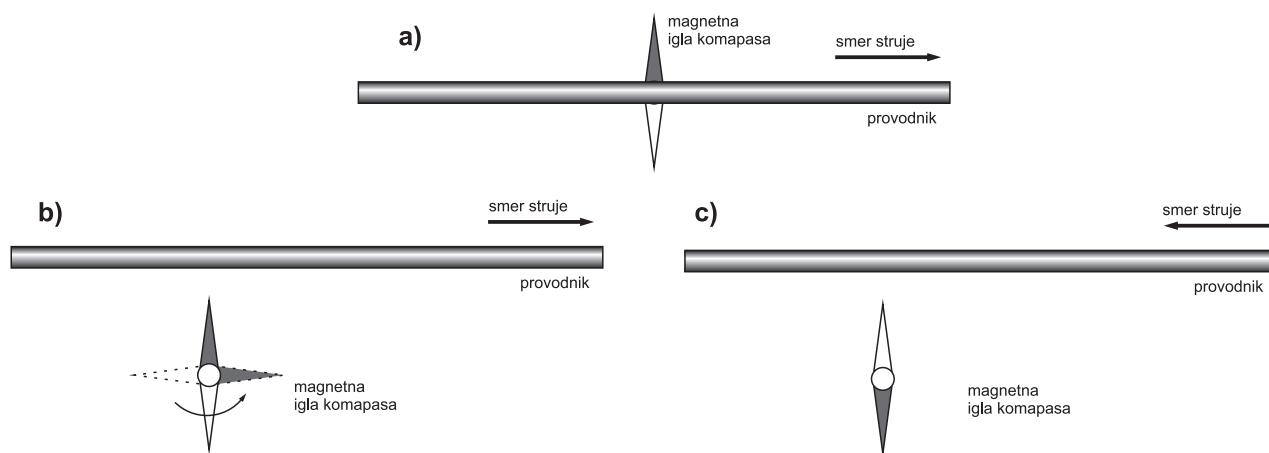


5. Predavanje

March 25, 2020

1 Elektromagnetizam

Negde u zimi 1819/1920 Danski fizičar Hans Christian Oersted držao je predavanja o elektricitetu, galvanizmu i magnetizmu studentima viših godina na univerzitetu u Kopenhagenu. Veza između elektriciteta i magnetizma tada još nije bila ustanovljena ali je Oersted intuitivno bio siguran da elektricitet i magnetizam imaju neka zajednička svojstva. Sledeći svoja uverenja, u okviru tih predavanja, ipak nije uspeo da demonstrira pred studentnima dejstvo strujnog provodnika na magnetnu iglu kompasa. Postavljajući magnetnu iglu ispod provodnika, normalno na provodnik, po uključenju električne struje igla se nije otklonila. Međutim nakon predavanja, ponovio je eksperiment, ali je sada promenio položaj provodnika tako da je igla bila u pravcu provodnika. Po uključenju struje igla se otklonila i zauzela pravac normalan na strujni provodnik. Zatim je obrnuo smer proticanja struje, što je uzrokovalo da se igla zarotira za 180° i zaustavi. Ovaj ogled definitivno je pokazao da ukoliko kroz provodnik teče električna struja on ispoljava magnetno dejstvo.



Slika 1 Oersted-ovi eksperimenti. a) Magnetna igla miruje. b) Magnetna igla po uspostavljanju toka električne struje postavlja se normalno na provodnik. c) Promenom smera toka električne struje, magnetna igla zarotira za ugao 180° .

Vrlo brzo nakon tog otkrića Ampere, Faraday i drugi razradili su potpuno tačan opis magnetnog delovanja električnih struja. Faraday-ovo otkriće elektromagnetne indukcije zaokružilo je eksperimentalna istraživanja elektromagnetnih pojava. Rezultate ovih istraživanja objedinio je James Clerk Maxwell u jedinstvenu teoriju elektromagnetnog polja. Njegova teorija predviđala je postojanje i osobine elektromagnetnih talasa, koje je dokazao Hertz svojim eksperimentima 1888. godine.

2 Magnetno polje strujnog provodnika

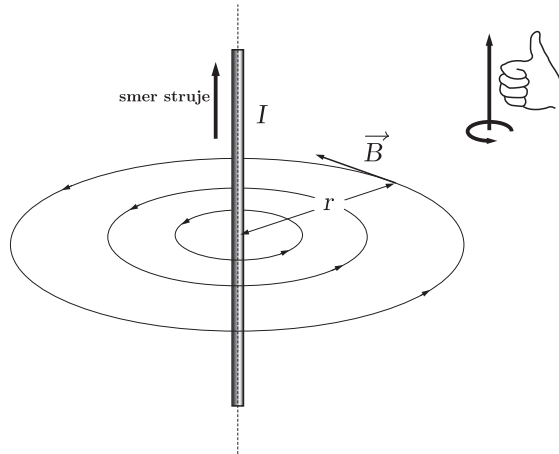
Na osnovu Oerstedovog eksperimenta jasno je da električna struja ispoljava magnetno dejstvo. Kažemo da električna struja stvara magnetno polje. Magnetno polje se opisuje vektorskom veličinom koje se naziva magnetna indukcija $\vec{B}$. Jedinica magnetne indukcije je [T], Tesla.

2.1 Magnetno polje pravolinijskog strujnog provodnika

Pomoću Amper-ove teoreme može se pokazati da je intenzitet magnetne indukcije veoma dugačkog pravolinijskog provodnika dat izrazom:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (1)$$

gde je μ_0 magnetna permeabilnost vakuum, I jačina struje koja protiče kroz provodnik i r normalno rastojanje od provodnika. Smer vektora magnetne indukcije određuje pravilo desne šake. Ako palac pokazuje smer struje, onda prsti pokazuju smer vektora magnetne indukcije. Oko pravolinijskog provodnika formira se magnetno polje čije se linije sila mogu prikazati u vidu koncentričnih kružnica u čijim centrima se nalazi provodnik (Slika 2).



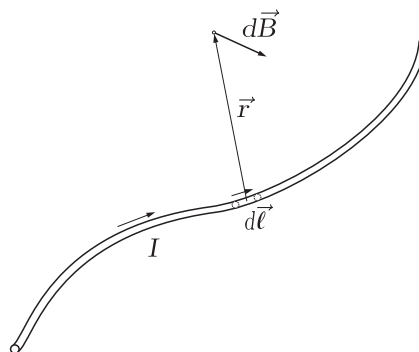
Slika 2 Linije sila magnetnog polja strujnog provodnika, vektor magnetne indukcije čiji se intenzitet određuje pomoću formule (1) i pravilo desne ruke za određivanje smera vektora $\vec{B}$.

2.2 Magnetno polje kružnog strujnog provodnika

U opštem slučaju vektor magnetne indukcije može se odrediti pomoću Bio-Savarovog zakona. Ovaj zakon primenjuje princip da se bilo koji provodnik složenog oblika može predstaviti velikim brojem malih provodnika od kojih svaki stvara indukciju u posmatranoj tački koja je data izrazom:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3} \quad (2)$$

pri čemu vektor $d\vec{\ell}$ ima smer jačine struje u posmatranom segmentu provodnika, a vektor $\vec{r}$ je vektor položaja tačke u kojoj određujemo magnetnu indukciju a koji polazi iz centra posmatranog segmenta složenog strujnog provodnika (Slika 3).



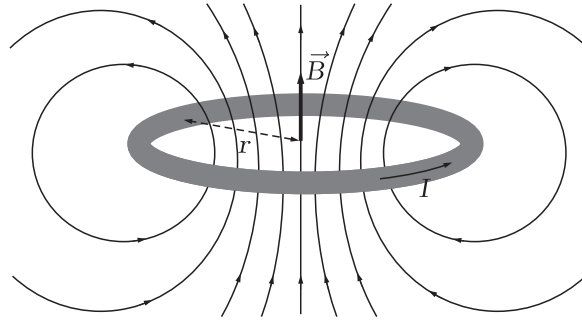
Slika 3 Ilustracija principa za primenu Bio-Savarovog zakona za određivanje vektora magnetne indukcije $\vec{B}$ u proizvoljnoj tački proizvoljnog strujnog provodnika.

Vrlo važan primer predstavlja provodnik koji je savijen u obliku kružnice. Primena Bio-Savarovog zakona daje izraz za intenzitet magnetne indukcije u centru kružnog provodnika poluprečnika r kroz

koji teče struja jačine I :

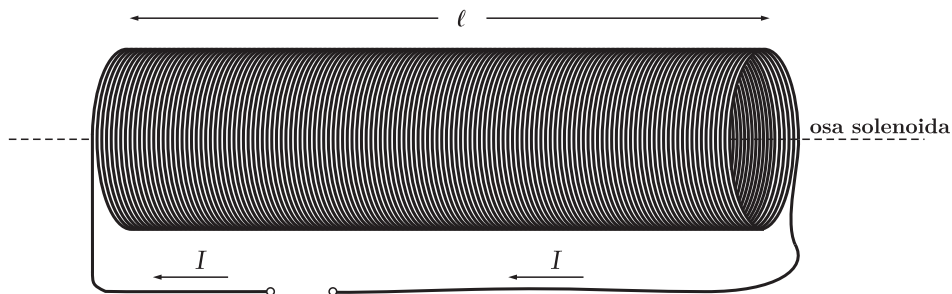
$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} \quad (3)$$

Linije sila magnetnog polja ovakovog kružnog provodnika prikazane su na Slici 4.



Slika 4 Linije sila magnetnog polja strujnog provodnika u obliku kružnice. Prikazan je vektor magnetne indukcije u centru kružnice čiji je intenzitet određen relacijom (3). Smer vektora magnetne indukcije takođe se može odrediti pravilom desne šake.

Cilindričan kalem sačinjen od provodnika koji je prikazan na Slici 5 naziva se solenoid.

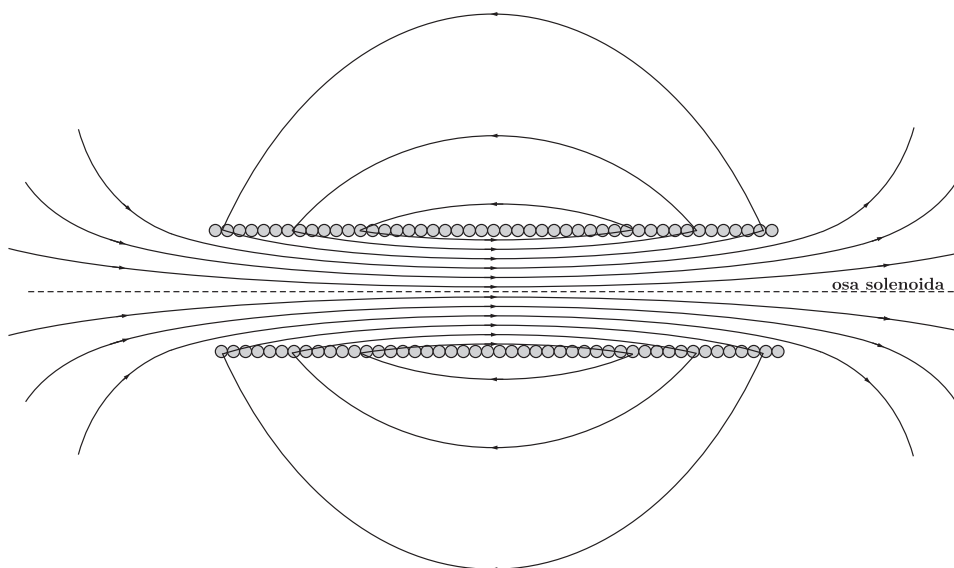


Slika 5 Solenoid dužine ℓ kroz koji protiče struja I .

Linije sila magnetnog polja solenoida prikazane su na Slici 6. Ukoliko je dužina solenoida mnogo veća od njegovog poluprečnika, magnetno polje u većem delu unutrašnjosti solenoida biće homogeno. U tom slučaju magnetna indukcija je:

$$B = \mu_0 n I \quad (4)$$

gde je n broj namotaja po jedinici dužine solenoida.



Slika 6 Magnetno polje solenoida.

3 Lorencova sila i primene

Na naelektrisanu česticu koja se nalazi u električnom i magnetnom polju deluje Lorencova sila:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (5)$$

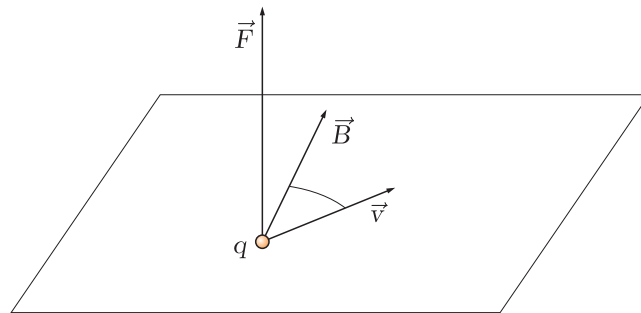
gde je q količina naelektrisanja čestice, $\vec{E}$ vektor jačine električnog polja, $\vec{v}$ brzina kojom se čestica kreće i $\vec{B}$ magnetna indukcija. U odsustvu električnog polja relacija se svodi na:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (6)$$

koja je bitna za dalja razmatranja. Iz prethodne relacije (6) vidimo da bi naelektrisana čestica interagovala sa magnetnim poljem ona mora da se kreće nekom brzinom. Pravac Lorencove sile normalan je na ravan koju grade vektor brzine i magnetne indukcije, a smer je određen pravilom desnog zavrtnja (Slika 7). S obzirom da je Lorencova sila srazmerna vektorskom proizvodu brzine i magnetne indukcije, intenzitet je dat izrazom:

$$F = qvB \sin(\angle(\vec{v}, \vec{B})) \quad (7)$$

Sledi da ukoliko su vektori brzine i magnetne indukcije kolinearni, Lorencova sila jednaka je nuli.



Slika 7 Lorencova sila.

U provodniku u kojem teče električna struja veliki broj elektrona kreće se u jednom smeru. Jasno je prema izrazu za Lorencovu silu, da ukoliko se ovaj provodnik nađe u magnetnom polju, može se javiti sila na provodnik.

3.1 Uzajamno dejstvo provodnika i magnetnog polja

Ukoliko kroz dva paralelna provodnika teče struja javiće se magnetna sila. Sila uzajamnog dejstva biće proporcionalna proizvodima jačina struje koje teku kroz provodnike, a obrnuto proporcionalna rastojanju između njih. Ukoliko su struje istog smera, sila je privlačna, a ukoliko su suprotnog, sila je odbojna.

Ova tvrđenja mogu se dokazati pomoću izraza za Lorencovu silu. Neka su strujni provodnici pravolinijski i stoje paralelno kao što je prikazano na Slici 8. Provodnik u kojem teče struja I_2 nalazi se u magnetnom polju provodnika kroz koji teče struja I_1 . Magnetna indukcija ovog polja je $\vec{B}_1$ i prema slici ona je normalna na provodnik kojim teče struja I_2 . Nosioči naelektrisanja kreću se brzinom drifta v_D u provodniku kojim teče struja I_2 pa na njih prema izrazu (5) deluje sila:

$$\Delta F = \Delta q v_D B_1 \quad (8)$$

gde je Δq ukupna količina naelektrisanja koja se kreće brzinom v_D na dužini $\Delta \ell$. S obzirom da je $\Delta q = I_2 \Delta t$, a brzina drifta $v_D = \frac{\Delta \ell}{\Delta t}$, izraz (7) se može napisati u drugom obliku:

$$\Delta F = I_2 \Delta \ell B_1 \quad (9)$$

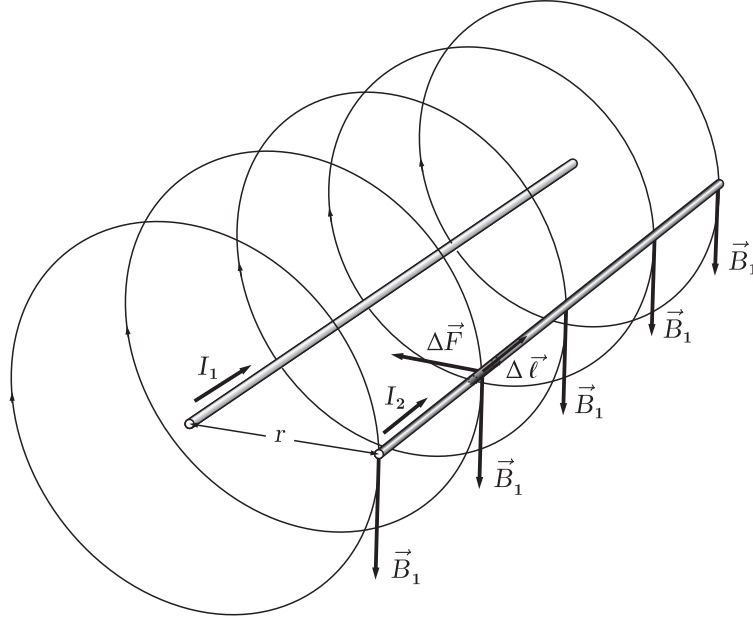
Ukoliko u (9) uvrstimo izraz za magnetnu indukciju strujnog provodnika (1), nalazimo silu po jedinici dužine dva paralelna provodnika:

$$\frac{\Delta F}{\Delta \ell} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r} \quad (10)$$

Za proizvoljan oblik provodnika izraz (9) se može napisati u vektorskom obliku, i tada predstavlja tzv. Amperovu silu:

$$\Delta \vec{F} = I \Delta \vec{\ell} \times \vec{B} \quad (11)$$

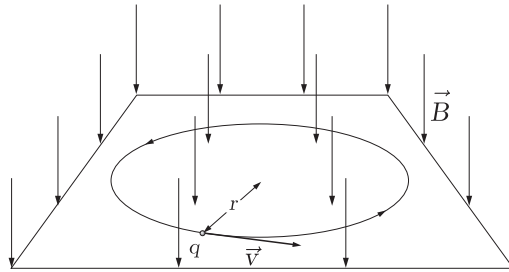
Smer vektora elementarne dužine $\Delta \vec{\ell}$ ima smer jačine struje.



Slika 8 Uzajamno dejstvo provodnika. Koncentrični krugovi predstavljaju linije sila magnetne indukcije koje stvara provodnik I_1 .

3.2 Čestica u homogenom magnetnom polju

Naelektrisana čestica koja ima brzinu v u homogenom magnetnom polju indukcije $\vec{B}$ koje je normalno na vektor brzine kreće se po kružnici (slika 9).



Slika 9 Kretanje naelektrisanе čestice po kružnoj putanji u homogenom magnetnom polju indukcije B .

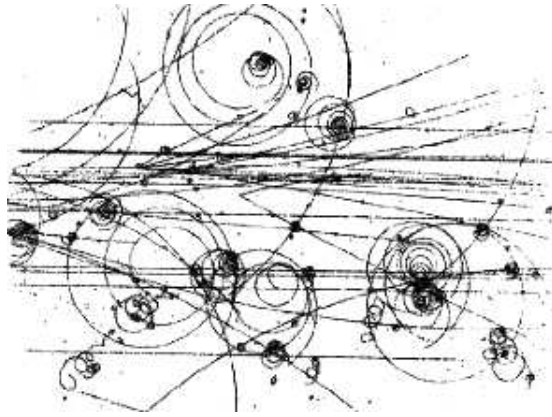
Ovakvo kretanje dešava se pod dejstvom Lorencove sile. Vektor brzine i magnetne indukcije uzajamno su normalni u svakoj tački trajektorije. Lorencova sila je centripetalna jer je uvek usmerena ka centru kružnice. Na osnovu ovih razmatranja može se napisati:

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \quad (12)$$

gde je m masa, a q količina naelektrisanja čestice. Sledi izraz za poluprečnik putanje čestice:

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (13)$$

Na osnovu (13) zaključujemo da je poluprečnik putanje srazmeran masi i brzini, a obrnuto srazmeran količini naelektrisanja i indukciji magnetnog polja. Ovaj princip koristi se u detektorima čestica (Slika 10).



Slika 10 Tragovi čestica u maglenoj komori.

Razne čestice koje se kreću u maglenoj komori koja se nalazi u magnetnom polju ostavljaju tragove kondenzacije koji se mogu snimiti. Analizom trajektorija, mogu se identifikovati raspad i čestice koje su ostavile trag. Ovim putem je otkriven pozitron, antičestica elektrona, kao i mnoge druge čestice. Situacija gde su vektor brzine i magnetne indukcije uzajamno normalni veoma je specifična situacija. Zbog toga ćemo razmotriti oblik trajektorije čestice čiji vektor brzine zaklapa neki ugao sa vektorom magnetne indukcije (Slika 11.a). Neka je vektor magnetne indukcije usmeren u pravcu z -ose. U ovom slučaju razdvajamo brzinu na dve komponente, jednu koja je normalna na vektor indukcije:

$$v_{\perp} = v \sin \theta \quad (14)$$

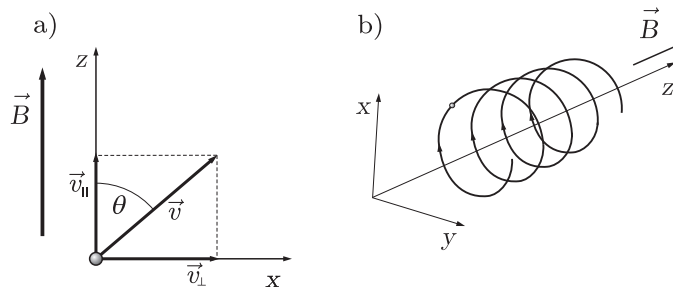
i drugu koja je paralelna:

$$v_{\parallel} = v \cos \theta \quad (15)$$

U xy -ravni čestica se kreće po kružnici čiji je poluprečnik:

$$r = \frac{mv_{\perp}}{qB} \quad (16)$$

dok se u pravcu z ose kreće uniformno, brzinom $v_{\parallel}$. Oblik putanje je helikoida kao što je prikazano na Slici (11.b).



Slika 11 Naelektrisana čestica u homogenom magnetnom polju. a) vektor brzine i magnetne indukcije zaklapaju ugao θ . b) putanja čestice ima oblik helikoide.

Rastojanje koje čestica pređe duž pravca magnetnog polja za vreme od jednog perioda rotacije T naziva se korak helikoide:

$$h = v_{\parallel} T \quad (17)$$

S obzirom da je

$$v_{\perp} = \frac{2\pi r}{T} \quad (18)$$

i izraze (14) i (15), sledi da je korak helikoide:

$$h = 2\pi r \cot \theta \quad (19)$$

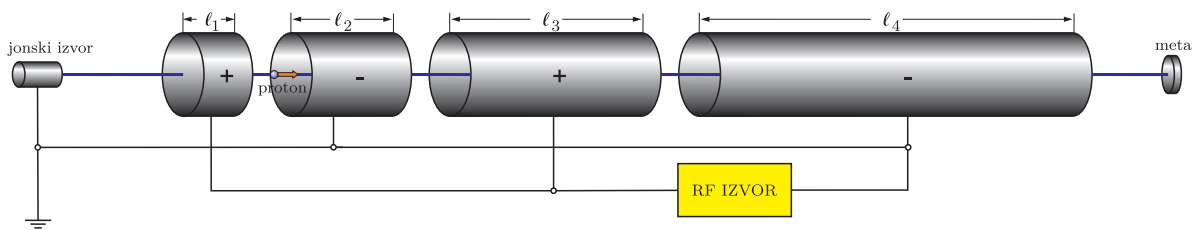
Kombinovanjem (16) i (18) nalazimo izraz za period rotacije:

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \quad (20)$$

i saznajemo da on ne zavisi od brzine čestice. Princip se koristi za ubrzavanje čestica na kružnoj putanji, što će biti prikazano na primeru ciklotrona.

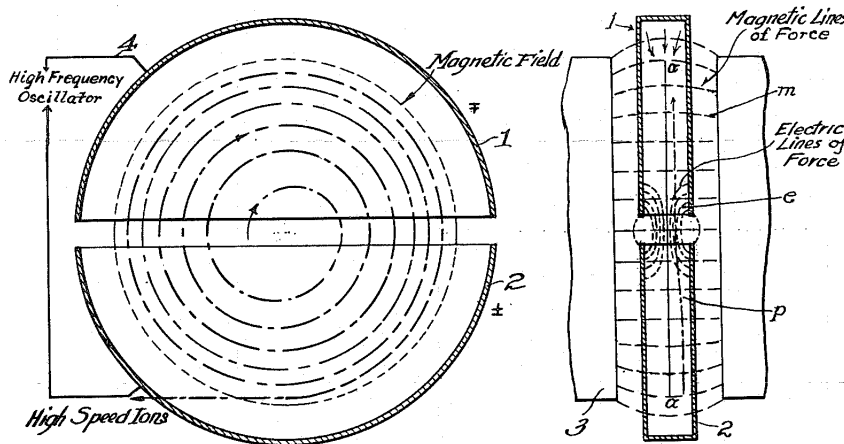
3.2.1 Ciklotron

Ciklotron je izumeo Ernest Lawrence 1934. godine. Pet godina ranije, sedeći u biblioteci i prelistavajući naučni časopis, naišao je na dijagram koji objašnjava princip rada ubrzivača naelektrisanih čestica. U to vreme fizičari su počeli da istražuju atomsko jezgro. Ernest Rutherford, ubrzavajući alfa čestice i usmeravajući snop na uzorak azota, uspeo je da iz jezgra izbije mali broj protona. Bilo je jasno da ukoliko se žele shvatiti sile koje drže nukleone na okupu, potrebno je da snop naelektrisanih čestica dospe u unutrašnjost jezgra atoma. Međutim kako je jezgro pozitivno naelektrisano, jaka Kulonova odbojna sila sprečava da pozitivno naelektrisane čestice dospeju u samo jezgro. Da bi se savladala Kulonova barijera, potreban je snop čestica vrlo visoke energije, odnosno pozitivne čestice potrebno je ubrzati do velikih brzina. Dijagram koji je Ernest Lawrence zapazio bio je linearni ubrzivač čestica (akcelerator). Ovaj akcelerator sastoji se od niza cilindričnih elektroda koje su tako polarizovane da pozitivno naelektrisana čestica svaki put kada prođe između njih bude ubrzana za jednaki iznos energije (Slika 12).



Slika 12 Šema linearnog akceleratora.

Kako je brzina čestica nakon svakog prolaza veća, potrebno je da se i dužine elektroda povećavaju. Ovo rezultira da ukoliko se želi postići veća energija, potrebno je povećati i broj elektroda, odnosno dužinu akceleratora. Ernest Lawrence, znajući kolike su energije potrebne za eksperimente, shvatio je da linearni akcelerator, namenjen ozbiljnim istraživanjima nebi mogao da stane u prostorije njegove laboratorije. Međutim, dolazi na ideju da magnetno polje koje savija trajektoriju naelektrisanih čestica može bitno smanjiti dimenzije ubrzavajućeg uređaja. Vrlo brzo nakon toga je imao i tehničko rešenje za novi tip akceleratora. Šema ciklotrona koji je izumeo Ernest Lawrence, prikazana je na Slici 13.



Slika 13 Šema ciklotrona, prema originalnom nacrtu Ernest Lawrence-a.

Ovde se pozitivne čestice ubrzavaju pri svakom prolazu između elektroda (duanti ciklotrona), ali se pod dejstvom magnetnog polja njihova putanja savija u oblik kružnice. Pri svakom prolazu, poveća se energija ubrzavajuće čestice, što rezultira u povećanju poluprečnika kružnice. Ako se čestica ubrzava do nerelativističkih energija, frekvencija ubrzavajućeg napona je konstantna. Odnosno period rotacije ubrzavajuće čestice ne zavisi od energije, kao što je dokazano relacijom (20). S obzirom da je frekvencija jednaka recipročnoj vrednosti perioda rotacije, na osnovu (20) imamo izraz za frekvenciju ubrzavajućeg napona:

$$\nu = \frac{qB}{2\pi m} \quad (21)$$

Prvi ciklotron koji je napravio Lawrence, imao je prečnik oko 10 cm. Ciklotroni mnogo većih dimenzija su odigrali i još uvek igraju važnu ulogu u istraživanjima u nuklearnoj fizici i fizici materijala. U medicini se koriste za proizvodnju kratkoživećih radioizotopa neophodnih za PET (*Positron Emission Tomography*) snimanja.

3.3 Magnetni fluks

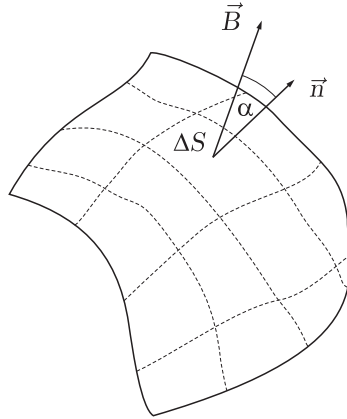
U dosadašnjim razmatranjima, magnetno polje je bilo karakterisano vektorom magnetne indukcije. U opštem slučaju magnetno polje u nekoj oblasti je poznato ako znamo funkciju:

$$\vec{B} = \vec{B}(x, y, z, t) \quad (22)$$

Međutim veoma važna veličina koja direktno povezuje neku oblast u prostoru definisanu proizvoljnom površinom i magnetno polje jeste magnetni fluks. On se definiše relacijom:

$$\Delta\Phi = \vec{B} \cdot \Delta\vec{S} \quad (23)$$

Magnetni fluks je skalarni proizvod vektora magnetne indukcije i vektora površine u datoj tački prostora. Jedinica je [Wb]-Veber. Vektor površine ima intenzitet jednak površini, a smer je određen normalom na površinu. Ukoliko uočimo neku površinu u prostoru, svakoj tački te površine u prisustvu magnetnog polja možemo pripisati vektor magnetne indukcije (Slika 14).



Slika 14 Uz definiciju magnetnog fluksa

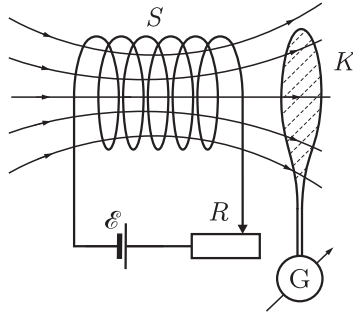
Ukupan magnetni fluks kroz datu površ jednak je zbiru skalarnih proizvoda magnetne indukcije i elementarnih površina:

$$\Phi = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i \cdot \Delta\vec{S}_i = \sum_{i=1}^n B_i \Delta S_i \cos \alpha_i \quad (24)$$

Ukoliko se magnetno polje predstavi u vidu linija sila magnetnog polja, onda je magnetni fluks kroz datu površinu upravo srazmeran broju linija sila koje prolaze kroz tu površinu.

3.4 Elektromagnetna indukcija

Ovu pojavu otkrio je i detaljno izučio Michael Faraday eksperimentalnim putem. Na Slici 15 prikazan je solenoid S koji je priključen na izvor elektromotorne sile $\mathcal{E}$ preko promenljivog otpornika R . Uz solenoid nalazi se žičana kontura K koja je zatvorena preko galvanometra G .



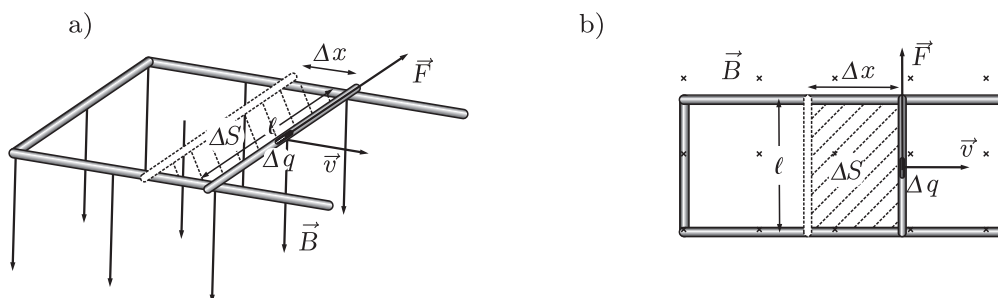
Slika 15 Eksperiment za dokaz elektromagnetne indukcije.

Ukoliko kroz solenoid teče stalna jačina struje, nema otklona galvanometra. Međutim ukoliko pomoću promenljivog otpornika menjamo jačinu struje u solenoidu, galvanometar pokazuje otklon, odnosno pojavljuje se struja u konturi K . U kalemu se pojavljuje indukovana elektromotorna sila. Takođe ukoliko se pri stalnoj jačini struje kroz solenoid, kontura pomera takođe se javlja otklon galvanometra. Promena oblika konture takođe izaziva pojavu indukovane elektromotorne sile. U sva tri slučaja menja se magnetni fluks kroz površinu koju zahvata kontura K . Sledi zaključak da je elektromotorna sila indukovana u konturi rezultat promene magnetnog fluksa kroz tu konturu. Ovaj zakon se obično predstavlja u vidu relacije;

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (25)$$

Znak minus ukazuje na to da je smer indukovane elektromotorne sile takav da indukovana struja teži da poništi magnetno polje koje je izazvalo pojavu elektromotorne sile. Dakle ukoliko se u zatvorenom provodniku indukuje elektromotorna sila, javiće se električna struja koja će stvoriti magnetno polje. Ovo magnetno polje biće suprotno usmereno od magnetnog polja u kome se nalazila kontura.

Pojava elektromagnetne indukcije zasniva se na postojanju Lorencove sile. Upravo iz izraza za Lorencovu silu (6), može se i izvesti Faraday-ev zakon za Elektromagnetnu indukciju. Posmatrajmo provodnik savijen u obliku Π , koji se nalazi u homogenom magnetnom polju indukcije $\vec{B}$. Na provodnik se postavi metalna šipka koja je normalna na magnetno polje i paralelne provodnike (Slika 16).



Slika 16 Uz izvođenje zakona za elektromagnetnu indukciju pomoću pokretne šipke u homogenom magnetnom polju. a) pogled sa strane b) pogled odozgo.

Ukoliko šipka počne da se kreće konstantnom brzinom v , na elektrone unutar pokretne šipke će početi da deluje Lorencova sila:

$$\Delta F = \Delta q v B \quad (26)$$

gde je Δq uočena količina naelektrisanja koja se premešta sa jednog kraja na drugi kraj šipke. Lorencova sila ovde ima ulogu spoljašnje sile koja vrši rad pri premeštanju naelektrisanja, sa jednog kraja šipke na drugi:

$$\Delta A = \Delta F \ell \quad (27)$$

Elektromotorna sila jednaka je radu koja izvrši spoljašnja sila po količini premeštenog naelektrisanja. U ovom slučaju to je rad potreban za premeštanje naelektrisanja Δq sa jednog kraja šipke na drugi:

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta A}{\Delta q} \quad (28)$$

Ukoliko uvrstimo izraz (27) u (28), nalazimo:

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta F \ell}{\Delta q} = v B \ell \quad (29)$$

S obzirom da je brzina šipke:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (30)$$

a površina koju prebriše šipka u toku vremena Δt :

$$\Delta S = \ell \Delta x \quad (31)$$

Sledi:

$$\mathcal{E} = \frac{B \ell \Delta x}{\Delta t} = \frac{B \Delta S}{\Delta t} \quad (32)$$

Proizvod $B \Delta S$ predstavlja promenu fluksa, pa se poslednja relacija svodi na:

$$\mathcal{E} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad (33)$$

što predstavlja Faradey-ev zakon za elektromagnetnu indukciju. Znak minus formalno uvodimo u poslednju relaciju, radi saglasnosti sa uvedenim zakonom.

ZADATAK

Proton se kreće po kružnici radijusa $r = 30\text{cm}$ u homogenom magnetnom polju indukcije $B = 80\text{mT}$. Naći brzinu, period rotacije i kinetičku energiju (u eV) ovog protona. Elementarno naelektrisanje je $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$, a masa protona $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$

REŠENJE

Lorencova sila ovde je centripetalna sila:

$$\frac{m_p v^2}{r} = e v B \quad (1)$$

odakle sledi:

$$v = \frac{e B r}{m_p} = 2,3 \cdot 10^6 \text{m/s} \quad (2)$$

veza između perioda rotacije i brzine je:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad (3)$$

što u kombinaciji sa (1) daje:

$$T = \frac{2\pi m}{e B} = 8,2 \cdot 10^{-8} \text{s} = 82 \text{ns} \quad (4)$$

Kinetička energija je:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{(e B r)^2}{m_p} = 8,83 \cdot 10^{-13} \text{J} \quad (5)$$

Energiju u elektron voltima nalazimo ako dobijeni rezultat podelimo sa $1,6 \cdot 10^{-19}$

$$E = 5,52 \cdot 10^6 \text{eV} = 5,52 \text{MeV} \quad (6)$$

ZADATAK

Elektron ubrzan naponom $U = 1kV$ kreće se u homogenom magnetnom polju indukcije $B = 400mT$ pod uglom $\theta = 60^\circ$ u odnosu na vektor $\vec{B}$. Naći hod zavojnice po kojoj se kreće elektron. Elementarno naelektrisanje je $e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$ i $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}kg$

REŠENJE

Brzinu koju elektron stiče pri ubrzavanju nalazimo preko izraza za rad u električnom polju:

$$eU = \frac{m_e v^2}{2} \quad (1)$$

odnosno:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} \quad (2)$$

I ovde je Lorencova sila centripetalna, ali sa komponentom brzine normalnom na vektor B :

$$\frac{m_e v_\perp^2}{r} = e v_\perp \sin \theta B \quad (3)$$

odakle sledi:

$$m_e v_\perp = e r B \quad (4)$$

Veza između perioda rotacije i brzine je:

$$v_\perp = \frac{2\pi r}{T} \quad (5)$$

što u kombinaciji sa (4) daje:

$$T = \frac{2\pi m}{eB} = 8,2 \cdot 10^{-8}s = 82ns \quad (6)$$

Korak helikoide je:

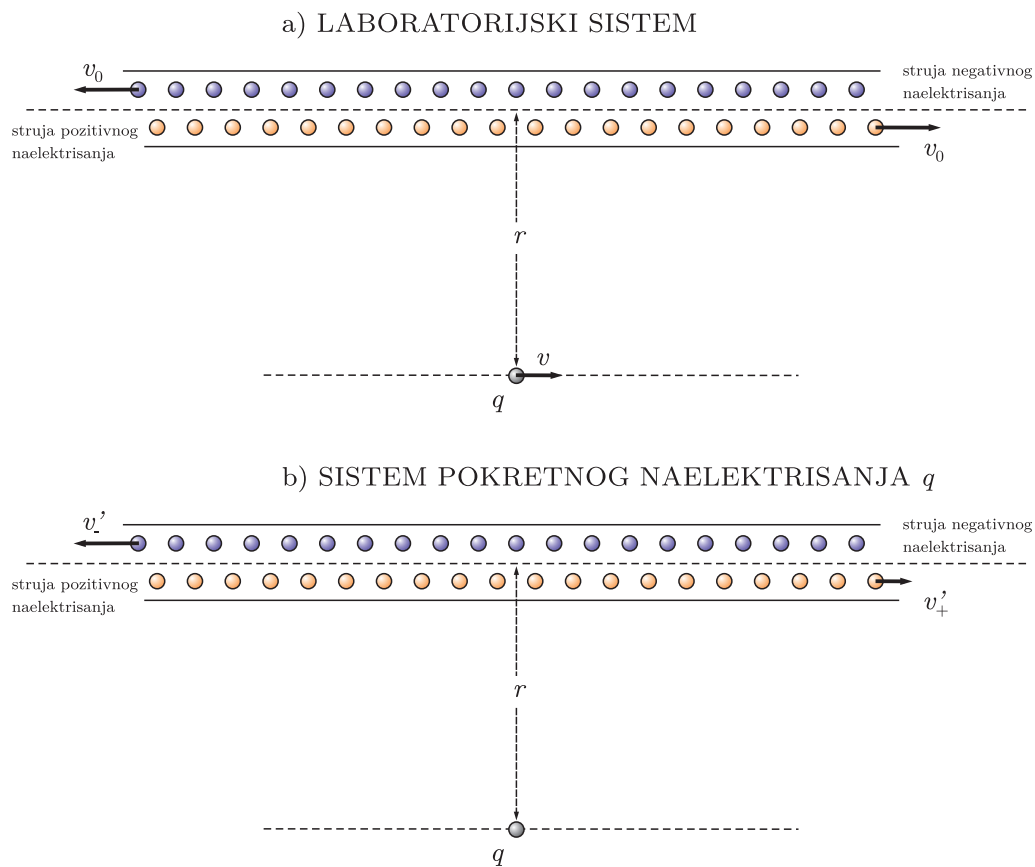
$$h = v_\parallel T = v \cos \theta \frac{2\pi m_e}{eB} = \frac{2\pi}{B} \sqrt{\frac{2m_e U}{e}} \cos \theta = 8,38 \cdot 10^{-4}m = 0,838mm \quad (7)$$

4 Uzrok Lorencove sile-*dodatno gradivo-ne ulazi u ispitna pitanja!*

Kao što se može primetiti u izrazu za Lorencovu silu(5) postoje dve komponente: električna i magnetna. Pri uvođenju električnog polja, polazna tačka je bio Kulonov zakon. Sa druge strane za opis magnetnog polja uveden je vektor magnetne indukcije samo na osnovu eksperimentalnih činjenica, ali bez nekog zakona koji opisuje dejstvo između nekih tačkastih magneta. Razlog je što ne postoji izolovani magnetni pol, odnosno najjednostavniji oblik magnetnog polja jeste konfiguracija koju daje beskonačno dugački linijski provodnik. Linije sile magnetne indukcije uvek su zatvorene, što znači da nema izvora namagnetisanja. Na primeru uzajamnog dejstva dva paralelna provodnika kroz koje protiče električna struja, videli smo da je osnova Lorencova sila. Provodnici su neutralni, pa nema kulonovskog odbijanja ili privlačenja.

Međutim ukoliko se kretanje naelektrisanih čestica razmatra sa aspekta teorije specijalne relativnosti, interakcija dva provodnika kroz koje protiče struja može se svasti na Kulonovu silu.

Zbog jednostavnosti razmatramo jedan provodnik u kome postoji jednak broj pozitivnih i negativnih nosioca naelektrisanja koja se kreću brzinom v_0 u suprotnim smerovima. Paralelno sa ovim provodnikom, kreće se tačkasto naelektrisanje q brzinom v (Slika 17.a).



Slika 17 Dinamika naelektrisanja u a) laboratorijskom sistemu b) sistemu vezanom za pokretno naelektrisanje q .

Razmtraćemo uzajamno dejstvo naelektrisanja u provodniku i tačkastog naelektrisanja u laboratorijskom sistemu i sistemu vezanom za pokretno tačkasto naelektrisanje. Uvodimo pojam podužne gustine naelektrisanja koje predstavlja količinu naelektrisanja po jedinici dužine. U laboratorijskom sistemu, podužna gustina pozitivnih naelektrisanja u pokretu je:

$$\lambda_+ = \frac{\Delta q}{\Delta \ell} = \frac{\Delta q}{\Delta \ell_0 \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \quad (34)$$

gde je λ_0 sopstvena podužna gustina, odnosno podužna gustina naelektrisanja u sistemu vezanom za pozitivna pokretna naelektrisanja u kretanju. Sličnim razmatranjem za negativna nalazimo:

$$\lambda_- = -\frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \quad (35)$$

jer se negativna naelektrisanja kreću istom brzinom u suprotnom smeru. Kao što se vidi ako bi se tražila Kulonova sila u laboratorijskom sistemu sabiranjem pozitivnih i negativnih podužnih naelektrisanja, zbog njihovih jednakosti, ukupna Kulonova sila bila bi jednaka nuli. Dakle sa ovog aspekta u laboratorijskom sistemu nema Kulonovog dejstva između tačkastog naelektrisanja u pokretu i pokretnih naelektrisanja u provodniku.

Međutim, razmotrimo sada podužne gustine u sistemu vezanom za tačkasto naelektrisanje koje se kreće (Slika 17.b). Prema pravilu relativističkog sabiranja brzina, pozitivna naelektrisanja u sistemu vezanom za tačkasto naelektrisanje kreću se brzinom:

$$v_+ = \frac{v_0 - v}{1 - \frac{vv_0}{c^2}} \quad (36)$$

a negativna

$$v_- = \frac{v_0 + v}{1 + \frac{vv_0}{c^2}} \quad (37)$$

Podužna gustina pozitivnih naelektrisanja u sistemu vezanom za tačkasto naelektrisanje je:

$$\lambda'_+ = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \frac{v_+^2}{c^2}}} = \frac{\lambda_+ \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{v_+^2}{c^2}}} \quad (38)$$

a negativnog:

$$\lambda'_- = -\frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \frac{v_-^2}{c^2}}} = \frac{\lambda_- \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{v_-^2}{c^2}}} \quad (39)$$

S obzirom da je $\lambda_+ = -\lambda_-$, ukupna podužna gustina naelektrisanja je u sistemu vezanom za naelektrisanje q :

$$\lambda' = \lambda'_+ + \lambda'_- = \lambda_+ \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_+^2}{c^2}}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_-^2}{c^2}}} \right) = -\frac{2\lambda v v_0}{c^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (40)$$

odakle se vidi da ona nije jednaka nuli. Odnosno u sistemu vezanom za pokretno naelektrisanje, provodnik nije neutralan, već je naelektrisan izvesnom količinom naelektrisanja. Drugim rečima u sistemu vezanom za pokretno naelektrisanje q postoji električno polje. Kulonova sila koja za beskonačno dugačak naelektrisani provodnik je data izrazom:

$$F' = \frac{q\lambda'}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{q\lambda v v_0}{\pi\epsilon_0 c^2 r} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (41)$$

Ukoliko sada pređemo na laboratorijski sistem, koristeći Lorencove transformacije, nalazimo silu na tačkasto naelektrisanje:

$$F = F' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{q\lambda v v_0}{\pi\epsilon_0 c^2 r} \quad (42)$$

Izraz $2\lambda v_0$ je jačina struje u provodniku, pa se izraz može napisati:

$$F = \frac{qvI}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \quad (43)$$

Sa druge strane na osnovu Maksvelove teorije važi veza $\mu_0 = 1/(c^2\varepsilon_0)$, a izraz (1) predstavlja magnetnu indukciju na rastojanju r od pravolinijskog provodnika. U tom smislu izraz (43) se svodi na:

$$F = qvB \tag{44}$$

što je magnetna komponenta Lorencove sile. Dakle saznajemo da u osnovi Lorencove sile jeste Kulonov zakon i Ajnštajnova teorija specijalne relativnosti. Odnosno dejstvo strujnog provodnika na tačkasto naelektrisanje u kretanju posledica je Lorencovih transformacija. U tom smislu električno i magnetno polje su objedinjeni u jednu interakciju koju nazivamo elektromagnetnom. Međutim u praksi, električno i magnetno polje razmatramo posebno jer je račun znatno jednostavniji.