

**DEFORMACIONA MERENJA I ANALIZA OBJEKATA SAOBRAĆAJNE  
INFRASTRUKTURE****DEFORMATION MEASUREMENT AND ANALYSIS OF THE TRAFFIC  
INFRASTRUCTURE OBJECTS**

Vasilije Obradović, *Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad*

**Oblast – GEODEZIJA I GEOMATIKA**

**Kratak sadržaj** – U radu je prezentiran postupak realizacije projekta geodetskog osmatranja nadvožnjaka na stacionaži km 39+802,41 autoputa E763 Beograd-Južni Jadran. U teorijskom delu rada prikazana su osnovna svojstva mostova, opisani su i svi geodetski radovi koje je potrebno sprovesti u postupku izgradnje saobraćajne infrastrukture, radovi na uspostavljanju mreže posebne namene, kao i postupak deformacione analize Pelzerovom metodom (Hanoverski postupak). Eksperimentalni deo rada predstavlja primenu teorijskog dela rada na praktičnom primeru, tj. predstavlja realizaciju preciznih geodetskih merenja, njihovu obradu, analizu i prezentaciju dobijenih rezultata.

**Ključne reči:** Mostovi, Deformaciona merenja i analiza, Pelzerov metod

**Abstract** – This paper deals with the geodetic survey of the overpass located at km 39 + 802.41 of the E763 highway, Belgrade-South Adriatic area. The theoretical part of the paper shows the basic properties of the bridges, describes all the geodetic work that needs to be carried out throughout the process of construction of the traffic infrastructure, establishment of the special purpose network, as well as the deformation analysis procedure using the Pelzer method. The experimental part of the paper represents the application of the theoretical part of the work on a practical example, ie. represents the realization of precise geodetic measurements and their processing, as well as the analysis of the obtained results.

**Keywords:** Bridges, Deformation measurements and analysis, Pelzer Method

**1. UVOD**

Svi inženjerski objekti opterećeni su uticajem sopstvene težine. Sleganje koje može nastati u mnogome zavisi od geoloških karakteristika tla na kom se objekat gradi i od samih konstruktivnih karakteristika objekta koji se gradi. Prema tome, pre same izgradnje objekta vrše se ispitivanja tla na osnovu kojih se utvrđuje način fundiranja objekta i vrši proračun očekivanog sleganja objekta tokom izgradnje. Otkrivanje većih pomaka/pomeranja od predviđenih inicira izradu projekta sanacije objekta i njegovu realizaciju kako bi se objekat mogao bezbedno koristiti, u suprotnom objekat će biti nebezbedan za korišćenje i može doći čak i do njegovog rušenja.

**NAPOMENA:**

Ovaj rad proistekao je iz master rada čiji mentor je bio Prof. dr Zoran Sušić, dipl. inž. geod.

**2. MOSTOVI**

Mostovi su objekti koji se grade na putevima i železničkim prugama i služe za savladavanje vodenih i drugih prepreka. Most je sastavni deo saobraćajnice koji utiče na povoljnost rešenja cele deonice u ekonomskom smislu. Most mora da ispuni zadatak bezbednog i udobnog prevođenja saobraćaja preko neke prepreke [1].

Pojam mostova moguće je definisati u užem i širem smislu. Mostovi u širem značenju su svi objekti (mostovi, vijadukti, pešački mostovi, pešački prolazi) koji služe za sigurno vođenje puteva preko prirodnih i veštačkih prepreka. Mostovi u užem značenju su objekti koji služe za prelaz puteva preko vodenih prepreka (potoci, rele, kanali, jezera, morski zalivi) sa otvorom  $\geq 0.5$  m [1].

**2.1. Klasifikacija mostova**

Mostove možemo razvrstati na osnovu više kriterijumima: prema veličini (manji, srednji, veći i veliki mostovi), prema nameni (drumski, železnički, pešački), prema konstrukciji (gredni, okviri, liučni, viseći, sistemi mostova sa kosim zategama, kombinovani sistemi mostova i varijantna rešenja [2].

**2.2. Delovi mosta**

Mostove kao objekte čine tri celine [1]:

- potporna konstrukcija mosta,
- rasponska konstrukcija,
- oprema mosta.

Potpornu konstrukciju mostova čine [1]:

- krajnji - obalni stubovi sa krilnim zidovima,
- srednji - rečni stubovi.

Rasponska konstrukcija neposredno preuzima saobraćajno opterećenje i statičke i dinamičke uticaje prenosi na potpornu konstrukciju mosta [1].

Opremu mosta čine: ležišta i zglobovi, dilatacione spojnice rasponske konstrukcije, ograde, hidroizolacije kolovozne ploče, asfaltni kolovoz, odvodnjavanja kolovoza, ivični venci, ivičnjaci, komunalne instalacije, opreme za održavanje mostova, tabele za informisanje [1].

**3. GEODETSKI RADOVI U POSTUPKU  
IZGRADNJE SAOBRAĆAJNE INFRASTRUKTURE**

Uloga inženjerske geodezije kod izgradnje objekata je da planiranjem, organizacijom i izvršavanjem odgovarajućih geodetskih radova obezbedi prostorno lociranje i ostvarivanje geomerije izgrađenog objekta saglasno projektovanju u granicama tolerancija građenja, radi uspešne i efikasne eksploatacije [3].

Geodetski radovi za potrebe projektovanja i izgradnje objekata izvršavaju se u sledećim fazama [3]:

- Izrada programa geodetskih radova ili projektog zadatka
- Izrada projekta geodetskih radova
- Realizacija projekta geodetskih radova
- Izrada elaborata o realizaciji projekta geodetskih radova.

Svi geodetski radovi koje je potrebno izvršiti za potrebe projektovanja i izgradnje objekata mogu se razvrstati na sledeći način [3]:

- Geodetska mreža objekta
- Prikupljanje podataka i izrada geodetskih podloga
- Eksproprijacija zemljišta
- Obeležavanje projektovane geometrije objekta
- Geodetsko osmatranje objekata
- Geodetsko snimanje izvedenog stanja objekta.

#### 4. GEODETSKA MREŽA POSEBNE NAMENE

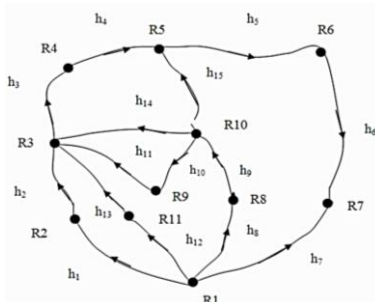
Geodetska mreža posebnih namena (GMPN) sastoji se od geodetskih tačaka izvan objekta (osnovna mreža) i tačaka na objektu (kontrola geometrije i deformaciona analiza) koje su međusobno povezane terestričkim merenjima (pravci, uglovi, azimuti, prostorne dužine, visinske razlike itd), satelitskim merenjima, astronomskim merenjima ili njihovom kombinacijom [4].

##### 4.1. Namena i osnovne karakteristike

Geodetska mreža posebnih namena prvenstveno služi da [4]:

- definiše matematičku osnovu za prostorno lociranje objekata,
- omogućiti obeležavanje karakterističnih tačaka, linija i površina građevinskih objekata,
- omogućiti kontrolu geometrije u toku gradnje,
- omogućiti monitoring objekata (mreža se proširuje tačkama van zona očekivanih deformacija i tačkama na objektu čije pomeranje karakteriše pomeranje objekata i tla na kojima se one nalaze).

##### 4.2. Modeli geodetskih mreža



Slika 1. Model 1D geodetske mreže [5]

Geodetska mreža posebnih namena sastoji se od niza tačaka istog reda koje su međusobno spojene u figure, pri čemu se njihov oblik, odnosno model, prilagođava objektu i konfiguraciji terena na kojem je smeštena. Vrsta mreže i način merenja takođe utiče na model, odnosno oblik, jer postoje visinske geodetske mreže i horizontalne geodetske mreže posebnih namena [4]. Na slici 1 prikazan je izgled visinske geodetske mreže.

Po svom obliku i dizajnu 1D geodetske mreže projektuju se da predstavljaju zatvorene nivelmanske poligone, čime se ostvaruje kontrola merenja. Nikada se ne preporučuje slepi nivelmanski vlak, jer se u njemu ne mogu kontrolisati eventualne greške pri merenju [4].

#### 4.3. Stabilizacija tačaka geodetske mreže

U zavisnosti od toga koliko dugo će se geodetska mreža koristiti i zahteva tačnosti kojom je treba realizovati, kao i tačnosti merenja koja će se izvoditi, biraće se i način materijalizacije tačaka na terenu [6].

Kod zahteva za visokom tačnošću tačke mreže se stabilizuju stubovima, u koje se ugrađuje mehanizam za prisilno centrisanje instrumenta i signala. Stub može biti masivan ili iz dva dela. Danas se stubovi najčešće izrađuju kružnog preseka, armiraju se, a presek ne sme biti manji od 20 cm. Dubina temelja u zemljanom materijalu zavisi od geološkog sastava tla [6].

#### 5. DEFORMACIONA ANALIZA

Metode deformacione analize koje su još uvek aktuelne, mogu se svrstati u više grupa, s' obzirom na metodološki pristup, pri identifikaciji stabilnih tačaka su [7]:

1. Metode koje se zasnivaju na transformaciji koordinata tačaka tekuće na prethodnu epohu
  - a. Pelcerova metoda
  - b. Metod Kasparija
  - c. Metod Delfta
2. Metode koje se zasnivaju na istovremenom izravanju rezultata merenih veličina obe epohe
  - a. Metod Karlsruhe
3. Metode koje se zasnivaju na stabilnosti koordinatnog sistema
  - a. Metod Mihailović
4. Metode koje se zasnivaju na rotaciji koordinatnog sistema
  - a. Metod Mihailović.

##### 5.1. Metod Pelcera

Metod je baziran na ispitivanju podudarnosti koordinata tačaka, dobijenih izravanjem geodetske mreže u dve epohe. Svaka epoha merenih veličina izravnava se nezavisno, uz pretpostavku da su merene veličine oslobođene uticaja grubih i sistematskih grešaka, odnosno sadrže samo slučajne greške koje su normalno raspoređene. Pri izravanju slobodnih geodetskih mreža prisutan je singularitet normalnih jednačina, zato ih rešavamo pseudoinverzijom. Izravanja pojedinih epoha opažanja vrše se po metodi najmanjih kvadrata, sa minimalnim tragom matrice kofaktora na sve tačke osnovne (referentne) mreže ili deo tačaka [7].

$$\text{trag } Q_x = \min \quad (1)$$

##### 5.1.1. Homogena tačnost opažanja dve epohe

Izravanja dve epohe dobijaju se eksperimentalne varijanse  $S_1$  i  $S_2$  pa je neophodno sa odgovarajućom verovatnoćom utvrditi njihovu jednakost i tako doći do saznanja da li merene veličine u obe epohe imaju homogenu tačnost. U tom cilju postavljaju se nulta ( $H_0$ ) i alternativna ( $H_a$ ) hipoteza:

$$H_0: E(S_1^2) = E(S_2^2) = \sigma^2 \quad (2)$$

$$H_a: E(S_1^2) \neq E(S_2^2) \neq \sigma^2 \quad (3)$$

prihvatanje nulte hipoteze znači da postoji homogena tačnost, a prihvatanje alternativne hipoteze znači da postoji nehomogena tačnost merenih veličina u dve epohe [7].

### 5.1.2. Ispitivanje podudarnosti mreže u dve epohe

Stabilnim tačkama smatraju se one tačke koje nisu promenile svoj položaj u vremenskom intervalu između dve epohe. Podudarnost mreže može se konstatovati pomoću odgovarajućih testova matematičke statistike. Pri tome se postavljaju nulta ( $H_0$ ) i alternativna ( $H_a$ ) hipoteza:

$$H_0: E(\hat{x}_1) = E(\hat{x}_2) \quad (4)$$

$$H_a: E(\hat{x}_1) \neq E(\hat{x}_2) \quad (5)$$

prihvatanje nulte hipoteze znači da su koordinate tačaka podudarne u obe epohe, a prihvatanje alternativne znači da koordinate tačaka nisu podudarne u obe epohe [7].

### 5.1.3. Ispitivanje podudarnosti osnovnih tačaka

Hipoteze o podudarnosti osnovnih tačaka mreže uvodi se, kada se pomoću testa ustanovi da u mreži ima nestabilnih tačaka i tada se mreža deli na skup osnovnih tačaka  $s$  i skup tačaka na objektu  $o$ . Hipoteze su:

$$H_0: E(\hat{x}_{s_1}) = E(\hat{x}_{s_2}) \quad (6)$$

$$H_a: E(\hat{x}_{s_1}) \neq E(\hat{x}_{s_2}) \quad (7)$$

prihvatanje  $H_0$  znači da su koordinate osnovnih tačaka podudarne u obe epohe, a prihvatanje  $H_a$  da koordinate osnovnih tačaka nisu podudarne u obe epohe, ili drugim rečima, nisu stabilne sve osnovne tačke [7].

### 5.1.4. Lokalizacija nestabilnih osnovnih tačaka

Kada pomoću test statistike nije utvrđena podudarnost osnovnih tačaka mreže u dve epohe, izvodi se zaključak da u mreži ima nestabilnih osnovnih tačaka. Potrebno je utvrditi koje su to tačke. U tom cilju vektor razlika koordinata osnovnih tačaka deli se na dva subvektora

$$\hat{d}_s = \begin{bmatrix} \hat{d}_F \\ \hat{d}_B \end{bmatrix} \quad (8)$$

gde su u vektoru  $\hat{d}_F$  nalaze razlike koordinata onih tačaka koje se smatraju uslovno stabilnim, a u vektoru  $\hat{d}_B$  razlike koordinata ostalih tačaka koje se smatraju uslovno nestabilnim tačkama [7].

Za svaku osnovnu tačku mreže određuje se srednji rascep.

$$\theta_j^2 = \frac{\hat{d}_B^T P_{BB} \hat{d}_B}{h_B} \quad (9)$$

Kako se unapred ne zna koja je osnovna tačka nestabilna, onda u prvoj iteraciji razlika koordinata prve tačke postaje komponenta vektora  $\hat{d}_B$ , a razlike koordinata preostalih tačaka su komponente vektora  $\hat{d}_F$  i odredi se  $\theta_1$ . U drugoj iteraciji, razlika koordinata druge tačke postaje komponenta vektora  $\hat{d}_B$ , a razlike koordinata ostalih tačaka uključujući i prvu su komponente vektora  $\hat{d}_F$  i odredi se  $\theta_2$ . Iterativni postupak ponavlja se  $k$  puta, onoliko koliko ima osnovnih tačaka. U svakoj iteraciji izdvaja se po jedna osnovna tačka koja pripada vektoru  $\hat{d}_B$  a preostalih  $k-1$  svrstavaju se u vektor  $\hat{d}_F$  [7].

U skupu  $k$  vrednosti  $\theta_j$  uočava se maksimalna vrednost i tačka na koju se odnosi maksimalna vrednost smatra se nestabilnom i ona se izbacuje (izostavlja) iz skupa osnovnih tačaka koje se i dalje smatraju uslovno stabilnim

tačkama. Takvih tačaka biće  $k-1$  i po istom postupku koji je primenjen u skupu od  $k$  tačaka, utvrđuje se sledeća nestabilna tačka, ili se izvodi zaključak da takvih tačaka nema, odnosno da je svih  $k-1$  tačaka stabilno [7].

## 6. DEFORMACIONA MERENJA I ANALIZA NADVOŽNJAKA

Predmetni nadvožnjak izgrađen je u okviru realizacije projekta autoputa E763 Beograd – Južni Jadran, nalazi na devijaciji regionalnog puta R270 i autoputa u mestu Stublenica.

### 6.1. Projekat osmatranja

Glavnim projektom geodetskog osmatranja predviđena je realizacija tri serije merenja i to nulte epohe i dve kontrolne epohe. Za potrebe određivanja visina tačaka mreže za vertikalno praćenje objekta, predviđeno je merenje visinskih razlika metodom preciznog nivelmana. Svaku visinsku razliku potrebno je izmeriti dva puta (napred-nazad), upotrebom preciznog nivelira i odgovarajuće nivelmanske opreme. Imajući u vidu da je kriterijum značajnosti otkrivanja vertikalnog pomeranja 2 mm, projektom je predviđeno da dozvoljeno odstupanje nivo-lanja napred - nazad bude:

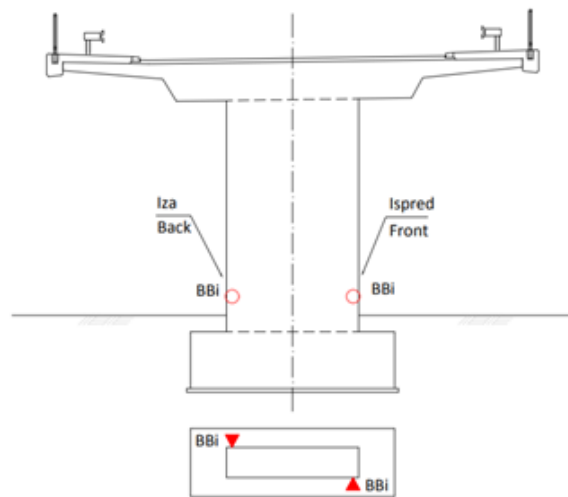
$$\Delta_1 = 3.6 * \sqrt{R} \quad (14)$$

a dozvoljeno odstupanje za nezatvaranje poligona:

$$\Delta_2 = 1.8 * \sqrt{F} \quad (15)$$

gde  $R$  označava dužinu nivelmanske strane, a  $F$  predstavlja obim poligona.

### 6.2. Geodetska mreža za osmatranje



Slika 2. Stabilizacija tačaka na objektu

Geodetska mreža za osmatranje objekta sastoji se od skupa tačaka osnovne mreže i tačaka mreže objekta. Osnovnu mrežu čini pet tačaka raspoređenih oko objekta na mestima koja su stabilna i van očekivane zone deformacije. Tačke su stabilizovne vertikalnim reperima i numerisane oznakama RB1, RB2, RB3, RB4 i RB5. Mrežu objekta čini deset tačaka čiji se položaji prate i numerisane su sledećim oznakama: BB1, BB2, BB3, BB4, BB5, BB6, BB7, BB8, BB9 i BB10. Tačke mreže objekta na terenu su materijalizovane horizontalnim reperima ugrađenim u stubove mosta. Na slici 2 prikazan je način stabilizacije tačaka na objektu.

### 6.3. Realizacija nivelmanskih merenja

Merenja na terenu realizovana su nivelmanskim instrumentom Leica DNA03. Navedeni nivelir spada u grupu digitalnih nivelira i poseduje mogućnost automatskog memorisanja merenja. Pre početka samog merenja neophodno je setovati posao i izvršiti podešavanja tolerancija koje se koriste za terensku kontrolu. Nakon što su izvršena sva merenja, podaci se izvoze iz memorije instrumenta i vrši se njihova kontrola. Kontrola kvaliteta nivelmanskih merenja vrši se na osnovu razlika merenja nivelmanskih strana napred i nazad i na osnovu nezatvaranja poligona koji se mogu formirati u mreži. Sva merenja koja ne zadovoljavaju projektom definisana odstupanja moraju se ponoviti.

### 6.4. Osnovno izravnaje geodetskih mreža

Izravnaje visinskih razlika izvršeno je u softveru MatGeo. Aplikacija MatGeo je namenjena za obradu podataka u inženjerskoj geodeziji. Nalazi primenu u postupku uspostavljanja lokalnih geodetskih mreža i ispitivanju pomeranja i deformacija tla i objekata [8].

Izravnaje deformacionih mreža u svim epohama izvršeno je metodom najmanjih kvadrata, pri čemu se mreža izravnava kao slobodna, što podrazumeva definisanje samo jednog (neophodnog) uslova za otklanjanje datumskog defekta. Datum je definisan minimalnim tragom matrice kofaktora na pet repera osnovne mreže.

### 6.5. Deformaciona analiza geodetske mreže

Deformaciona analiza geodetske mreže izvršena je primenom Pelcerove metode. Kako postoje tri serije merenja, prvo je analizirana nulta i prva epoha, a potom nulta i druga epoha. Kroz dve iteracije utvrđeno je da su tačke RB4 i RB5 nestabilne, a da su tačke RB1, RB2 i RB3 stabilne. Kada su identifikovani stabilni reperi osnovne mreže, izvršeno je novo izravnaje geodetskih mreža za sve tri epohe. Izravnaje je izvršeno metodom najmanjih kvadrata, a datum je definisan minimalnim tragom matrice kofaktora na tri stabilna repera osnovne mreže.

Pomeranje tačaka objekta u vertikalnom smislu sračunato je kao razlika apsolutnih visina odgovarajućih repera iz različitih epoha. U tabeli 1 prikazana su pomeranja koja su otkrivena u prvoj i drugoj epohi snimanja, pri čemu je,  $\Delta_1$  pomeranje između nulte i prve epohe,  $\Delta_2$  pomeranje između nulte i druge epohe,  $d$  intenzitet najmanjeg pomeranja koji je moguće sigurno otkriti i  $\sigma_d$  ocenjena standardna devijacija pomeranja.

## 7. ZAKLJUČAK

Rezultati osmatranja ponašanja tla i objekta služe za ocenu stanja tla i objekta, za blagovremeno ustanovljavanje tendencija promena ponašanja tla i objekta i zajedno sa drugim faktorima, za utvrđivanje uzroka nepredviđenog ponašanja tla i objekta i određivanje potrebnih mera za obezbeđenje sigurnosti objekta u toku građenja i upotrebe [8].

Na osnovu rezultata iz eksperimentalnog dela rada možemo konstatovati da otkrivena sleganja, koja imaju vrednosti od -1.9 mm (BB6) do -3.9 mm (BB10) u prvoj epohi merenja i -1.4 mm (BB6) do -3.7 mm (BB10) u drugoj epohi merenja, ne prelaze prognoziranje vrednosti koje iznose od 13 mm do 27 mm.

Tabela 1. Pomeranja koja se mogu otkriti

tačka	$\Delta_1$ [mm]	$\Delta_2$ [mm]	$d$ [mm]	$\sigma_d$ [mm]
RB1	-0.29	-0.3	0.6	0.2
RB2	0.0	0.2	0.5	0.2
RB3	0.3	0.2	0.9	0.3
RB4	<b>2.1</b>	<b>3.6</b>	1.4	0.5
RB5	-1.0	-0.9	1.0	0.3
BB1	<b>-3.6</b>	<b>-3.5</b>	1.0	0.4
BB2	<b>-3.2</b>	<b>-3.2</b>	1.0	0.4
BB3	<b>-2.1</b>	<b>-1.9</b>	1.1	0.4
BB4	<b>-2.9</b>	<b>-2.7</b>	1.1	0.4
BB5	<b>-2.2</b>	<b>-1.5</b>	1.1	0.4
BB6	<b>-1.9</b>	<b>-1.4</b>	1.1	0.4
BB7	<b>-2.5</b>	<b>-2.7</b>	1.1	0.4
BB8	<b>-2.1</b>	<b>-1.9</b>	1.1	0.4
BB9	<b>-3.2</b>	<b>-3.4</b>	1.0	0.4
BB10	<b>-3.9</b>	<b>-3.7</b>	1.0	0.4

## 8. LITERATURA

- [1] Priručnik za projektovanje puteva u Republici Srbiji, 9. Projektovanje mostova, <http://www.putevi-srbije.rs/index.php/срдм-приручник-за-проектовање-путева> (pristupljeno u septembru 2019.)
- [2] <https://www.institutims.rs/publikacije/Zbornik%20sa%20skupa%20posvecenog%20Zezelju.pdf> (pristupljeno u septembru 2019.)
- [3] Ašanin S., *Inženjerska geodezija 1*, Ageo, Beograd 2003.
- [4] Ninkov T., *Projektovanje geodetskih mreža u inženjerskoj geodeziji* (skripta), Fakultet Tehničkih nauka, Novi Sad 2014.
- [5] <http://www.geoskola.hr/~gsurina/Visinske%20mre%C5%BBEe.pdf> (pristupljeno u septembru 2019.)
- [6] Begović A., Gospavić Z., *Inženjerska geodezija 1*, Građevinski fakultet, Beograd 2016.
- [7] Mihailović K., Aleksić I., *Deformaciona analiza geodetskih mreža*, Građevniski fakultet, Beograd 1994.
- [8] Batilović M., *Identifikacija pomeranja primenom različitih metoda deformacione analize*, Master Rad, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad 2015.

### Kratka biografija



**Vasilije Obrdović** rođen je 1992. godine u Valjevu. Diplomski rad na temu „Izrada katastarsko – topografskog plana Rajkovačke ulice u Valjevu“ na Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu odbranio je 2016. godine.