA METODOM KARLSRUE

Most Mištica se nalazi na autoputu Podgorica-Mataševo, deonica Smokovac-Uvač, na lokalitetu Mištica. Most premošćuje dolinu, dužine oko 250 m i maksimalne dubine oko 23 m, u kojoj nema vodenih tokova. U zoni mosta, trasa prelazi preko lokalnog puta širine oko 2.5 m. Ukupna dužina objekta u levoj traci iznosi 172 m, a u desnoj 224 m. Konstrukcija je pretežno u prelaznoj krivini radijusa $R = 752$ m u levoj traci, odnosno $R = 745$ m u desnoj traci [11].

5.1. Deformacioni model

Deformacioni model mosta sastoji se od referentnog dela, koji je uslovno stabilan i koji je većim delom postavljen van zone uticaja objekta i tačaka na mostu koje su predmet geodetskog osmatranja. Referentni deo geodetske mreže čini 7 tačaka koje su stabilizovane betonskim stubovima za prisilno centrisanje. Ukupan broj tačaka za geodetsko osmatranje mosta Mištica iznosi 74 (30 tačaka u levoj i 44 tačke u desnoj traci). Tačke na mostu su stabilizovane u zidove stubova i raspone konstrukcije sa vertikalnim adapterom od mesinga za montiranje prizmi i mernih markica [11].

5.2. Realizacija merenja na terenu

Za potrebe realizacije merenja u mreži i ka tačkama na objektu, korišćen je instrument koji ima sledeće performanse u pogledu merne nesigurnosti: standardno odstupanje merenja dužina 2+1 ppm [mm] i standardno odstupanje uglovnih merenja 1”.

U nultoj epohi mereno je 178 pravaca i 178 dužina, dok je u prvoj epohi mereno 180 pravaca i 180 dužina [11].

5.3. Obrada podataka i pregled rezultata

Obrada podataka je vršena u JAG3D softveru koji je namenjen za izravanje i deformacionu analizu geodetskih mreža. Softver omogućava rad sa različitim

merenjima, kao što su nivelmanska merenja, pravci, dužine, zenitni uglovi, kao i GNSS vektori.

Sam postupak obrade podataka sastoji se iz sledeća tri koraka:

- posredno izravnaje referentnog dela mreže u nultoj i prvoj epohi i sprovođenje postupka unimodalne transformacije u cilju provere stabilnosti tačaka referentnog dela mreže,
- posredno izravnaje mreže u nultoj i prvoj epohi (tačke referentnog dela mreže i tačke na objektu)
- deformaciona analiza.

5.3.1. Posredno izravnaje referentnog dela mreže u nultoj i prvoj epohi i sprovođenje postupka unimodalne transformacije

U prvom koraku se vrši posredno izravnaje referentnog dela mreže. Broj tačaka je 7 u obe epohe, kao i broj stanica. U nultoj epohi je mereno 28 pravaca i dužina, dok je u prvoj epohi mereno 30 pravaca i dužina. Broj nepoznatih u obe epohe je 21, defekt mreže u obe epohe iznosi 3, a broj stepeni slobode je 38 u nultoj, odnosno 42 u drugoj epohi. U nultoj epohi nije bilo grubih grešaka, dok je u prvoj epohi kao gruba greška identifikovan jedan pravac.

S obzirom na obimnost podataka u narednim tabelama su prikazane statističke vrednosti najvažnijih parametara izravnaja.

U tabeli 1 prikazane su minimalne, maksimalne i srednje vrednosti standardnog odstupanja koordinata tačaka referentnog dela mreže za obe epohe.

Tabela 1. Vrednosti standardnog odstupanja koordinata tačaka za obe epohe - referentni deo mreže

Epoha	$\sigma_y [mm]$			$\sigma_x [mm]$		
	min.	maks.	sred.	min.	maks.	sred.
0	0,2	0,4	0,33	0,2	0,4	0,31
1	0,3	0,6	0,46	0,3	0,6	0,43

U tabeli 2 prikazane su minimalne, maksimalne i srednje vrednosti parametara standardnih elipsi grešaka za obe epohe.

Tabela 2. Vrednosti parametara standardnih elipsi grešaka za obe epohe - referentni deo mreže

Epoha	A [mm]			B [mm]		
	min.	maks.	sred.	min.	maks.	sred.
0	2,9	5,1	3,69	2,1	3	2,57
1	2,8	5	3,50	2	2,9	2,51

U tabeli 3 prikazane su minimalne, maksimalne i srednje vrednosti koeficijenata unutrašnje pouzdanosti za pravce i dužine u obe epohe.

Tabela 3. Vrednosti koeficijenata unutrašnje pouzdanosti za pravce i dužine - referentni deo mreže

Epoha	Pravci			Dužine		
	min.	maks.	sred.	min.	maks.	sred.
0	0,72	0,92	0,87	0,39	0,77	0,70
1	0,72	0,92	0,88	0,61	0,78	0,72

Izravnate koordinate tačaka referentnog dela mreže u nultoj i prvoj epohi koriste se kao ulazni podaci u postupku unimodalne transformacije, čiji je cilj lokalizacija nestabilnih tačaka između dve epohe u skupu tačaka referentnog dela mreže. Analizom podataka došlo se do zaključka da su sve tačke referentnog dela mreže bile stabilne između nulte i prve epohe.

5.3.2. Posredno izravnaje mreže u nultoj i prvoj epohi

Sledeći korak obuhvata posredno izravnaje mreže (tačke referentnog dela sa tačkama na objektu) u obe epohe. Broj tačaka je 81, dok je broj stanica 7. U nultoj epohi je mereno 178 pravaca i dužina, dok je u prvoj epohi mereno 180 pravaca i dužina. Broj nepoznatih u obe epohe je 169, defekt mreže u obe epohe iznosi 3, a broj stepeni slobode je 190 u nultoj, odnosno 194 u prvoj epohi. U nultoj epohi je bilo 8 grubih grešaka u merenim pravcima i 4 grube greške u merenim dužinama. U okviru prve epohe je bilo 7 grubih grešaka u merenim pravcima i 4 grube greške u merenim dužinama.

S obzirom na obimnost podataka u narednim tabelama su prikazane statističke vrednosti najvažnijih parametara izravnaja.

U tabeli 4 prikazane su minimalne, maksimalne i srednje vrednosti standardnog odstupanja koordinata tačaka za obe epohe.

Tabela 4. Vrednosti standardnog odstupanja koordinata tačaka za obe epohe

Epoha	$\sigma_y [mm]$			$\sigma_x [mm]$		
	min.	maks.	sred.	min.	maks.	sred.
0	0,3	1,8	1,11	0,2	2,1	1,11
1	0,3	1,9	1,24	0,3	2,4	1,25

U tabeli 5 prikazane su minimalne, maksimalne i srednje vrednosti parametara standardnih elipsi grešaka za obe epohe.

Tabela 5. Vrednosti parametara standardnih elipsi grešaka za obe epohe

Epoha	A [mm]			B [mm]		
	min.	maks.	sred.	min.	maks.	sred.
0	1,9	14,6	8,14	1,5	7,4	5,24
1	1,8	14,6	8,04	1,4	7,4	5,23

U tabeli 6 prikazane su minimalne, maksimalne i srednje vrednosti koeficijenata unutrašnje pouzdanosti za pravce i dužine za obe epohe.

Tabela 6. Vrednosti koeficijenata unutrašnje pouzdanosti za pravce i dužine za obe epohe

Epoha	Pravci			Dužine		
	min.	maks.	sred.	min.	maks.	sred.
0	0	0,97	0,64	0	0,91	0,43
1	0,06	0,97	0,65	0	0,91	0,43

5.3.3. Deformaciona analiza

Nakon što su utvrđene stabilne tačke referentnog dela mreže i eliminisane sve grube greške u merenjima, potrebno je sprovesti postupak deformacione analize, koji

je u softveru *JAG3D* baziran na Karlsrue metodi, opisanoj u poglavlju 4.1. Sam postupak obrade je veoma jednostavan. Potrebno je učitati približne koordinate tačaka referentnog dela mreže i tačaka na objektu, kao i merenja u nultoj i prvoj epohi iz kojih su eliminisana merenja opterećena grubim greškama.

U tabeli 7 su prikazana pomeranja, standardna odstupanja i parametri relativnih elipsi grešaka za identifikovane nestabilne tačke.

Tabela 7. Vrednosti pomeranja, standardnih odstupanja i parametara relativnih elipsi grešaka za identifikovane nestabilne tačke

Tačka	Pomeranje [mm]		Stand. odst. [mm]		Poluose rel. elipsi [mm]	
	Y	X	σ_y	σ_x	A	B
LS12	-6,6	7,4	2,3	2,1	15,8	8,9
LS22	-17,2	10,9	1,6	1,5	9,7	8,5
RS33	6,9	29,6	1,6	1,7	9,8	9,2

S obzirom na obimnost podataka u narednim tabelama su prikazane statističke vrednosti najvažnijih parametara deformacione analize.

U tabeli 8 je prikazan opseg pomeranja tačaka na objektu duž Y i X ose, kao i prosečna apsolutna vrednost pomeranja tačaka na objektu.

Tabela 8. Opseg i srednja apsolutna vrednost pomeranja tačaka na objektu

Osa	Pomeranje [mm]		
	-	+	sredina
Y	17,2	6,9	1,3
X	5,1	29,6	1,3

U tabeli 9 prikazane su minimalne, maksimalne i srednje vrednosti standardnog odstupanja koordinata tačaka na objektu između dve epohe.

Tabela 9. Vrednosti standardnog odstupanja koordinata tačaka između dve epohe

Standardna odstupanja [mm]					
σ_y			σ_x		
min.	maks.	sred.	min.	maks.	sred.
1,0	2,4	1,7	1,2	3,1	1,7

U tabeli 10 prikazane su minimalne, maksimalne i srednje vrednosti parametara relativnih elipsi grešaka tačaka na objektu između dve epohe.

Tabela 10. Vrednosti parametara relativnih elipsi grešaka tačaka na objektu između dve epohe

A [mm]			B [mm]		
min.	maks.	sred.	min.	maks.	sred.
7,6	20,5	12,0	4,6	10,1	7,7

6. ZAKLJUČAK

Predmet ovog rada odnosio se na deformacionu analizu mosta Mištica metodom Karlsrue. Nakon izvršene obrade

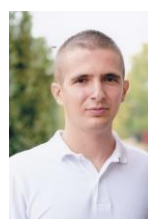
podataka, može se zaključiti da dobijeni rezultati pokazuju stabilnost većine tačaka na objektu. Sem tri tačke koje su ocenjene kao nestabilne, 71 tačka na mostu je ocenjena kao stabilna, što znači da su sračunata pomeranja između dve epohe rezultat stohastičkih varijacija merenja, a ne stvarnog pomeranja.

S obzirom na značaj mostova kao objekata saobraćajne infrastrukture geodetsko osmatranje mosta Mištica neophodno je sprovoditi, ne samo u toku izgradnje objekta, već i za vreme eksploatacije objekta. U narednoj epohi osmatranja potrebno je obratiti pažnju na stabilnost tačaka LS12, LS22 i RS33 koje su u prvoj epohi identifikovane kao nestabilne.

7. LITERATURA

- [1] Ninkov, T. i sar.: Tradicionalni i savremeni pristup geodetskog osmatranja inženjerskih objekata, Žabljak: 6. Internacionalni naučno-stručni skup "Građevinarstvo – nauka i praksa", 2016.
- [2] Javno preduzeće "Putevi Srbije": Priručnik za projektovanje puteva u Republici Srbiji, 2012.
- [3] Rašeta, A.: Analiza i procena seizmičkih performansi grednih armiranobetonskih mostova (doktorska disertacija), Novi Sad: Fakultet tehničkih nauka, 2014.
- [4] Ninkov, T.: Projektovanje geodetskih radova u inženjerskoj geodeziji (skripta), Novi Sad: Fakultet tehničkih nauka, 2012.
- [5] Kuburić, M., Lero, M.: Koncept geodetskih radova pri projektovanju, izgradnji i upotrebi građevinskih objekata, Zbornik radova građevinskog fakulteta, Subotica, 2011.
- [6] Brozović, Kujundžić: Geodetski radovi pri izgradnji mostova, Zagreb: Sveučilište u Zagrebu
- [7] Sušić, Z.: Geodinamička analiza pomeranja Zemljine kore regionalnog karaktera (doktorska disertacija), Novi Sad: Fakultet tehničkih nauka, 2014.
- [8] Marković, M.: Metoda određivanja deformacija građevinskih struktura primenom fiber optičkih senzora (doktorska disertacija), Novi Sad: Fakultet tehničkih nauka, 2018.
- [9] Mihailović, K., Aleksić, I.: Deformaciona analiza geodetskih mreža, Beograd: Građevinski fakultet, 1994.
- [10] Sušić, Z. i sar.: *Identification of movements using different geodetic methods of deformation analysis*, *Geodetski vestnik*, 2015.
- [11] Izveštaj o geodetskom osmatranju tla i objekata u toku građenja i eksploatacije mosta Mištica, *CRBC, Montenegro branch*, 2021.

Kratka biografija:



Nikola Đurić rođen je u Novom Sadu 1999. god. Diplomski rad na Fakultetu tehničkih nauka iz oblasti Geodezije i geomatike odbranio je 2021.god.
kontakt: nkljdjuric91@gmail.com