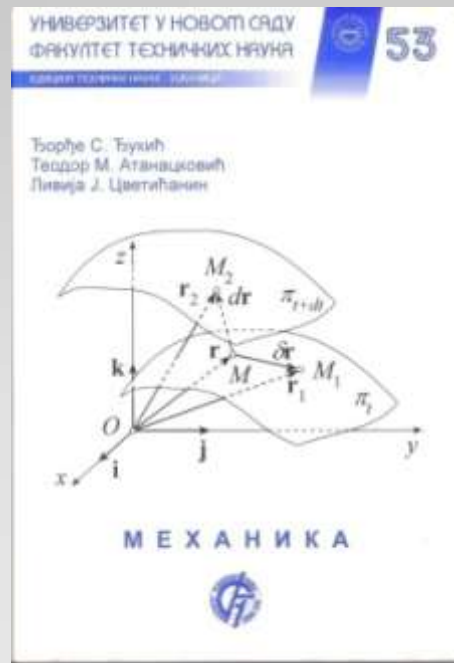


4. Predavanje

Statika

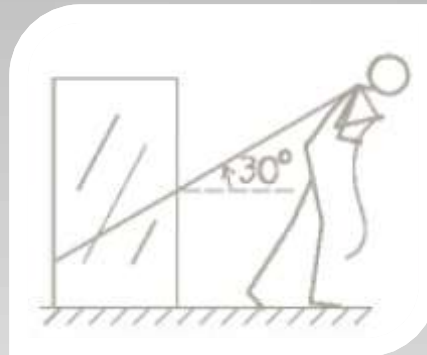
Mehanika
Miodrag Zuković

- Đorđe S. Đukić, Teodor M. Atanacković, Livija J. Cvetičanin:
Mehanika, Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu, Novi
Sad, 2003.

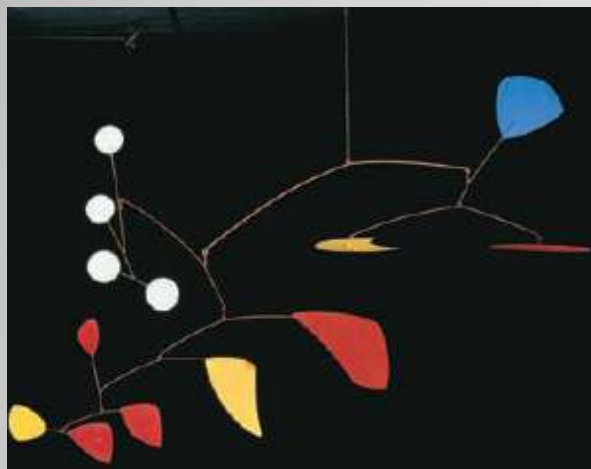


Literatura

- Neidealne veze – trenje.



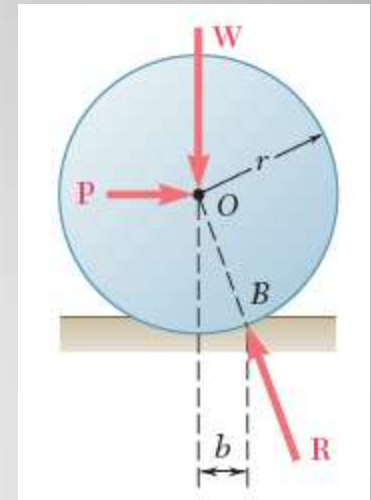
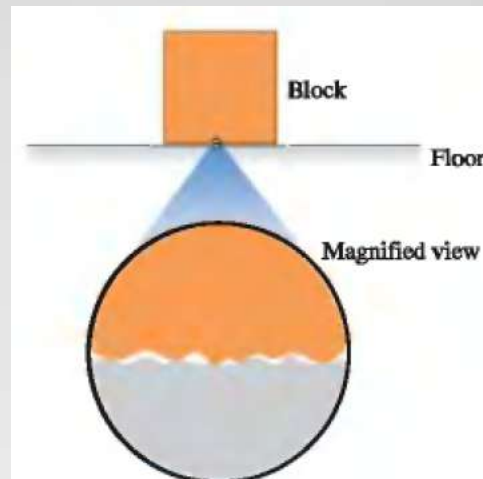
- Težište.



Šte ćemo naučiti?

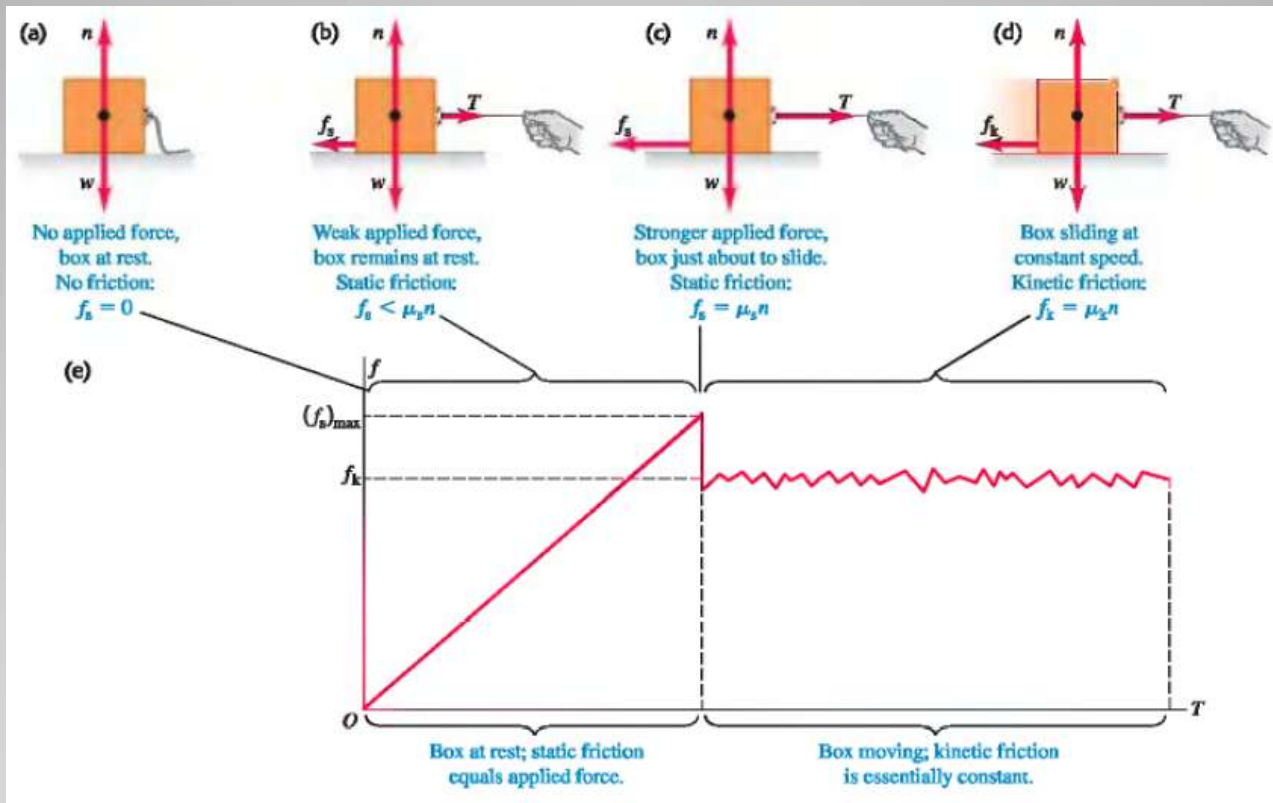
• Trenje

- Usled hrapavosti veze, pri klizanju dveju površina jedne po drugoj, javljaju se mehanička dejstva koja ometaju to klizanje. Ova pojava, pri klizanju po suvim hrapavim površinama, naziva se **trenje klizanja**.
- Pri kotrljanju stvarnih tela ili obrtanju tela po površini drugog tela, u tački dodira se javlja otpor tom **kotrljanju ili obrtanju**.



Statika

- Trenje klizanja



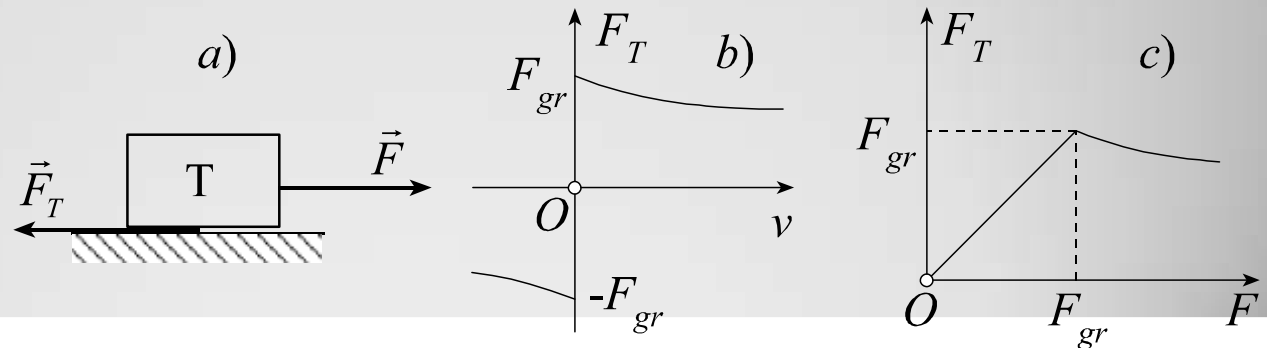
Statika

- Kulonovi zakoni trenja:

Prvi zakon. Pri pokušaju da se neko telo dovede u stanje klizanja po površini drugog tela, u dodirnoj površini nastaje sila trenja klizanja F_T čija veličina može da ima proizvoljne vrednosti od nule do svoje najveće vrednosti, koja se naziva granična sila trenja klizanja, tj.

$$0 \leq F_T \leq F_{Tgr}$$

Sila trenja klizanja je uvek usmerena u suprotnom smeru od smera u kome spoljašnje sile teže da pomere telo.



Drugi zakon. Intenzitet granične sile trenja klizanja jednak je proizvodu iz statičkog koeficijenta trenja klizanja i sile reakcije između dva tela u pravcu zajedničke normale u dodirnoj tački

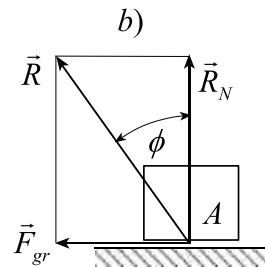
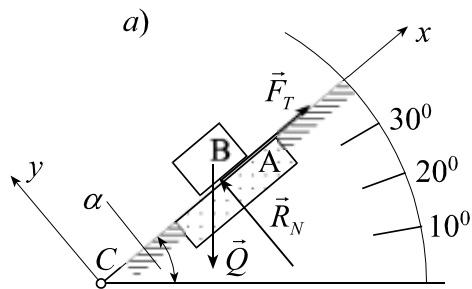
$$F_{\mu} \equiv F_{Tgr} = \mu R_N$$

gde je μ statički koeficijent trenja klizanja i R_N intenzitet normalne reakcije.

Statički koeficijent trenja klizanja μ je neimenovan broj. Određuje se ogledima i zavisi od materijala tela u dodiru, stanja njihovih dodirnih površina, vrste obrade, temperature, vlažnosti, podmazivanja, itd.

Pri stalnom klizanju, tj. pri kretanju tela, nastaje dinamička sila trenja klizanja. Ona po strukturi odgovara datom izrazu, ali je odgovarajući dinamički koeficijent trenja klizanja manji od statičkog.

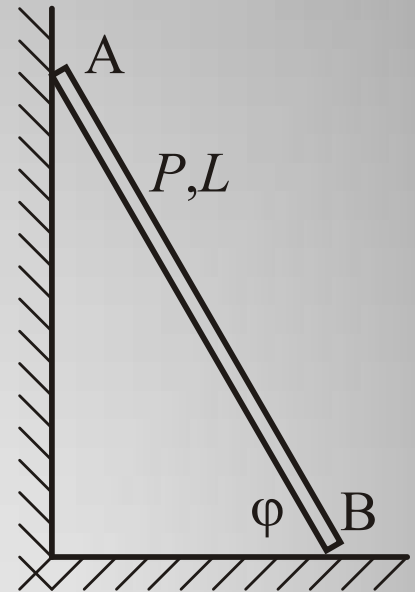
- Koeficijent trenja



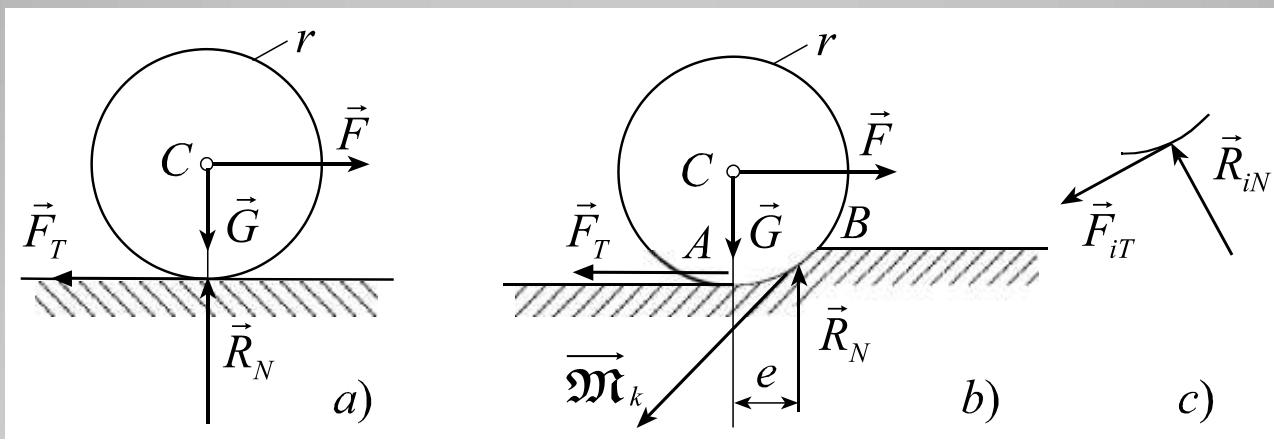
Materials	Coefficient of Static Friction, μ_s	Coefficient of Kinetic Friction, μ_k
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Copper on steel	0.53	0.36
Brass on steel	0.51	0.44
Zinc on cast iron	0.85	0.21
Copper on cast iron	1.05	0.29
Glass on glass	0.94	0.40
Copper on glass	0.68	0.53
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Teflon on steel	0.04	0.04
Rubber on concrete (dry)	1.0	0.8
Rubber on concrete (wet)	0.30	0.25

Treći zakon. Veličina granične sile trenja klizanja $F_\mu \equiv F_{Tgr}$ u dovoljno širokim granicama, ne zavisi od veličine dodirnih površina pri trenju.

- **Primer 1.** : Štap, težine P i dužine L , oslanja se u tački A o vertikalni glatki zid, a u tački B o hrapavi horizontalni pod.
- a) Ako je štap u ravnotežnom položaju, u kome sa horizontalom gradi ugao φ , odrediti reakcije veza,
- b) Ako je koeficijent trenja između štapa i poda μ , odrediti moguće ravnotežne položaje štapa (oblast vrednosti ugla φ).

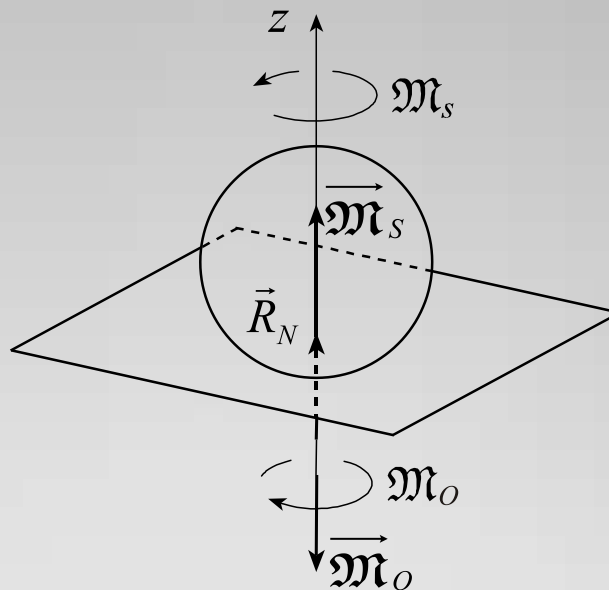


- Trenje kotrljanja



$$F_{kotr} = \frac{e}{r} R_N$$

- Trenje obrtanja

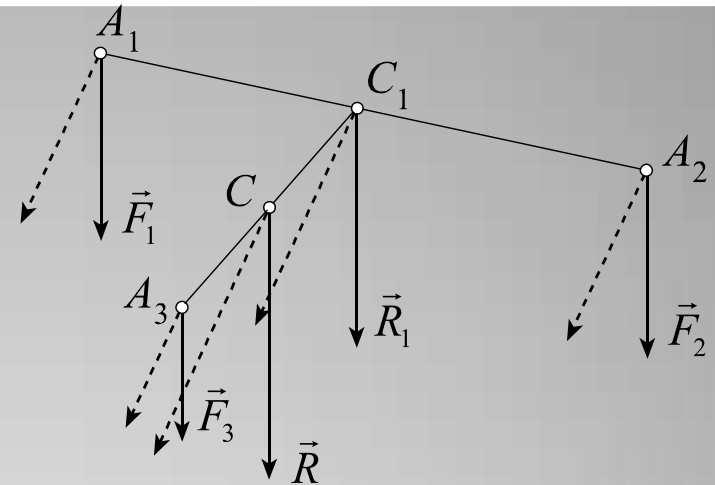


$$M_O = \mu_{obr} R_N$$

- Težište

- Ako se telo nalazi u blizini zemlje na njega deluje sila zemljine teže koja je usmerena ka centru zemlje.
- Rezultanta svih sila koje deluju na delove tela, a ona za paralelne sile istog smera uvek postoji, naziva se **težina tela**.
- **Težište** tela je tačka kroz koju prolazi napadna linija težine tela pri bilo kom položaju tela u prostoru u odnosu na zemlju. Položaj težišta je nepromenljiv u odnosu na telo.

- Dokaz postojanja težišta

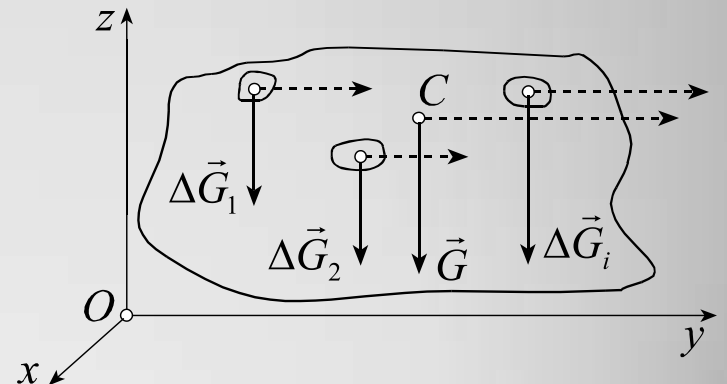


- Određivanje težišta krutog tela

$$\vec{G} = \sum_i \Delta \vec{G}_i$$

$$M_y^{\vec{G}} = \sum_i M_y^{\Delta \vec{G}_i} \rightarrow Gx_C = \sum_i \Delta G_i x_i$$

$$x_C = \frac{\sum_i \Delta G_i x_i}{G}, y_C = \frac{\sum_i \Delta G_i y_i}{G}, z_C = \frac{\sum_i \Delta G_i z_i}{G}$$



Statika

- Težište homogenih tela

- homogeno telo $\Delta G_i = \gamma \Delta V_i, G = \gamma V$

$$x_C = \frac{\sum_i \Delta V_i x_i}{V}, y_C = \frac{\sum_i \Delta V_i y_i}{V}, z_C = \frac{\sum_i \Delta V_i z_i}{V}$$

- homogena ploča

$$x_C = \frac{\sum_i \Delta A_i x_i}{A}, y_C = \frac{\sum_i \Delta A_i y_i}{A}, z_C = \frac{\sum_i \Delta A_i z_i}{A}$$

- homogena linija

$$x_C = \frac{\sum_i \Delta L_i x_i}{L}, y_C = \frac{\sum_i \Delta L_i y_i}{L}, z_C = \frac{\sum_i \Delta L_i z_i}{L}$$

- Težište homogenih tela

$$dG_i = \gamma dV, G = \gamma V$$

- homogeno telo

$$x_C = \frac{\int_V x dV}{\int_V dV}, y_C = \frac{\int_V y dV}{\int_V dV}, z_C = \frac{\int_V z dV}{\int_V dV}$$

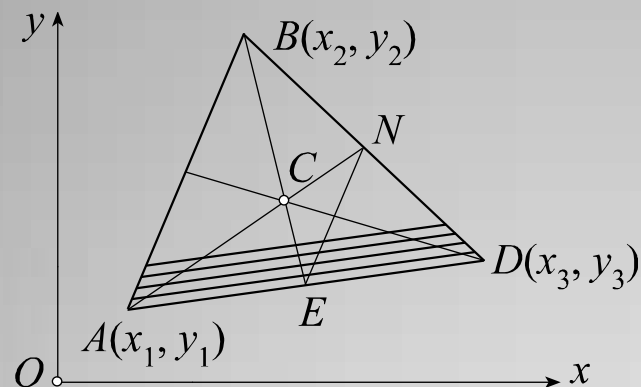
- homogena ploča

$$x_C = \frac{\int_A x dA}{\int_A dA}, y_C = \frac{\int_A y dA}{\int_A dA}, z_C = \frac{\int_A z dA}{\int_A dA}$$

- homogena linija

$$x_C = \frac{\int_L x dL}{\int_L dL}, y_C = \frac{\int_L y dL}{\int_L dL}, z_C = \frac{\int_L z dL}{\int_L dL}$$

- Težište površine trougla

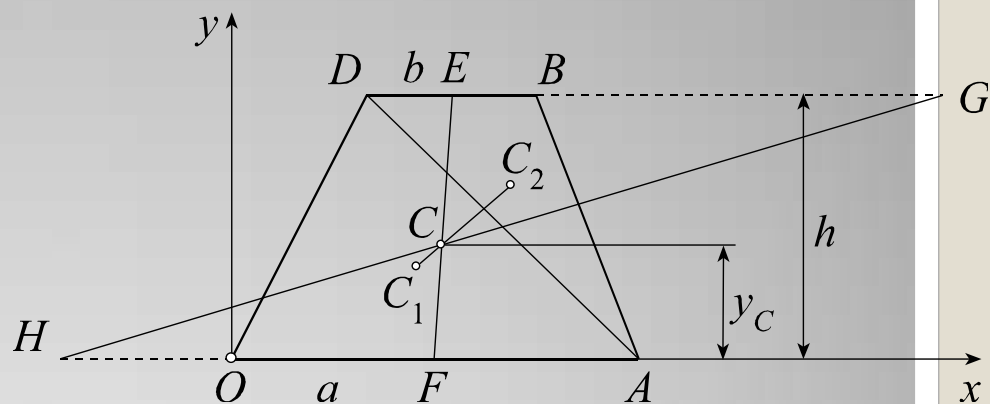


$$\overline{CE} = \frac{\overline{BE}}{3}$$

$$x_C = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

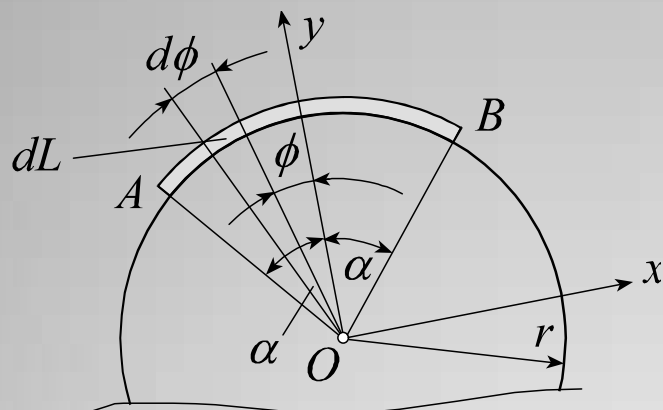
$$y_C = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

- Težište površine trapeza



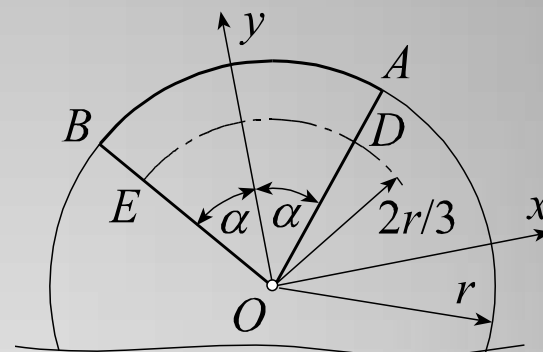
$$y_C = \frac{h}{3} \frac{a + 2b}{a + b}$$

- Težište kružnog luka



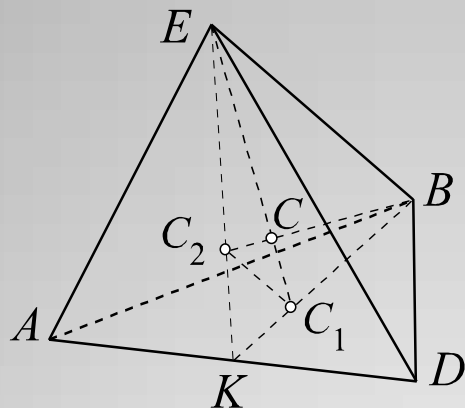
$$y_c = r \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

- Težište površine kružnog iseka



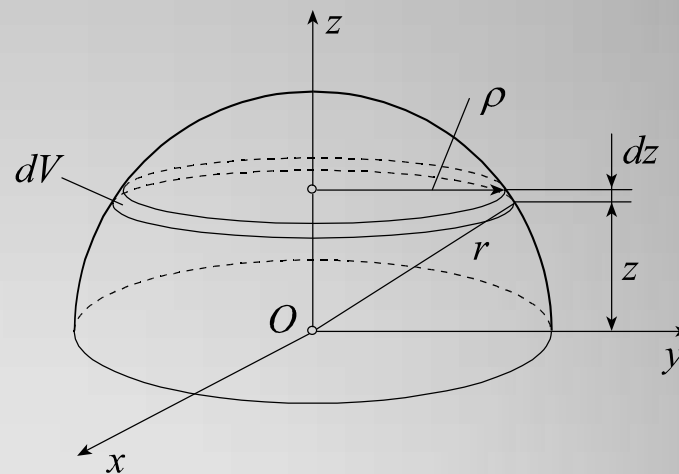
$$y_c = \frac{2}{3} r \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

- Težište zapremine piramide



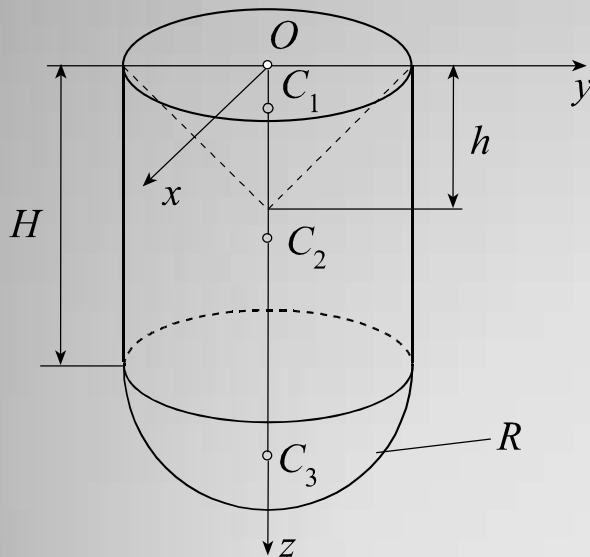
$$\overline{CC_1} = \frac{1}{3} \overline{CE} = \frac{1}{4} \overline{C_1E}$$

- Težište zapremine polulopte



$$z_C = \frac{3}{8} r$$

- Težište – primer – Izračunati težište homogenog tela sastavljenog od cilindra i polulopte, gde je iz cilindra izvađen deo konusnog oblika.



Pošto je z osa simetrije ovog homogenog tela, težište se nalazi na toj osi. Zapremine V_1 , V_2 i V_3 cilindra, polulopte i konusa iznose

$$V_1 = \pi R^2 H, \quad V_2 = \frac{2}{3} \pi R^3, \quad V_3 = \frac{\pi}{3} R^2 h.$$

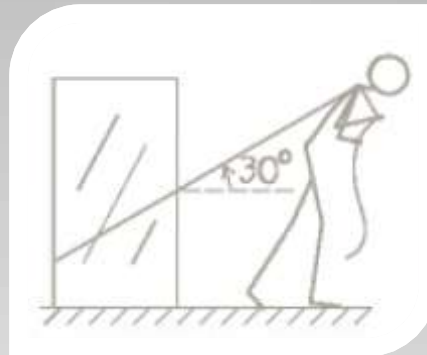
Koordinate težišta ovih delova iznose

$$z_1 = \frac{H}{2}, \quad z_2 = H + \frac{3}{8} R, \quad z_3 = \frac{h}{4}.$$

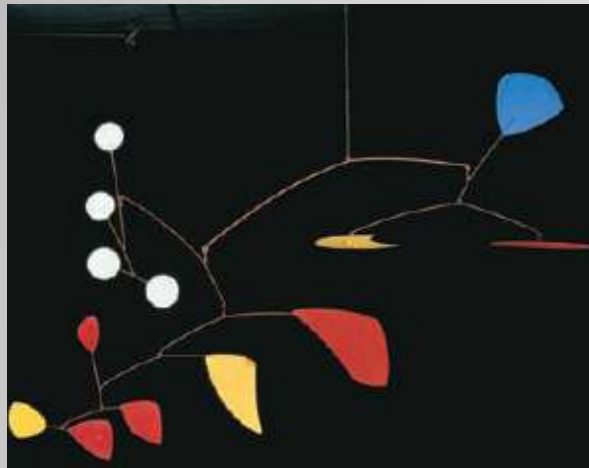
Koristeći (2.71), i uzimajući u obzir da se do datog tela dolazi oduzimanjem zapremine konusa od zapremine cilindra, dobija se položaj težišta tela

$$z_C = \frac{V_1 z_1 + V_2 z_2 - V_3 z_3}{V_1 + V_2 - V_3} = \frac{6H^2 + 8RH + 3R^2 - h^2}{4(3H + 2R - h)}.$$

- Neidealne veze – trenje.



- Težište.



Šte smo naučili?