

6.2 Dinamika fluida

Do sada smo proučavali fluide u stanju mirovanja i došli do veoma bitnih zakonitosti koje važe za njih. Fluidi međutim, prema samoj njihovoj definiciji, kao osnovnu osobinu imaju to da mogu da *teku*, odnosno da se kreću. Svakodnevni primeri su: dim koji stvara vatra, strujanje vode u rekama i cevima vodovoda, krv koja cirkuliše kroz krvne sudove, ... Odmah se nameće niz pitanja: zašto se dim uvija i stvara vrtloge prilikom podizanja? Zašto se povećava brzina strujanja vode kroz crevo kada mu promenimo presek? Kako telo reguliše protok krvi kroz krvne sudove? Ovo su pitanja na koja se može dobiti odgovor u okviru fizike fluida u kretanju, odnosno dinamike fluida.

6.2.1 Veza protoka i brzine strujanja

Protok fluida Q , se definiše kao zapremina koja u jedinici vremena prodje kroz neku tačku (preciznije bi bilo reći kroz neku površinu), odnosno¹³

$$Q = \frac{V}{t}. \quad (6.11)$$

SI jedinica za protok je m^3/s , ali se u svakodnevnoj upotrebi nalaze i neke druge jedinice. Najčešća je litar u minuti, pa tako na primer srce odrasle osobe koja miruje, ima protok krvi od 5,00 litara u minuti.

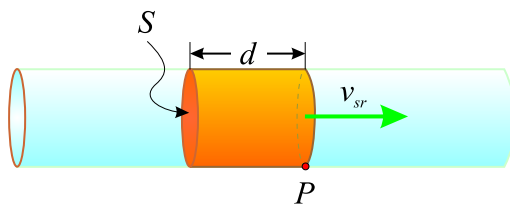
P r i m e r X. Koliko kubnih metara krvi prodje kroz srce za prosečan životni vek od 75,0 godina?

R e š e n j e. Tražena zapremina je

$$V = Qt = \frac{5,00 \text{ l}}{1 \text{ min}} (74 \text{ god}) \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ l}} (5,26 \times 10^5 \text{ min/god}) = 1,97 \times 10^5 \text{ m}^3.$$

Obzirom na gustinu krvi, ovo je oko 200 000 tona krvi što predstavlja impresivnu vrednost. Protok i brzina strujanja su povezane, iako različite, fizičke veličine. Tako na primer, što je veća brzina rečnog toka, to će veća količina vode da protekne njome, odnosno biće veći zapreminski protok reke. Međutim, protok zavisi i od veličine reke, odnosno njenog poprečnog preseka. Jasno je da će, mnogo više vode u jedinici vremena proteći relativno sporim Dunavom, nego nekim brzim planinskom potokom.

¹³Ove je definicija *zapreminskog* protoka. Na analogan način se definiše i maseni protok kao masa fluida koja u jedinici vremena protekne kroz poprečni presek cevi kroz koju struji fluid.



Slika 6.30: Protok fluida koji struji kroz cev konstantnog preseka srednjom brzinom v_{sr} .

Fluid koji se nalazi u osenčenom cilindru na slici 6.30 ima zapreminu $V = Sd$ i on za vreme t prodje kraj tačke P na slici, odnosno kroz poprečni presek cevi površine S . U jedinici vremena će proteći

$$\frac{V}{t} = \frac{Sd}{t}$$

fluida. Kako je V/t zapreminski protok Q , a srednja brzina proticanja fluida $v_{sr} = d/t$, dobija se jednačina

$$Q = Sv_{sr}, \quad (6.12)$$

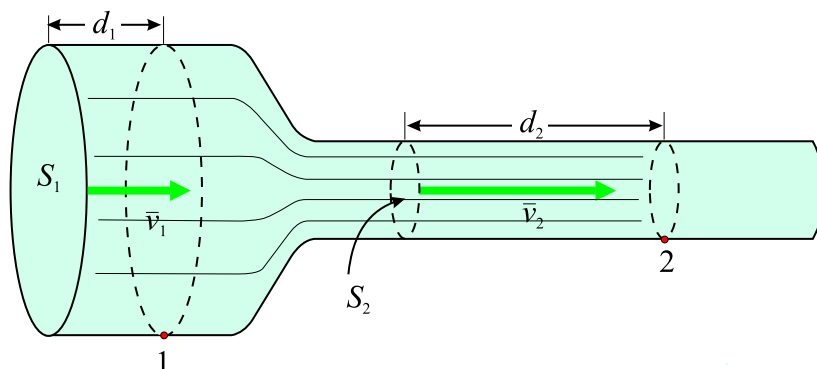
koja povezuje protok i srednju brzinu strujanja fluida.

6.2.2 Jednačina kontinuiteta

Šta se dešava ukoliko cev kroz koju protiče fluid nije stalno istog poprečnog preseka? Poznato je da ukoliko na neki način smanjimo poprečni presek baštenskog creva kroz koje struji voda, primetićemo da ona ističe većom brzinom. Slično se dešava i na mestima gde se rečno korito sužava, tamo nastaju brzaci. Suprotno, ukoliko reka naidje na proširenje, voda će teći sporije, ali će se tok ponovo ubrzati na mestu gde se njeno korito sužava. Drugim rečima brzina strujanja raste kada površina poprečnog preseka opada i obrnuto. Na slici 6.31 je prikazano proticanje fluida kroz cev nejednakog poluprečnika.

Ukoliko je fluid čije je proticanje prikazano na slici nije stišljiv (pod dejstvom pritiska mu se ne menja zapremina), ista zapremina fluida će za isto vreme t da protekne kraj tačaka 1 i 2, odnosno

$$V = S_1 d_1, \quad V = S_2 d_2.$$



Slika 6.31: Što je cev uža, ista zapremina fluida zauzima veći deo cevi.

Kako su putevi d_1 i d_2 koje su iste količine fluida prešle, date relacijama $d_1 = v_{1sr}t$ i $d_2 = v_{2sr}t$, iz jednakosti zapremina (i protoka) se dobija

$$S_1 v_{1sr} = S_2 v_{2sr}. \quad (6.13)$$

Ova jednačina je u dinamici fluida poznata pod nazivom **jednačina kontinuiteta** i važi za sve nestišljive fluide. Prema njoj, brzina fluida je veća tamo gde je presek fluida manji i obrnuto. Drugim rečima, fluid se ubrzava u smeru suženja cevi a to znači da u tom smeru deluje sila.¹⁴ Ova sila nastaje usled razlike pritiska, pa se nameće zaključak da je pritisak veći u širem delu cevi (gde je brzina strujanja manja) a niži u užem delu cevi (gde je brzina strujanja veća).

6.2.3 Bernulijeva jednačina

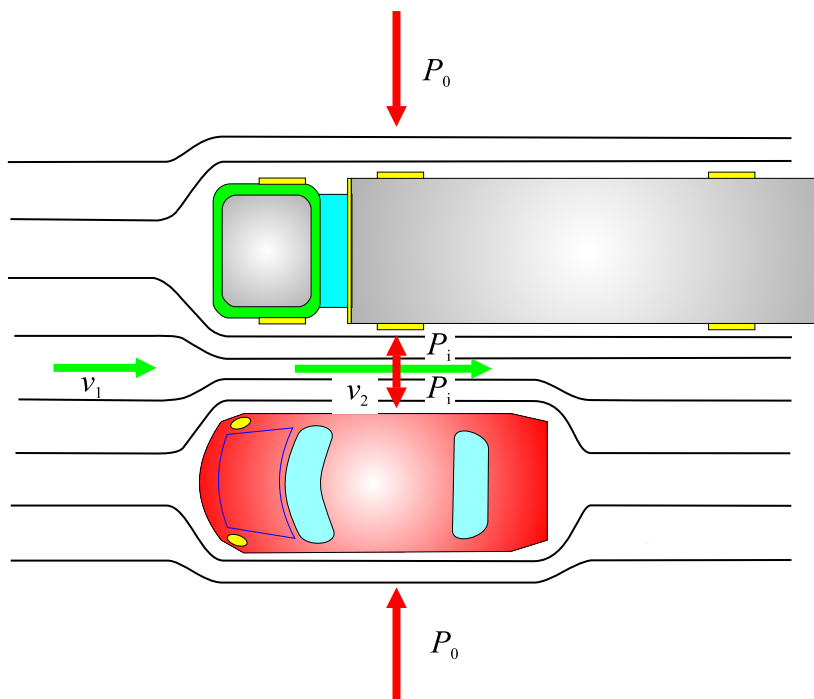
Kada reka teče kroz kanal koji se postepeno sužava, njena brzina raste. Porast brzine nas navodi na zaključak da će porasti i kinetička energija, pa se možemo zapitati odakle se pojavljuje ta dodatna energija? Već smo pomenuli da fluid teče usled razlike u pritiscima, a sila koja se usled te razlike pojavljuje vrši rad i povećava energiju fluida.

Postoji niz primera opadanja pritiska u pravcu duž koga se povećava brzina strujanja fluida. Zavese u tuš kabinama se, pri uključivanju tuša, povijaju prema unutra. Razlog je što tok vode i vazduha kreira negativan kalibrisani pritisak¹⁵ unutar tuš kabine, pa usled toga atmosferski pritisak koji vlada sa druge strane zavese, je pomera ka unutrašnjosti kabine.

¹⁴Ovakva zaključak direktno sledi iz II Njutnovog zakona.

¹⁵Podsetimo se za pritisak koji je manji od atmosferskog kaže da je negativan.

Takodje može da se primeti da prilikom preticanja kamiona na auto putu na automobil deluje sila koja je usmerena ka kamionu. Razlog je isti, veća brzina vazduha izmedju automobila i kamiona, od one sa njihovih suprotnih strana, kreira negativan kalibrisani pritisak, tako da na automobil (i kamion) deluje sila izazvana razlikom pritisaka prikazana na slici 6.32.¹⁶



Slika 6.32: Usled razlike u pritiscima javlja se efekat guranja automobila i kamiona jednog prema drugome.

Bernulijeva jednačina

Veza izmedju pritiska i brzine fluida je data Bernulijevom jednačinom,¹⁷ prema kojoj je, za nestišljivi fluid bez unutrašnjeg trenja, konstantna sledeća suma

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{constant}. \quad (6.14)$$

¹⁶Opisani efekat je registrovan polovinom 19. veka, kada je primećeno da se vozovi koji se susreću naginju jedan ka drugome.

¹⁷Daniel Bernoulli (1700-1782), Švajcarski naučnik.

U ovom izrazu je P apsolutni pritisak, ρ gustina fluida, h je visina fluida iznad nekog referentnog nivoa a g je ubrzanje Zemljine teže. Ukoliko posmatramo mali deo zapremine fluida duž njegove putanje pri strujanju, možemo da kažemo da će veličine koje se pojavljuju u ovoj jednačini moći da se menjaju, ali će njihov zbir pri tome ostati konstantan. Ukoliko indeksima 1 i 2 označimo dve tačke duž posmatrane putanje pri strujanju fluida, Bernulijeva jednačina poprima oblik

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2. \quad (6.15)$$

Bernulijeva jednačina je direktna posledica zakona očuvanja energije. Drugi i treći sabirak na primer, podsećaju na kinetičku i potencijalnu energiju, pri čemu u izrazima, umesto mase stoji gustina, odnosno masa po jedinici zapremine. Tako drugi sabirak može da se zapiše kao

$$\frac{1}{2}\rho v^2 = \frac{mv^2/2}{V} = \frac{E_k}{V},$$

odakle se vidi da predstavlja kinetičku energiju jedinice zapremine fluida. Na sličan način, treći sabirak je

$$\rho gh = \frac{mgh}{V} = \frac{E_p}{V},$$

što znači da predstavlja gravitacionu potencijalnu energiju jedinice zapremine fluida.

Primetimo da i pritisak P takodje ima dimenzije energije po jedinici zapremine.¹⁸ Na taj način možemo da zaključimo da je Bernulijeva jednačina, u stvari, zakon održanja energije primenjen na jedinicu zapremine nestišljivog fluida. Da bi bolje razumeli ovu, veoma važnu jednačinu, navešćemo niz situacija u kojima se ona uprošćava i konkretizuje.

Bernulijeva jednačina za statične fluide

Razmotrimo za početak situaciju kada je fluid u stanju mirovanja, odnosno kada je $v_1 = v_2 = 0$. Bernulijeva jednačina u tom slučaju postaje

$$P_1 + \rho gh_1 = P_2 + \rho gh_2.$$

Ukoliko uzmemo da je $h_2 = 0$, što znači da smo taj nivo izabrali kao referentni, ova relacija postaje

$$P_2 = P_1 + \rho gh_1,$$

¹⁸Ovaj sabirak zapravo ima veze sa radom koji vrše sile pritiska.

gde h_1 predstavlja visinsku razliku nivoa 1 i 2. To znači, da u statičnom fluidu, pritisak raste sa dubinom i ukoliko se pomerimo sa tačke 1 u tačku 2 u fluidu, pritisak P_2 je veći od pritiska P_1 za ρgh_1 . Na taj način vidimo da je pritisak za koji znamo da postoji u statičnom fluidu, kao posledica njegove težine i koji ima vrednost ρgh , u stvari već uključen u Bernulijevu jednačinu. Dakle, iako je ova jednačina vezana za dinamiku fluida, ona sadrži u sebi i dobro opisuje i fluid koji je u stanju mirovanja.

Bernulijev princip

Druga važna situacija je kada se fluid kreće stalno na istoj visini/dubini, odnosno kada je $h_1 = h_2$. U tom slučaju, Bernulijeva jednačina postaje

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2. \quad (6.16)$$

Strujanje fluida na istoj visini je toliko važno, da se zaključak koji sledi iz primene Bernulijeve jednačine na njega zove **Bernulijev princip**. Već je naglašeno da pritisak opada sa porastom brzine strujanja fluida. Sada vidimo da je i to sadržano u Bernulijevoj jednačini. Na primer, ako je v_2 veće od v_1 , prema jednačini (6.16), P_2 mora da bude manji pritisak od P_1 .

Primena Bernulijevog principa

Postoji niz uređjaja i situacija u kojima fluid struji na konstantnoj visini i stoga može biti analiziran na osnovu Bernulijevog principa.¹⁹

Visok pritisak koji vlada oko fluida koji brzo struji primorava drugi fluid da bude uvučen u struju prvog fluida. Uređjaji koji rade na ovom principu se koriste još od antičkih vremena; na primer kao pumpe koje su podizale vodu na manje visine ili pak služile za isušivanje močvarnog zemljišta.

Na slici 6.33 je prikazan niz takvih naprava. Na prvom delu je skica Bunzenovog plamenika u kojem se kroz mlaznicu promenljivog prečnika propušta prirodni gas, koji stvarajući potpritisak uvlači vazduh da bi se napravila odgovarajuća smeša koja se zatim pali. Na drugom delu iste slike je prikazan raspršivač u kojem se gumenom pumpicom stvara struja vazduha koja prelazi iznad cevčice uronjene u parfem i na taj način izvlači njegove kapljice. Bočice sa sprejevima i karburatori na sličan način izazivaju kretanje delića fluida. Treći deo slike predstavlja aspirator koji koristi brzu struju

¹⁹Napomenimo da je ljudski rod umeo da u praksi primenjuje Bernulijev princip mnogo pre nego što je on teorijski formulisan.