6. Predavanje

November 2, 2016

1 Savremena teorija elektroprovodljivosti

Za bliže određivanje mehanizma proticanja električne struje u provodnicima, slobodni elektroni tretirani su kao idealan gas. Ovaj jednostavan model omogućava da se izvede Omov i Džulov zakon koji važe u vrlo širokoj oblasti jačina električnih struja. Omov zakon u diferencijalnom obliku donosi relaciju za specifičnu provodnost, odnosno specifičnu otpornost provodnog materijala:

$$\rho = \frac{2mv_T}{ne^2\lambda} \tag{1}$$

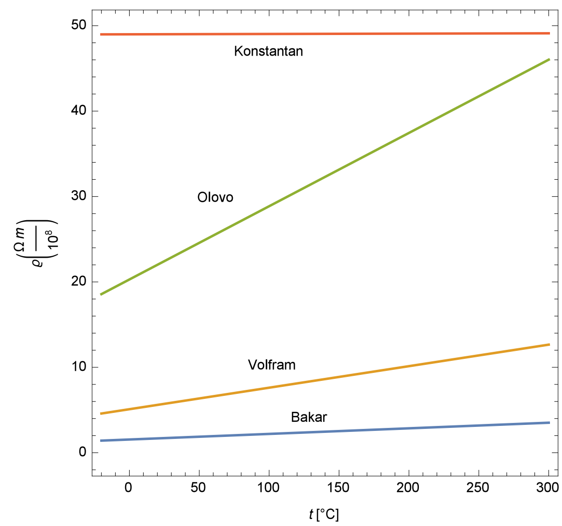
gde vidimo da je ona srazmerna termalnoj brzini elektrona, a obrnuto srazmerna koncentraciji elektrona i srednjem slobodnom putu. Ukoliko se uvede izraz za termalnu brzinu idealnog elektronskog gasa nalazimo:

$$\rho = \frac{2\sqrt{3k_BT}}{ne^2\lambda\sqrt{m}} \tag{2}$$

odakle saznajemo da električna otpornost raste sa kvadratnim korenom iz temperature. Međutim, eksperimenti pokazuju da električna otpornost metala raste linearno sa temperaturom (Slika 1) po zakonu:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) \tag{3}$$

gde je ρ_0 specifična električna otpornost na temperaturi $t_0 = 0°C$, a α temperaturski koeficijent otpornosti materijala od koga je sačinjen provodnik. Eventualno dalje razmatranje srednjeg slobodnog puta kao funkcije temperature takođe ne dovodi relaciju (2) do ispravnog oblika (3). Odmah se nameće zaključak da tretiranje elektrona kao idealnog gasa ne može dati ispravnu relaciju za specifičnu provodnost, odnosno otpornost.

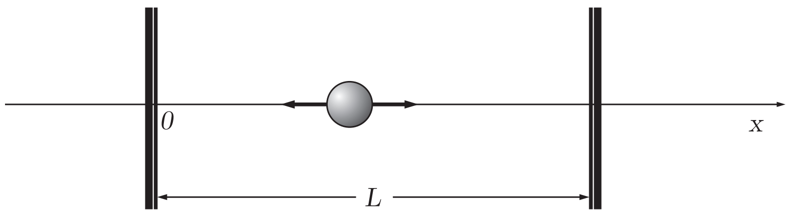


Slika 1 Zavisnost specifične električne otpornosti od temperature za neke materijale.

Takođe, uočeno je da kod mnogih materijala specifična otpornost u potpunosti nestaje na vrlo niskim temperaturama. Ovu pojavu otkrio je Heike Kamerlingh Onnes (1853-1926) kod žive na temperaturama ispod 4K. Električna provodljivost materijala bez električne otpornosti naziva se superprovodnost. Cilj u ovoj oblasti je sinteza materijala koji će ispoljavati superprovodne osobine na sobnim temperaturama. Trenutno najviša postignuta temperatura na kojoj materijal uspeva da se ponaša kao superprovodnik je -70°C za keramički materijal Vodonik Sulfid na ekstremno visokom pritisku od 150GPa. Specifična provodnost, toplotna provodnost i superprovodnost ne može se objasniti zakonima klasične fizike, već je adekvatan pristup pomoću zakona kvantne fizike.
Početkom 20-og veka bazične principe tadašnje fizike uzdrmali su eksperimentalni rezultati, a zatim i nove zakonitosti koje je donela kvantna fizika. Saglasno novim principima koje je postavila kvantna fizika mikroskopske pojave nisu mogle biti više adekvatno tretirane klasičnim zakonima Njutnove fizike. Naime, ispostavilo se da se mikroobjekti (molekuli, atomi, elektroni, protoni itd.) moraju tretirati kao talasi čije se jednačine dobijaju pomoću Kvantne teorije. Niz eksperimenata potvrdilo je ispravnost kvantne teorije, a između ostalog, moguće je izvesti ispravne relacije za električnu provodnost. U cilju razumevanja provođenja električne struje u smislu kvantne fizike ovde ćemo razmotriti nekoliko tipičnih rezultata koje daje kvantna fizika.

1.1 Slobodna čestica i čestica u potencijalnoj jami

Prema zakonima kvantne fizike, tačan položaj nekog objekta (elektron, proton...) ne može biti definisan. Za neki objekat ima smisla razmatrati samo verovatnoću njegovog nalaženja u datoj oblasti. Na primer, kvantna fizika kaže da je verovatnoća nalaženja slobodne čestice u celom prostoru jednaka. Dakle u odsustvu polja (električno, magnetno, gravitaciono itd.), npr. elektron možemo sa jednakom verovatnoćom naći bilo gde u svemiru, odnosno on istovremeno egzistira u celoj vasioni.
Drugi važan primer jeste razmatranje čestice u tzv. beskonačno dubokoj pravougaonoj jednodimenzionalnoj potencijalnoj jami. Da bi stekli predstavu o kvantnoj potencijalnoj jami razmotrićemo prvo klasični primer.
Neka postoje dve planparalelne ploče beskonačno velikih dimenzija koje su fiksirane na jednom rastojanju L. Predpostavimo da one nisu smeštene u nikakvo spoljašnje polje. Ako između njih postavimo lopticu koja može elastično da se odbija od zidove, ima smisla definisati kinetičku energiju loptice. Radi jednostavnosti razmatramo tzv. jednodimenzionalni problem, gde loptici možemo saopštiti brzinu samo u pravcu x-ose koja je normalna na ravan ploča (Slika 2).



Slika 2 Razmatranje kretanja loptice između dva fiksirana zida u odsustvu spoljašnjih polja.

Ako ona miruje, loptica stoji na fiksnom rastojanju između ovih ploča. Ako saopštimo loptici neku brzinu, ona će se odbijati elastično levo desno od zidova, pri čemu nema gubitka energije. U smislu kinetičke energije loptice, Njutnovi zakoni nam ne daju nikakva ograničenja. Energija loptice može uzimati vrednosti od nule do beskonačnosti, u zavisnosti od toga koliku smo brzinu saopštili loptici. Takođe, ako bi smo hteli da uhvatimo ovu lopticu, pri čemu nam je neko stavio povez na oči, možemo konstatovati da sa jednakom verovatnoćom lopticu hvatamo u bilo kojoj oblasti. Na primer ako izdelimo rastojanje između ploča na recimo pet jednakih delova, u svakoj ovoj oblasti loptica krećući se jednakom brzinom provodi jednako vreme.
Tretiranje istog problema u kvantnoj fizici daje sasvim drugačiji rezultat. Neka je ta loptica sada jedan mikroobjekat, recimo elektron koji se nalazi između dva apsolutno ne propustljiva zida. Rešavanjem Schrödinger-ove jednačine saznajemo sledeće:

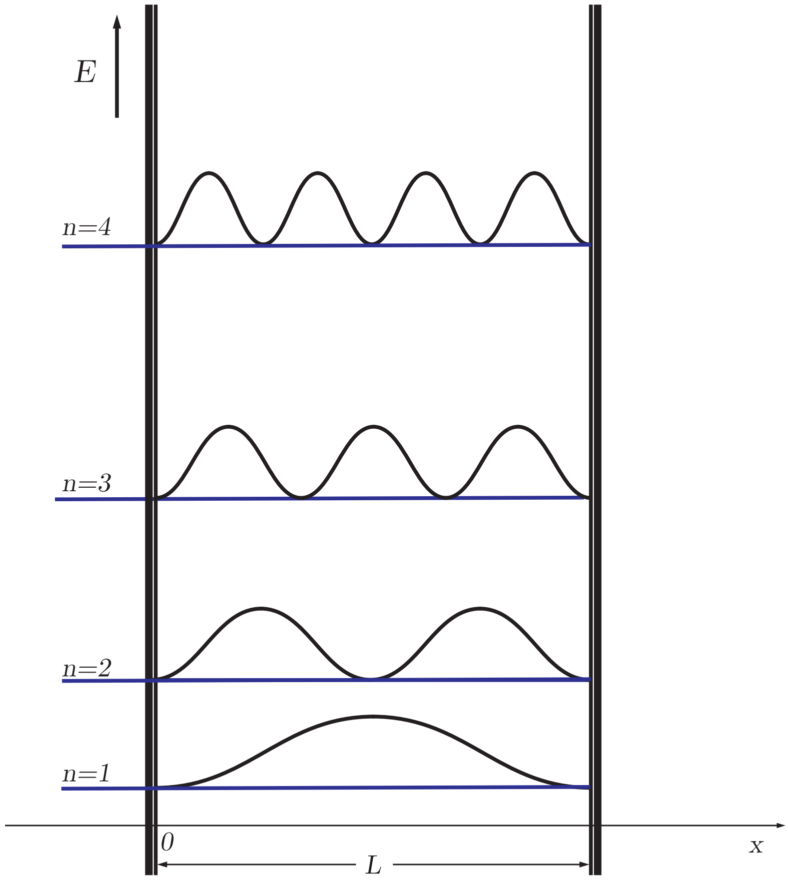
1. Čestica može imati samo energije koje su date sledećim obrascem:

$$E_n = \frac{h^2}{8mL^2}n^2 \tag{4}$$

gde je h Plankova konstanta, m masa čestice, L rastojanje između apsolutno nepropustljivih zidova i n kvantni broj koji uzima samo celobrojne vrednosti $n = 1, 2, 3, ...$ Očigledno za date uslove (masa čestice i rastojanje između zidova) broj n određuje energiju čestice. Ovaj broj naziva se kvantni broj.

2. Verovatnoća nalaženja čestice u oblasti između dva apsolutno nepropustljiva zida zavisi od kvantnog broja n, ali i kordinate x.

Ovi rezultati obično se prikazuju grafički kao što je ilustrovano na Slici 3.

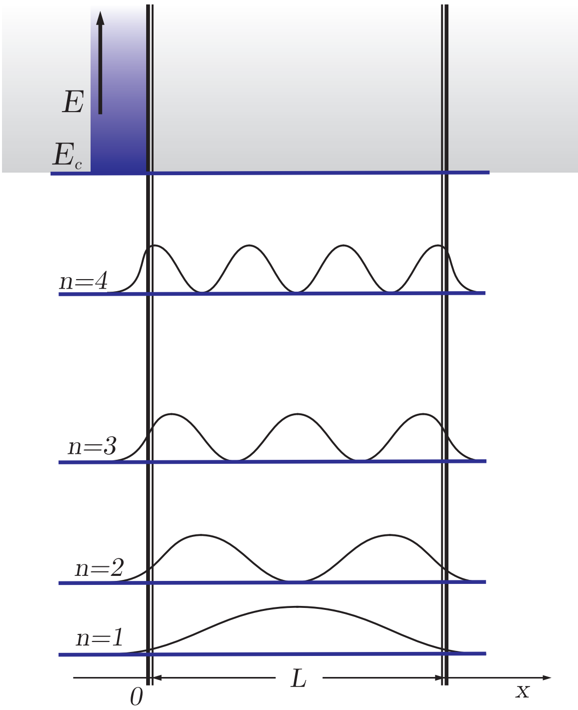


Slika 3 Rezultati kvantne fizike za česticu između dva apsolutno nepropustljiva zida (potencijalna jama).

Horizontalne linije odgovaraju energetskim nivoima u kojima egzistira čestica. Kažemo da se čestica nalazi u odgovarajućem kvantnom stanju kome odgovara energija E_n. Za svaki nivo nacrtana je odgovarajuća funkcija gustine verovatnoće nalaženja čestice. Kao što vidimo za prvi kvantni nivo ($n = 1$) čestica se najčešće nalazi na sredini, a praktično nikad uz same zidove. Ukoliko je čestica na drugom energetskom nivou ($n = 2$) čestica se nalazi najčešće na $1/4$ i $3/4$ ukupnog rastojanja između zidova, dok se na primer u sredini nikada ne nalazi. Slično se mogu razmatrati i viši energetski nivoi. Interesantan zaključak sledi s obzirom da kvantni broj n ne može biti nula, čestica ne može biti u stanju mirovanja. U smislu maksimalne energije nema ograničenja, jer kvantni broj n može težiti beskonačnosti. S obzirom na ove rezultate vidimo da kvantna fizika daje sasvim novo poimanje kretanja objekta između dva apsolutno nepropustljiva zida.

1.1.1 Čestica između dva delimično propustljiva zida

Realna situacija nameće potrebu da se razmatra kretanje čestice između dva delimično propustljiva zida. Sumarni rezultati ovakvog tretmana prikazani su na Slici 4. Za razliku od primera sa apsolutno nepropustljivim zidovima, ovde čestica ima konačan broj diskretnih energetskih nivoa. U konkretnom primeru postoje četiri energetska nivoa kojima odgovaraju kvantni brojevi $n = 1, 2, 3, 4$. Ukoliko čestica ima energiju veću od granične E_c, čestica se oslobađa zidova i može da ima bilo koju energiju veću od E_c. Pri energijama većim od E_c, čestica je slobodna i praktično je verovatnoća nalaženja duž x-ose svuda jednaka. Takođe vidimo da ukoliko su zidovi delimično propustljivi, čestica može u svim stanjima pridruženim kvantnim brojevima $n = 1, 2, 3, 4$ da se nađe i u oblastima iza zidova ali manjom verovatnoćom.



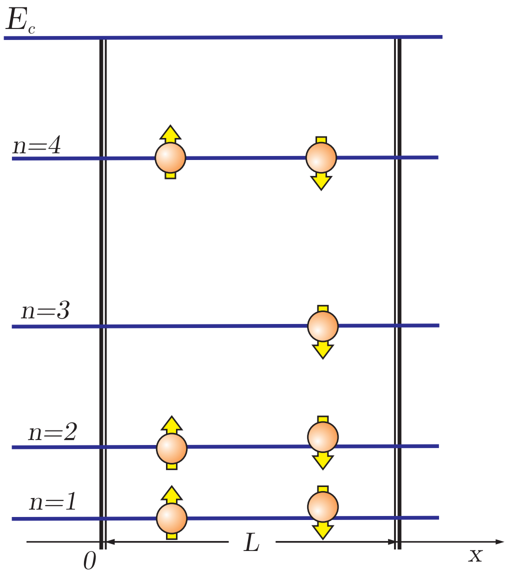
Slika 4 Čestica između dva delimično propustljiva zida.

1.1.2 Spin

U dosadašnjim izlaganjima, razmatranje dinamike elektrona podrazumevalo je da su poznata dva njegova svojstva: masa i naelektrisanje. Međutim kvantna fizika uvodi još jednu osobinu, a to je spin. Makroskopski objekat, recimo sfera sa homogeno raspoređenom masom, ukoliko se vrti oko svoje ose, ima moment količine kretanja. Ukoliko je ovaj objekat i naelektrisan on će prouzrokovati i pojavu sopstvenog magnetnog polja. Elektroni imaju sopstveni moment količine kretanja i sopstveni magnetni moment. Ovaj sopstveni moment količine kretanja naziva se spin elektrona. Međutim prema kvantnoj fizici, spin elektrona ima samo jednu vrednost i dve projekcije: $+\frac{1}{2}\hbar$ i $-\frac{1}{2}\hbar$. Kažemo da elektron ima poluceli spin što ga svrstava u skup čestica sa polucelim spinom koje jednim imenom nazivamo fermioni. Postoje čestice sa celobrojnim spinom i one se nazivaju bozoni. Smatra se da je spin neotuđivo svostvo čestice kao što su masa i naelektrisanje. Svaki pokušaj da se spin elektrona objasni njegovom rotacijom oko sopstvene ose donosi besmisleni rezultat. Dakle za sada je spin kao i naelektrisanje i masa jednostavno dodatno svojstvo elektrona.

Čestice sa celobrojnim spinom se mogu smeštati u kvantna stanja prema Boze-Ajnštajnovoj statistici. Na primer, broj fotona koje možemo smestiti u kvantno stanje sa kvantnim brojem $n = 1$ u potencijalnoj jami prikazanoj na Slici 4 je beskonačan. Međutim, maksimalno dva fermiona je moguće postaviti u jedno kvantno stanje, pri čemu ove čestice imaju suprotno orjentisane spinove. Pravilo da se u jedno kvantno stanje najviše raspoređuju dva fermiona sa suprotno orijentisanim spinovima naziva se Paulijev princip. Takođe kažemo da fermioni zadovoljavaju Fermi-Dirakovu statistiku. U konkretnom primeru potencijalne jame sa četiri energetska nivoa, jedan mogući raspored elektrona je slikovito predstavljen na Slici 5.

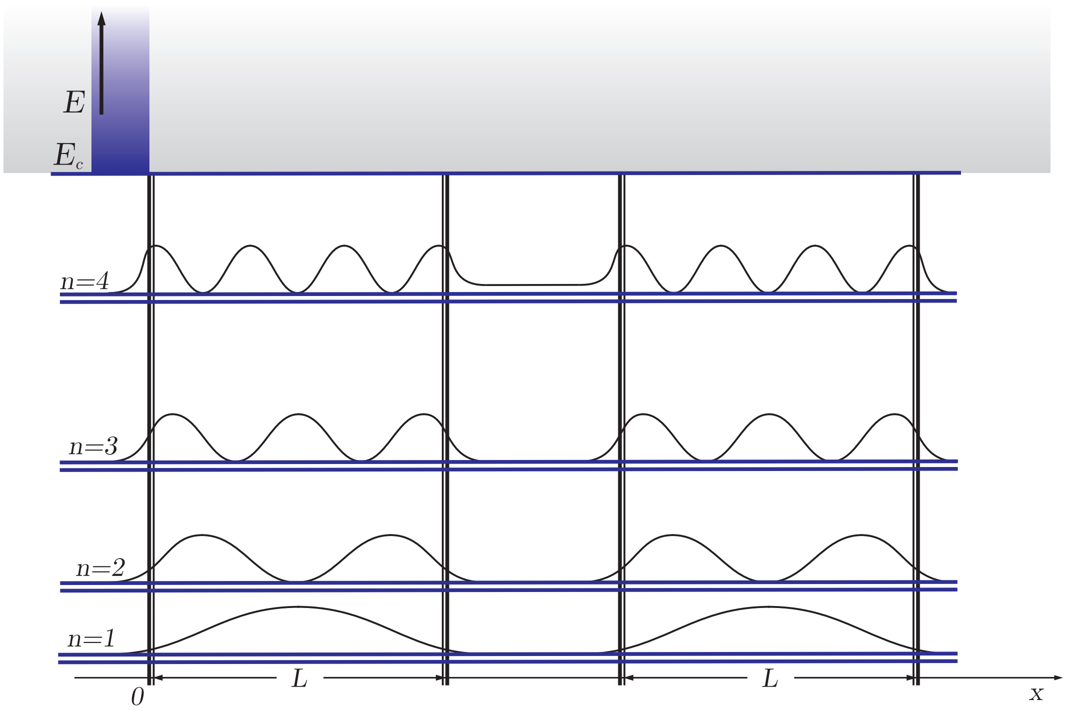
U opštem slučaju ne moraju svi nivoi biti popunjeni. Ali pravilo nalaže da u jednom kvantnom stanju može biti najviše dva fermiona sa suprotno orjentisanim spinovima.



Slika 5 Energetski nivoi u potencijalnoj jami konačne dubine sa četiri energetska nivoa u čijim stanjima se nalaze fermioni.

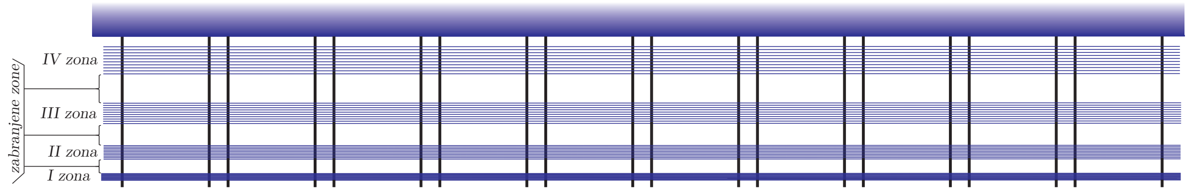
1.2 Dvostruka i višetruka potencijalana 1D jama. Provodnici.

Dvostruka potencijalna jama konačne dubine prikazana je na Slici 6. Rešavanjem Schröedinger-ove jednačine saznajemo da se svaki nivo deli na dva vrlo bliska nivoa. Svaki nivo okarakterisan kvantnim brojem n, sada je izdeljen na dva podnivoa. Takođe jedna čestica može da prelazi iz jedne u drugu jamu, odnosno funkcija koja odgovara datoj energiji i koja opisuje verovatnoća nalaženja čestice, simetrična je za obe jame.



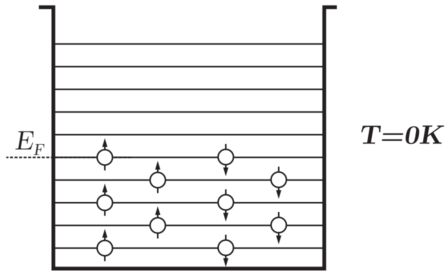
Slika 6 Energetski nivoi u dvostrukoj potencijalnoj jami sa četiri energetska nivoa koja sadrže po dva podnivoa.

Ukoliko imamo sistem od N identičnih potencijalnih jama, svaki nivo izdeliće se na N podnivoa. Na Slici 7 prikazani su energetski nivoi sistema od 10 potencijalnih jama. Talasne funkcije, odnosno gustine verovatnoća nalaženja čestica u određenim oblastima i nivoima ovde nisu prikazane jer su znatno komplikovanije. Ono što se oučava da se u okviru svakog nivoa formira 10 blisko raspoređenih nivoa. Kažemo da ovako bliski nivoi formiraju zone. Oblasti gde postoje energetski nivoi nazivaju se dozvoljene zone, a oblasti gde nema nivoa su zabranjene. Čestica može da egzistira samo u oblastima dozvoljenih zona.



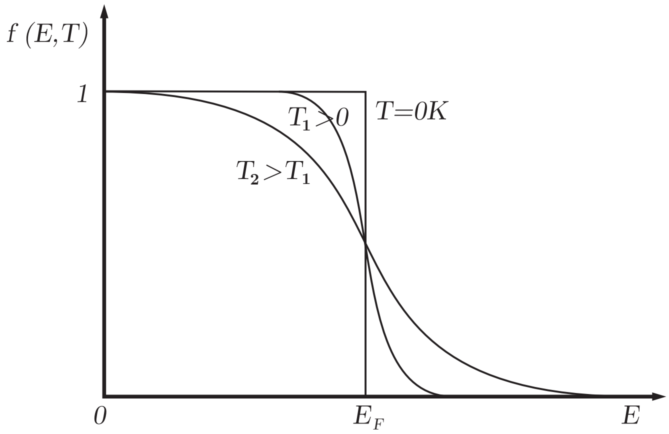
Slika 7 Energetski nivoi u sistemu od 10 identičnih potencijalnih jama sa četiri energetska nivoa koja sadrže po 10 podnivoa.

U kristalnoj rešeci metala, atomi su gusto raporeďeni na jednakim rastojanjima. U tom smislu model od N identičnih potencijalnih jama može poslužiti za prilaz problemu električne provodljivosti u metalima. Bez obzira na oblik potencijalnih jama, one su identične pa se i tamo svaki odgovarajući nivo u atomu deli na N podnivoa, odnosno formiraju se zone. Ono što se može uočiti, energijski nivoi u jednoj zoni su vrlo blisko raspoređeni tako da je elektronu potrebno vrlo malo energije da prelazi između nivoa unutar jedne zone. Međutim skok iz jedne zone u drugu zahteva mnogo veću energiju. Elektroni u atomima teže da zauzmu najniže energetsko stanje tako da će se i u kristalnoj rešeci metala prvo popuniti svi nivoi sa nižom energijom. Odnosno najniže zone biće popunjene. Ukoliko su unutar jedne zone svi nivoi popunjeni, elektroni ne mogu prelaziti između nivoa unutar jedne zone jer bi to narušilo Paulijevo pravilo. Dakle elektroni koji pripadaju popunjenim zonama ne mogu da menjaju energiju, a samim tim ne mogu da učestvuju u provođenju električne struje! Za metale je karateristično da je najviša zona u kojoj se nalaze elektroni delimično popunjena elektronima. Kako su niže zone potpuno popunjene, samo je poslednja relevantna za razmatranje elektroprovodljivosti. Poslednja zona popunjena elektronima naziva se valentna zona. Zona iznad valentne koja ima prazne energetske nivoe naziva se provodna zona. Kod metala valentna i provodna zona su preklopljene i ǐne jednu provodnu zonu koja je delimično popunjena. Elektroni u ovoj delimično popunjenoj zoni mogu prelaziti na viša energetska stanja. Za dalje razmatranje elektroprovodljivosti bitna je samo ova zona. Obično se ona šematski prikazuje kao na Slici 8.



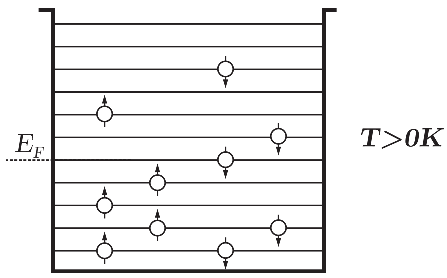
Slika 8 Raspored elektrona po energetskim nivoima u provodnoj zoni na temperaturi $T = 0K$.

Raspored elektrona na energetskim nivoima u okviru provodne zone zavisi će od temperature na kojoj se nalazi provodnik. Na temperaturi apsolutne nule $T = 0K$, redom će biti popunjena najniža stanja do nivoa koji se naziva Fermijev nivo. Iznad ovog nivoa nema elektrona. međutim ukoliko se temperatura provodnika poveća, elektroni će prelaziti na viša energetska stanja. Raspodelu elektrona po energetskim nivoima diktira Fermi-Dirakova statistika koja određuje verovatnoću da se elektron nađe u kvantnom stanju energije E na temperaturi T. Ova funkcija prikazana je na Slici 9 za tri različite temperature.



Slika 9 Fermi-Dirakova raspodela za tri različite temperature.

Kao što se vidi na slici, na temperaturi $T = 0K$ verovatnoća nalaženja elektrona na energijama manjim ili jednakim E_F jednaka je jedinici, što znači da je to siguran događaj. Na temperaturi T_1 koja je veća od nule, očigledno ima ispražnjenih stanja sa energijama ispod E_F, ali ima i popunjenih iznad E_F. Slično se dobija i za još veće temeperature. Šematski bi se raspodela elektrona po energeijskim nivoima unutar provodne zone na temepraturi većoj od apsolutne nule mogla prikazati kao na Slici 10. Prema ovom modelu, ukoliko se uspostavi električno polje unutar provodnika, elektroni u provodnoj zoni imaju prazne nivoe pa se mogu kretati. Međutim i ovde svi elektroni ne učestvuju u provođenju električne struje. Na osnovu dosadašnjih razmatranja, jasno je da kvantni pristup menja sliku o modelu idealnog gasa. Naime postavlja ograničenje na energije koje mogu steći elektroni prilikom dejstva električnog polja. Upravo raspored elektrona po energijskim nivoima odnosno broj raspoloživih stanja unutar provodne zone diktira prosečno vreme tokom kojeg elektron može da ubrzava pod dejstvom električnog polja. Sa druge strane, model idealnog gasa predviđa da je specifična provodnost funkcija prosečnog vremena tokom kojeg elektron ubrzava. U tom smislu, kvantna teorija ne menja važnost Omovog zakona ali uvodi drugačiji princip za računanje prosečnog vremena između sudara, odnosno specifične provodnosti. Detaljan kvantitativni opis sa realnijom slikom potencijalnih jama daje ispravnu relaciju za električnu provodnost i njenu zavisnost od apsolutne temperature.

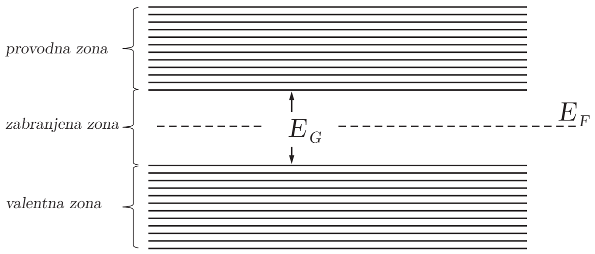


Slika 10 Šematski prikaz rasporeda elektrona po energetskim nivoima u provodnoj zoni na temperaturi $T > 0K$.

S obzirom da se superpovodnost ispoljava na veoma niskim temperaturama, ovaj pristup nam se može učiniti kao pogrešan. Prema opisanom modelu u blizini apsolutne nule gotovo svi elektroni su na energijama ispod Fermijeve i nalaze se blokirani. Ne mogu prelaziti na viša stanja jer se tu već nalaze elektroni. Međutim na ovako niskim temperaturama događa se jedan drugi fenomen. Pri uzajamnoj interakciji dva elektrona preko jona kristalne rešetke može se formirati par dva elektrona čiji je ukupan spin jednak jedinici ili nuli, odnosno nije poluceli broj. Za takve parove elektrona (Kuperovi parovi) važi Boze-Ajnštajnova statistika, te se neograničen broj uparenih elektrona može smestiti u jedan energetski nivo. Zbog ovog fenomena, parovi elektrona se slobodno kreću kroz energetske nivoe te se javlja superprovodno stanje.

1.3 Poluprovodnici

Poluprovdnici su materijali koji se pod izvesnim uslovima ponašaju kao provodnici. Sa aspekta teorije zona poluprovodnik ima razdvojenu valentnu i provodnu zonu (Slika 11).



Slika 11 Šematski prikaz zona u poluprovodniku.

Međutim razmak između gornjeg nivoa valentne i donjeg nivoa provodne zone nije velik. Ovaj razmak naziva se energija procepa E_G (gap). Dovoljno je da se pod dejstvom svetlosti, malim povećanjem temperature ili pod dejstvom električnog polja znatan broj elektron prebaci u provodnu zonu. U tom smislu jasan je mehanizam kako poluprovodnik ispoljava provodne osobine. Najpoznatiji elementarni poluprovodnici su Silicijum (Si) i Germanijum (Ge). Energija procepa kod Silicijuma iznosi oko 1,08 eV a kod Germanijuma 0,68 eV. Zbog ovoga na istim temperaturama Silicijum ima veći broj provodnih elektrona od Germanijuma ali i veći šum.
Kod poluprovnika, u provođenju električne struje ne učestvuju samo elektroni već i takozvane šupljine. Svaki elektron koji pređe u provodnu zonu ostavi upražnjeno mesto u valentnoj zoni. Osobine poluprovodnih materijala zavise jako od unešenih primesa. Unutar kristalne rešetke Silicijuma ili Germanijuma mogu se dodavati elementi III ili V grupe periodnog sistema čime se dobijaju primesni poluprovodnici. Ukoliko se dodaju elementi V grupe periodnog sistema većinski nosioci električne struje će biti elektroni pa je ovakav tip poluprovodnika n-tip. Ukoliko se dodaju primese iz III grupe periodnog sistema dobijau se poluprovodnici gde su dominanti nosioci električne struje šupljine (pozitivno naelektrisane), pa je poluprovodnik p-tipa.
U praksi se koriste primesni i besprimesni polupropvodnici. Takođe kombinujući razne elemente mogu se dobiti poluprovodni materijali sa specifičnim karakteristikama.

1.4 Izolatori

Izolatori su materijali koji vrlo slabo ili uopšte ne provode električnu struju. Sa stanovišta teorije zona i ovde se konfiguracija njihovih energetskih nivoa može prikazati kao na Slici 11. Odnosno slična je slika kao i za poluprovodnike, samo što je energija procepa bar za red veličine veća od energije procepa kod poluprovodnika. Ipak, pri dovoljno jakom električnom polju odnosno naponu izolator može provoditi struju. Ovaj napon naziva se napon proboja dielektrika. Međutim pri ovako visokim naponima obično dolazi i do hemijskih i fizičkih promena u samom materijalu. Povećanjem temperature izolatora, moglo bi se postići da se izvestan broj elektrona ipak nađe u provodnoj zoni. Međutim mnogi materijali počnu da se tope pri višim temperaturama. Suviše jako električno polje takođe može izazvati provođenje struje, ali opet praćeno znatnim promenama hemijskih i fizičkih osobina. Za izuzetno jaka električna polja koriste se specijalni izolatori. Na primer, porcelan se koristi kod visoko naponskih mreža kao izolator jer može da izdrži električna polja do 4-10 kV/mm.

Literatura: Tehnička fizika, Ana Kozmidis-Petrović , (strane 61-76), FTN Izdavaštvo, Novi Sad, 2012.