**INŽENJERSTVO ZAŠTITE ŽIVOTNE SREDINE I ZAŠTITE NA RADU**
**II KOLOKVIJUM IZ FIZIKE II**
**rešeni primer**

*OPŠTI PODACI:*
Plankova konstanta: $h = 6,626 \cdot 10^{-34} Js$;
Elektron volt: $1eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J$;
Konverzija temperature: $T[K] = t[°C] + 273$;
Štefan-Bolcmanova konstanta: $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$;
Brzina svetlosti u vakuumu: $c = 3 \cdot 10^8 m/s$;
Masa elektrona: $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} kg$;
Vinova konstanta: $b = 2,9 \cdot 10^{-3} m \cdot K$;
Avogadrov broj: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} mol^{-1}$

## TEMA 1

*Teorija (2%):* **Izvesti relaciju (uz odgovarajuću skicu) za difrakciju svetlosti talasne dužine $\lambda$ koja pada normalno na difrakcionu rešetku konstante $a$.**

Teorija iz praktikuma na strani 26.

*Zadatak (3%):*

a) **Pod kojim uglom se vidi maksimum drugog reda ako svetlost talasne dužine $\lambda = 630nm$ pada normalno na difrakcionu rešetku koja ima $N = 60$ zareza po milimetru?**

b) **Ako je udaljenost ekrana od rešetke $\ell = 900mm$, na kom rastojanju od centralnog maksimuma se formira maksimum drugog reda?**

**REŠENJE:**
a) Konstanta ove optičke rešetke je

$$a = \frac{1}{N} = \frac{1}{60mm^{-1}} = 0,0167mm$$

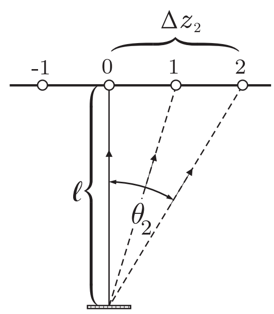
, odnosno $a = 1,67 \cdot 10^{-5} m$. Na osnovu formule

$$n\lambda = a \sin\theta_n$$

za $n = 2$ nalazimo

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{2\lambda}{a}\right) = \arcsin\left(\frac{2 \cdot 630 \cdot 10^{-9} m}{1,67 \cdot 10^{-5} m}\right) = 4,33°$$

b) Sa slike se vidi da važi relacija




$$\tan\theta_2 = \frac{\Delta z_2}{\ell}$$

odakle sledi

$$\Delta z_2 = \ell \tan\theta_2 = 900mm \cdot \tan 4.33° = 68,1mm$$

## TEMA 2

*Teorija (2%):* **Objasniti u kratkim crtama Raderford-Borov model atoma.**

Atom se sastoji iz pozitivno naelektrisanog jezgra i negativno naelektrisanog omotača. Jezgro ima znatno manje dimenzije od samog atoma (tačkasti objekat) i gotovo sva masa atoma je skoncentrisana u jezgru. Omotač čine elektroni (lake čestice) koje se kreću oko jezgra u okviru stabilnih orbita pod dejstvom Kulonove sile.
Egzaktan model atoma primenjiv na atome koji se sastoje iz jezgra i omotača koji ima samo jedan elektron (Vodonik, jednostruko jonizovani atom Helijuma, dvostruko jonizovani atom Litijuma itd.) dao je Bor. Borovi postulati su:

- Od svih mogućih orbita elektrona u atomu dozvoljene su samo one za koje je moment impulsa jednak celobrojnom umnošku konstante $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, gde je $h$ Plankova konstanta:

$$L = mvr = n\hbar \qquad\qquad (n = 1, 2, 3, ...)$$

- Pri kretanju elektrona po dozvoljenoj orbiti atom ne zrači elektromagnetni talas, što znači da za njega ne važe zakoni klasične elektrodinamike.

- Pri prelasku elektrona sa orbite kojoj odgovara energija $E_n$ na orbitu sa energijom $E_k$, emituje se ili apsorbuje foton čija je energija

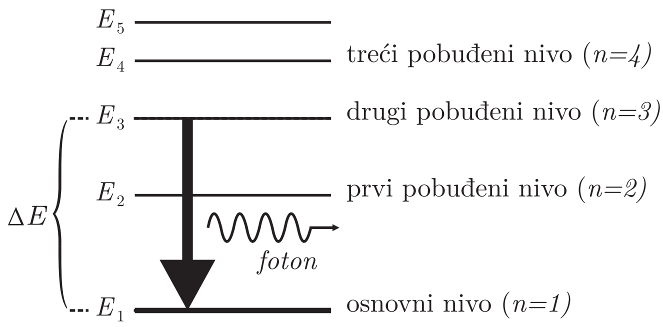
$$\Delta E = h\nu = |E_n - E_k|$$

*Zadatak (3%):* **Ako je izraz za energiju na $n$-tom nivou u atomu vodonika ($n = 1, 2, 3...$) prema Borovom modelu:**

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2}[eV]$$

**odrediti energiju i talasnu dužinu fotona prilikom povratka elektrona sa drugog pobuđenog u osnovno stanje.**
**REŠENJE:**

Prelaz elektrona sa drugog pobuđenog u osnovno stanje uz emisiju fotona prikazano je na slici. Prema trećem postulatu energija emitovanog fotona je




$$\Delta E = |E_3 - E_1| = \left(\frac{-13,6}{3^2} - \frac{-13,6}{1^2}\right) eV =$$

$$= -13,6eV\left(\frac{1}{9} - 1\right) = 12,1eV$$

Talasnu dužinu fotona nalazimo pomoću Plankove relacije

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \Delta E$$

gde je $h$ Plankova konstanta, a $c$ brzina svetlosti u vakuumu. Dakle

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$$

Da bi izračunata talasna dužina bila u metrima, energiju datu u elektronvoltima moramo pretvoriti u Džule.

$$\Delta E = 12,1eV = 12,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}J = 1,94 \cdot 10^{-18}J$$

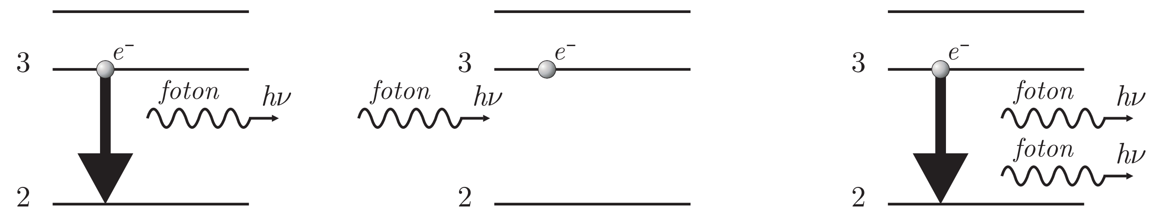
Sledi talasna dužina fotona

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,94 \cdot 10^{-18}} = 1,02 \cdot 10^{-7}m = 102nm$$

## TEMA 3

*Teorija (3%):* **Spontana i stimulisana emisija. Inverzna naseljenost uz skicu i princip rada lasera.**

Atom je objekat koji teži da zauzme stanje sa najnižom mogućom energijom. Ukoliko se atom, odnosno njegov elektron pri sudaru sa drugom česticom (drugi atom, foton, itd.) pobudi u više energetsko stanje, on se posle izvesnog vremena vraća u raspoloživo stanje sa najmanjom mogućom energijom. Proces povratka elektrona bez interakcije sa nekom drugom česticom uz emisiju jednog ili više fotona je spontana emisija (Slika). Vreme koje elektron provodi u pobuđenom stanju može biti veoma kratko ili veoma dugačko (od nekoliko nanosekundi do desetina miliona godina). Energetski nivoi sa veoma dugim vremenom života nazivaju se metastabilna stanja. Stimulisana emisija se dešava kada foton naiđe na već pobuđeni atom, a energija mu je tačno jednaka razlici energija nekih nivoa (Slika).

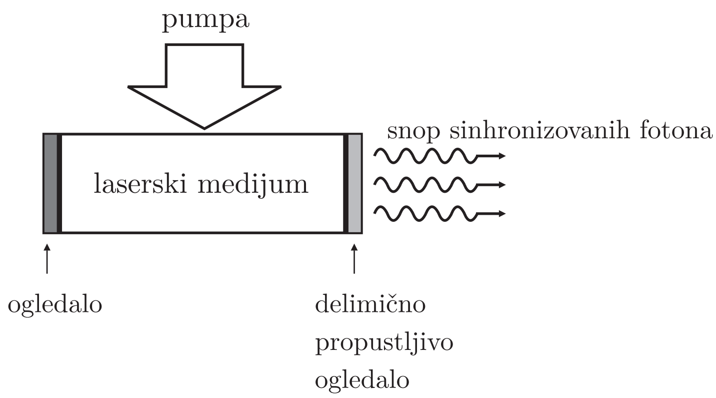



Spontana emisija fotona prilikom povratka elektrona sa nivoa 3 u nivo 2.

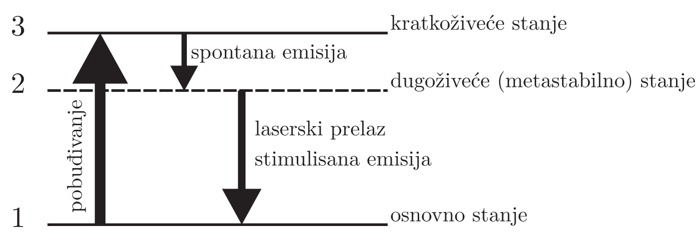
Foton nailazi na atom čiji se elektron nalazi u pobuđenom stanju. Energija fotona je tačno jedanka razlici energija nivoa 2 i 3.

Stimulisana emisija: Foton izaziva (indukuje) prelaz elektrona sa nivoa 3 u nivo 2. Dobijaju se dva jednaka fotona (imaju istu energiju, ali i isti pravac i smer kretanja) .

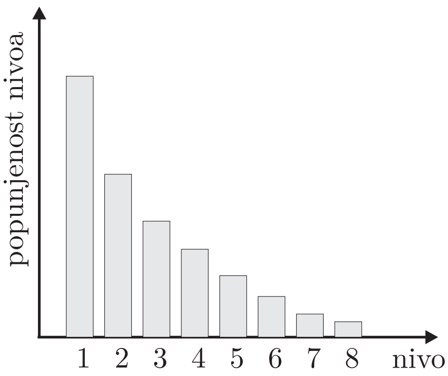
Princip rada lasera zasniva se na umnožavanju efekta stimulisane emisije što se postiže optičkim pumpanjem supstance koja se nalazi između dva paralelna ogledala. Šematski prikaz lasera prikazan je na slici.



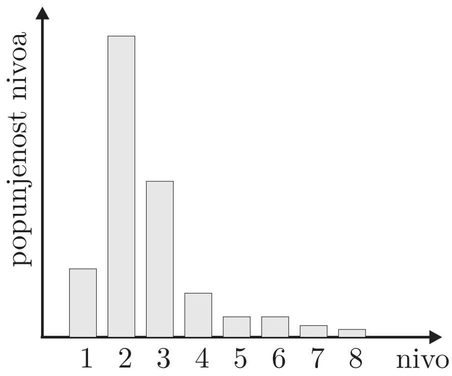

Laserski medijum je transparentna supstanca (u čvrstom ili gasovitom stanju). Tzv. optička pumpa služi za dovođenje energije u medijum tj. služi da znatan broj atoma dovede u pobuđeno stanje. Emitovani fotoni se umnožavaju, ali efikasno samo u pravcu ogledala, pri čemu je jedno delimično propustljivo. Delimično propustljivo ogledalo omogućava da deo fotona napušta medijum. Kako svi fotoni koji napuštaju medijum imaju istu energiju, dobijamo monohromatski snop svetlosti (određene talasne dužine). Lasersko zračenje je koherentno zračenje.
Stimulisana emisija moguća je samo ako medijum sadrži takve atome, odnosno molekule koji imaju metastabilna stanja. Lasersko pumpanje podrazumeva pobuđivanje atoma u kratkoživeće stanje, koje se zatim spontano prazni u neko dugoživeće stanje. Broj atoma koji se nalazi u metastabilnom stanju postaje znatan. Time se povećava verovatnoća stimulisane emisije.



U ravnotežnom stanju (stanje termalne ravnoteže) popunjenost nivoa neke vrste molekula je prikazan na Slici pod a. U laserima, optičkim pumpanjem postiže se tzv. inverzna naseljenost (Slika b).




***a*** Regularna naseljenost (popunjnost nivoa) u termalnoj ravnoteži




***b*** Inverzna naseljenost (popunjenost nivoa) Stanje tokom emisije laserske svetlosti.

Snaga laserskog snopa je

$$P = \frac{\Delta N h\nu}{\Delta t} \qquad [W]$$

gde je $\Delta N$ broj fotona energije $h\nu$ koji napuštaju laserski medijum u vremenskom intervalu $\Delta t$. S obzirom na vezu $\nu = \frac{c}{\lambda}$, snaga izražena preko talasne dužine svetlosti je

$$P = \frac{\Delta N hc}{\lambda \Delta t} \qquad [W]$$

*Zadatak (2%):* **Koliko fotona emituje laser snage $P = 5mW$ u toku jedne sekunde koji radi na talasnoj dužini $\lambda = 480nm$?**
**REŠENJE:**
S obzirom na izraz za snagu laserske svetlosti

$$P = \frac{\Delta N hc}{\lambda \Delta t}$$

sledi broj emitovanih fotona u vremenskom intervalu $\Delta t$

$$\Delta N = \frac{\lambda P \Delta t}{hc}$$

Brojno

$$\Delta N = \frac{4,8 \cdot 10^{-7} m \cdot 5 \cdot 10^{-3} W \cdot 1s}{6,63 \cdot 10^{-34} Js \cdot 3 \cdot 10^{8} m/s} = 1,2 \cdot 10^{16} fotona$$

**TEMA 4**
*Teorija (2%):* **Objasniti fotoelektrični efekat uz Ajnštajnovu relaciju.**

Ukratko teoretski deo iz praktikuma na stranama 39 i 40.

*Zadatak (3%):* **Odrediti brzinu elektrona koji pod dejstvom svetlosti talasne dužine $\lambda = 420nm$ izleću iz Litijuma. Izlazni rad za Litijum je $A_i = 2,4eV$. Kolika je crvena granica za Litijum?**
**REŠENJE:**

Na osnovu Ajnštajnove relacije

$$\frac{hc}{\lambda} = A_i + \frac{mv^2}{2}$$

nalazimo

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - A_i\right)}$$

Konvertujemo dati izlazni rad sa eV u Džule

$$A_i = 2,4eV = 2,4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}J = 3,84 \cdot 10^{-19}J$$

Sada uvrštavamo brojne vrednosti

$$v = \sqrt{\frac{2}{9,11 \cdot 10^{-31}kg}\left(\frac{6,63 \cdot 10^{-34}Js \cdot 3 \cdot 10^8 m/s}{4,2 \cdot 10^{-7}m} - 3,84 \cdot 10^{-19}J\right)} = 4,43 \cdot 10^5 m/s$$

Crvenu granicu za fotoefekat na datom metalu određujemo pomoću Ajnštajnove relacije uz uslov da je kinetička energija elektrona koji napuštaju metal jednaka nuli:

$$\frac{hc}{\lambda_c} = A_i$$

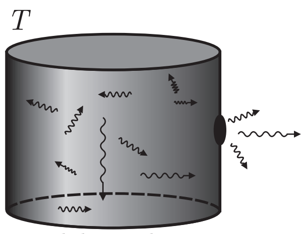
Sledi

$$\lambda_c = \frac{hc}{A_i} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}Js \cdot 3 \cdot 10^8 m/s}{3,84 \cdot 10^{-19}J} = 5,18 \cdot 10^{-7}m = 518nm$$

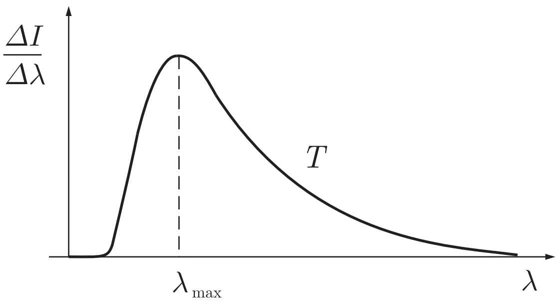
**TEMA 5**

*Teorija (2%):* **Zračenje apsolutno crnog tela. Skicirati Plankovu funkciju $\left(\frac{\Delta I}{\Delta \lambda}\right)$ i objasniti značenje Štefan-Bolcmanovog i Vinovog zakona.**

Kvantna priroda elektromagnetngo zračenja se odražava na spektru termalnog zračenja. Apsolutno crno ne reflektuje niti rasejava zračenje, ali u potpunosti apsorbuje i reemituje yračenje. Crno telo je čisto toplotni emiter. Može se realizovati u vidu šupljeg cilindra koji ima mali otvor i toplotno je izolovan. EM talasi koji prođu kroz otvor, nakon više refleksija u potpunosti se absorbuju. Zračenje koje izlazi iz otvora je zračenje apsolutno crnog tela. Na primer zatvorena grnčarska peć sa otvorom za gledanje je skoro idealno apsolutno crno telo. U prirodi Sunce je apsolutno crno telo.




model apsolutno crnog tela




spektar elektormagnetnog zračenja apsolutno crnog tela na temperaturi $T$

Spektar apsolutnog crnog tela je kontinualan sa izraženim makismumom na odgovarajućoj talasnoj dužini ($\lambda_{max}$) koja zavisi od temperature na kojoj se nalazi crno telo. Ukupan intenzitet zračenja crnog tela je izračena energija u jedinici vremena sa jedinice površine po svim talasnim dužinama. Za crno telo na temperaturi $T$ ukupan intenzitet je dat u vidu Štefan-Bolcmanovog zakona

$$I = \sigma T^4 \qquad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

gde je $\sigma$ Štefan-Bolcmanova konstanta ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$). Funkcija data na slici je raspodela intenziteta zračenja crnog tela po talasnim dužinama. Ukupan intenzitet je zapravo površina izpod date funkcije. Talasna dužina koja odgovara maksimumu raspodele ($\lambda_{max}$) na temperaturi $T[K]$ je data Vinovim zakonom:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} \qquad [m]$$

gde je $b$ Vinova konstanta ($b = 2,9 \cdot 10^{-3} m \cdot K$). $\lambda_{max}$ nam daje odgovor u kojoj oblasti spektra je zračenje crnog tela dominantno. Na primer za sijalicu sa užarenim vlaknom koja ima temperaturu $T = 2700K$ maksimum se nalazi na talasnoj dužini

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3} m \cdot K}{2700K} = 1074nm$$

odakle saznajemo da ona dominantno zrači u infracrvenoj oblasti spektra. Sunce ima temperaturu od $T = 5800K$, pa je

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3} m \cdot K}{5800K} = 500nm$$

što je za čoveka središnji deo vidljivog dela spektra.
Kao što vidimo apsolutno crno telo uopšte nije crno - termin crno odnosi se na njegovu sposobnost da u potpunosti apsorbuje EM zračenje svih talasnih dužina.
Idealni primer zračenja apsolutno crnog tela je i mikrotalasno pozadinsko zračenje koje danas ima temperaturu od oko $T = 2,7K$ i prožima ceo kosmos. Ovo zračenje potiče iz rane faze nastanka kosmosa-nisu postojale zvezde niti galaskije. Detektovano je 60-tih godina prošlog veka.

*Zadatak (3%):*
**Temperatura neke udaljene zvezde iznosi $T = 4500K$. Odrediti:**

a) **Talasnu dužinu maksimuma spektralne gustine zračenja $\lambda_{max}$. U kom delu spektra je dominantno zračenje ove zvezde (UV, vidljivo ili IC)?**

b) **Ukupnu snagu koju zrači ova zvezda ako je njen poluprečnik $R = 8 \cdot 10^{10} m$.**

**REŠENJE:**

a) Prema Vinovom zakonu

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3} m \cdot K}{4500K} = 6,44 \cdot 10^{-7} m = 644nm$$

što je crvena boja-vidljivi deo spektra. Ovakve zvezde zovu se "crveni džin".
b) Ukupan intenzitet je prema Štefan-Bolcmanovom zakonu

$$I = \sigma T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot (4500K)^4 = 2,3 \cdot 10^7 \frac{W}{m^2} = 23 \frac{MW}{m^2}$$

Ukupna snaga je

$$P = I \cdot S$$

gde je $S$ površina sfere

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi (8 \cdot 10^8 m)^2 = 8 \cdot 10^{18} m^2$$

Konačno

$$P = IS = 2,3 \cdot 10^7 \frac{W}{m^2} \cdot 8 \cdot 10^{18} m^2 = 1,84 \cdot 10^{26} W$$

**TEMA 6**
*Teorija (2,5%):* **Izvesti De Broljevu relaciju za talasnu dužinu fotona, a zatim je uopštiti na čestice. Koji eksperiment potvrđuje talasna svojstva elektrona?**

De-Brolj je uspostavio jednostavnu vezu koja kvantitativno povezuje talasnu dužinu i impuls mikroobjekta. Plankova relacija za energiju fotona je

$$E_f = \frac{hc}{\lambda}$$

a Ajnštajnov izraz za relativističku energiju je

$$E = mc^2$$

De-Brolj postulira da foton iako nema masu mirovanja poseduje impuls

$$p = mc$$

što nam u kombinaciji sa Ajnštajnovom relacijom daje energiju fotona

$$E = pc$$

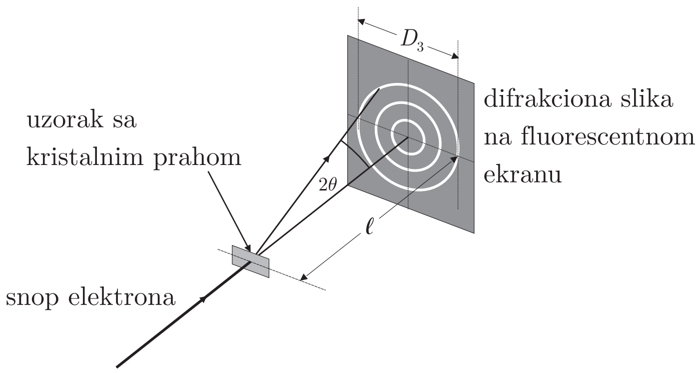
Ako izjednačimo sada Plankov i De-Brolj-Ajnštajnov izraz

$$\frac{hc}{\lambda} = pc$$

nalazimo vezu

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Ova relacija je čuvena De-Broljeva relacija koja izražava dualnu osobinu mikroobjekata. Impuls je tipično čestična veličina, a talasna dužina se odnosi na talase. Ako se relacija uopšti i na elektrone, protone i ostale objekte, sledi da je u osnovi priroda dualističkog karaktera. Elektron je istovremeno i talas i čestica, neutron takođe, proton pa čak i molekuli.
Ova tvrdnja eksperimentalno je dokazana i ušla je u svakodnevnu primenu-elektronski mikroskop. Na primer difrakcija elektrona na kristalnom prahu potvrđuje talasne osobine elektrona. Snopovi neutrona takođe ispoljavaju interferencionu efekte što su čisto talasni fenomeni, itd. De-Brojleva hipoteza jedino nema potvrdu za makrobjekte jer je van današnjih eksperimentalnih mogućnosti.




*Zadatak (2,5%):* **Odrediti De Broljevu talasnu dužinu molekula vode koji se kreću brzinom $v = 2000 m/s$. Molarna masa je $M_{H_2O} = 18 g/mol$.**

**REŠENJE:**

Masa jednog molekula vode je

$$m = \frac{M_{H_2O}}{N_A} = \frac{0,018kg}{6 \cdot 10^{23} mol^{-1}} = 3 \cdot 10^{-26} kg$$

Impuls za datu brzinu je

$$p = mv = 3 \cdot 10^{-26} kg \cdot 2000 m/s = 6 \cdot 10^{-23} kg \cdot m/s$$

Prema relaciji De-Brolja, talasna dužina datih molekula vode je

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} Js}{6 \cdot 10^{-23} kg \cdot m/s} = 1,1 \cdot 10^{-11} m = 11 pm$$

**TEMA 7**

*Teorija (2%):* **Izvesti zakon radioaktivnog raspada $N(t)$. Definisati period poluraspada $T_{1/2}$ i aktivnost uzorka $A$. Jedinica za aktivnost.**

Praktikum str. 58-59

*Zadatak (3%):* **Uzorak radioaktivnog izvora cezijuma $^{137}$Cs mase $m = 0,1 mg$ emituje $32 \cdot 10^7$ $\beta$-čestica u jednoj sekundi.**

a) **Izračunati period poluraspada ovog izotopa u godinama;**

b) **Izračunati aktivnost ovog uzorka nakon 240 godina.**

**REŠENJE:**

a) Dati podatak o broju emitovanih $\beta$ čestica u jednoj sekundi je zapravo aktivnost izvora. Ona je prema definiciji

$$A = \lambda N_0$$

gde je $\lambda$ konstanta raspada, a $N_0$ broj neraspadnutih jezgara. Broj neraspadnutih jezgara u uzorku date mase je

$$N_0 = \frac{m}{M/N_A} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3} g}{\frac{137 g/mol}{6 \cdot 10^{23} mol^{-1}}} = 4,38 \cdot 10^{17}$$

Veza između perioda poluraspada i konstante raspada je

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

Na osnovu ovih razmatranja sledi

$$A = \frac{N_0 \ln 2}{T_{1/2}}$$

odnosno

$$T_{1/2} = \frac{N_0 \ln 2}{A} = \frac{4,38 \cdot 10^{17} \cdot 0,693}{3,2 \cdot 10^8} s = 9,49 \cdot 10^8 s$$

U godinama je period poluraspada

$$T_{1/2} = \frac{4,49 \cdot 10^8}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = 30 god$$

b) Početna aktivnost je $A_0 = 320 MBq$. Aktivnost nakon vremena $t$ je

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = A_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$

Sledi brojna vrednost

$$A = 320 MBq \cdot 2^{-\frac{240}{30}} = 320 MBq \cdot 2^{-8} = 1,25 MBq$$

<u>**TEMA 8**</u>

*Teorija (2%):* **Izvesti zakon apsorpcije $\gamma$ zračenja i definisati poludebljinu $d_{1/2}$ apsorbera. Navesti tri efekta putem kojih $\gamma$-fotoni interaguju sa materijom.**

Teoretski deo iz praktikuma na strani 61-62.

*Zadatak (3%):* **Ispred snopa $\gamma$-zraka energije $E_\gamma = 0,4MeV$ nalazi se sloj vode debljine $x_1 = 10cm$. Linearni koeficijent apsorpcije za dato $\gamma$-zračenje za vodu iznosi $\mu_1 = 0,106cm^{-1}$.**

**a) Koliki procenat zračenja prođe kroz ovaj sloj vode bez interakcije?**

**b) Kolika debljina bakarne ploče $x_2$ je ekvivalentna vodenom sloju za iste zrake? Odgovarajući linearni koeficijent apsorpcije za bakar je $\mu_2 = 0,843cm^{-1}$.**

**REŠENJE:**

a) Prema zakonu apsorpcije propušteni intenzitet je

$$I = I_0 e^{-\mu_l x}$$

Od ukupnog snopa bez interakcije prođe

$$\frac{I}{I_0} = e^{-0,106cm^{-1}\cdot 10cm} = e^{-1,06} = 0,35 = 35\%$$

b) Ekvivalentnu debljinu bakarne ploče nalazimo iz uslova jednake apsorpcije

$$e^{-\mu_1 \cdot x_1} = e^{-\mu_2 \cdot x_2}$$

što se svodi na

$$\mu_1 \cdot x_1 = \mu_2 \cdot x_2$$

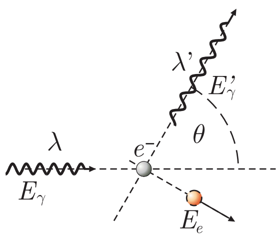
odakle sledi

$$x_2 = x_1 \frac{\mu_1}{\mu_2} = 10cm \frac{0,106}{0,843} = 1,26cm$$

<u>**Dodatni zadaci**</u>

*Zadatak (4%):* **Foton energije $E_\gamma = 1MeV$ raseje se komptonski na elektronu koji miruje, pod uglom $\theta = 30°$. Odrediti energiju rasejanog fotona $E'_\gamma$ ako je izraz za Komptonov efekat:**

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e \cdot c}(1 - \cos\theta)$$




**Energija mirovanja elektrona je $m_e \cdot c^2 = 0,511MeV$.**

**REŠENJE:**

Plankov izraz za energiju fotona je

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

pa se dati izraz za komptonov efekat može napisati preko energija

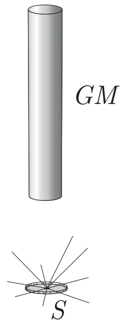
$$\frac{hc}{E'_\gamma} = \frac{hc}{E_\gamma} + \frac{h}{m_e \cdot c}(1 - \cos\theta)$$

odnosno nakon skraćivanja i sređivanja

$$\frac{1}{E'_\gamma} = \frac{1}{E_\gamma} + \frac{1}{m_e \cdot c^2}(1 - \cos\theta)$$

Sledi energija komptonski rasejanog fotona

$$E'_\gamma = \frac{1}{\frac{1}{E_\gamma} + \frac{1}{m_e \cdot c^2}(1 - \cos\theta)} = \frac{1}{\frac{1}{1MeV} + \frac{1}{0{,}511MeV}(1 - \cos 30^\circ)} = 0,792MeV$$




*Zadatak (5%):* **Ispred GM brojača postavljen je radioaktivni izvor nepoznatog perioda poluraspada. U eksperimentu koji je trajao $\Delta t_1 = 8$ minuta registrovano $\Delta N = 20000$ impulsa. Nakon 3 dana eksperiment je ponovljen pod istim uslovima sa istim uzorkom, pri čemu je registrovan isti broj impulsa, ali u toku $\Delta t_2 = 30$ minuta.**

**a) Odrediti brzinu brojanja (broj impulsa u jedinici vremena) u prvom i drugom eksperimentu?**

**b) Koliko iznosi period polurapada $T_{1/2}$ radioaktivnog izotopa u ovom uzorku?**

**c) Kolike su aktivnosti uzorka u prvom i drugom eksperimentu ako je efikasnost brojanja $\varepsilon = 1\%$. Aktivnosti izraziti u $kBq$.**

**Fon zanemariti.**

***REŠENJE:***

a) Broj impulsa u jedinici vremena je

$$\frac{\Delta N}{\Delta t_1} = \frac{20000imp}{8 \cdot 60s} = 41,7\frac{imp}{s}. \tag{1}$$

u prvom i

$$\frac{\Delta N}{\Delta t_2} = \frac{20000imp}{60 \cdot 60s} = 11,1\frac{imp}{s} \tag{2}$$

u drugom eksperimentu.

b) Broj detektovanih raspada u jedinici vremena u prvom eksperimentu je

$$\frac{\Delta N}{\Delta t_1} = \varepsilon A_0 \tag{3}$$

gde je $\varepsilon$ efikasnost brojanja, a $A_0$ aktivnost. Broj detektovanih raspada u jedinici vremena nakon vremena $t$ (3 dana) je

$$\frac{\Delta N}{\Delta t_2} = \varepsilon A_0 e^{-\lambda t}. \tag{4}$$

Deljenjem (3) sa (4) nalazimo

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = e^{\lambda t}. \tag{5}$$

Logaritmovanjem leve i desne strane jednakosti (5) nalazimo

$$\ln\left(\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\right) = \lambda t = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} t. \tag{6}$$

Iz (6) sledi

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\ln\left(\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\right)} t = 5,7dana \tag{7}$$

c) Aktivnost uzorka u prvom eksperimentu na osnovu (3) je

$$A_0 = \frac{\left(\frac{\Delta N}{\Delta t_1}\right)}{\varepsilon} = 4,17 kBq. \tag{8}$$

a u drugom

$$A = \frac{\left(\frac{\Delta N}{\Delta t_2}\right)}{\varepsilon} = 1,11 kBq. \tag{9}$$

***KATEDRA ZA FIZIKU***