

KOLOKVIJUM IZ ELEKTRIČNIH MAŠINA 2 - MAJ 2014

Sinhrona mašine:

1. zadatak

Trofazni sinhroni turbogenerator radi na krutoj mreži uz struju opterećenja 250 [A] i faktor snage $0,7 \text{ ind.}$, pri čemu fazna indukovana elektromotorna sila (praznog hoda) iznosi 1270 [V] , a ugao opterećenja 11° . Tokom rada sa opisanim opterećenjem došlo je do smanjenja momenta pogonske turbine pa je smanjen ugao opterećenja na 8° , a nezavisno od promene momenta pogonske turbine došlo je do povećanja pobudne struje tako da je indukovana elektromotorna sila (praznog hoda) porasla na 1450 [V] . Uz zanemarivanje otpora statorskog namotaja treba odrediti: a) napon mreže na kojoj generator radi; b) fazni pomeraj struje i napona, za opterećenje kod smanjenog momenta pogonske turbine i povećane pobudne struje.

2. zadatak

Trofazni sinhroni turbogenerator napaja samostalno potrošače strujom 30 A pri naponu 380 V , uz nominalnu učestanost 50 Hz i faktor snage jednak jedinici. Odrediti napon na krajevima generatora i njegovu struju ako se snaga opterećenja smanji na polovinu, uz nepromenjenu struju pobude, učestanost i karakter opterećenja. Sprega namotaja je zvezda, sinhrona reaktansa $6 \text{ }\Omega$, a aktivna otpornost zanemarljiva.

3. zadatak

Trofazni osmopolni sinhroni generator sa istaknutim polovima snage 6 [MVA] , napona 6600 [V] , učestanosti 50 [Hz] , ima uzdužnu sinhronu reaktansu $9,8 \text{ [}\Omega\text{]}$ i poprečnu reaktansu $4,75 \text{ [}\Omega\text{]}$. Otpor statora se može zanemariti. Ako je pobuda podežena tako da je indukovana elektromotorna sila praznog hoda 11 [kV] , a ugao opterećenja 30° , potrebno je odrediti: - faktor snage, struju i aktivnu snagu; - ugao opterećenja pri maksimalnom momentu; - odnos maksimalnog momenta i momenta pri uglu opterećenja 30° .

4. zadatak

Amplituda reluktantne komponente momenta sinhronog hidrogeneratora iznosi 30% od amplitude osnovne komponente momenta. Odnos napona i elektromotorne sile praznog hoda je $0,6$, a relativna vrednost uzdužne sinhronne reaktanse je $0,8 \text{ r.j.}$ Odrediti za taj režim rada ugao opterećenja pri kome se javlja maksimalni moment i relativnu vrednost maksimalnog momenta u odnosu na osnovnu komponentu momenta.

KOLOKVIJUM IZ ELEKTRIČNIH MAŠINA 2 - MAJ 2014

Sinhrona mašine:

1. zadatak

Trofazni sinhroni turbogenerator radi na krutoj mreži uz struju opterećenja 250 [A] i faktor snage $0,7 \text{ ind.}$, pri čemu fazna indukovana elektromotorna sila (praznog hoda) iznosi 1270 [V] , a ugao opterećenja 11° . Tokom rada sa opisanim opterećenjem došlo je do smanjenja momenta pogonske turbine pa je smanjen ugao opterećenja na 8° , a nezavisno od promene momenta pogonske turbine došlo je do povećanja pobudne struje tako da je indukovana elektromotorna sila (praznog hoda) porasla na 1450 [V] . Uz zanemarivanje otpora statorskog namotaja treba odrediti: a) napon mreže na kojoj generator radi; b) fazni pomeraj struje i napona, za opterećenje kod smanjenog momenta pogonske turbine i povećane pobudne struje.

2. zadatak

Trofazni sinhroni turbogenerator napaja samostalno potrošače strujom 30 A pri naponu 380 V , uz nominalnu učestanost 50 Hz i faktor snage jednak jedinici. Odrediti napon na krajevima generatora i njegovu struju ako se snaga opterećenja smanji na polovinu, uz nepromenjenu struju pobude, učestanost i karakter opterećenja. Sprega namotaja je zvezda, sinhrona reaktansa $6 \text{ }\Omega$, a aktivna otpornost zanemarljiva.

3. zadatak

Trofazni osmopolni sinhroni generator sa istaknutim polovima snage 6 [MVA] , napona 6600 [V] , učestanosti 50 [Hz] , ima uzdužnu sinhronu reaktansu $9,8 \text{ [}\Omega\text{]}$ i poprečnu reaktansu $4,75 \text{ [}\Omega\text{]}$. Otpor statora se može zanemariti. Ako je pobuda podežena tako da je indukovana elektromotorna sila praznog hoda 11 [kV] , a ugao opterećenja 30° , potrebno je odrediti: - faktor snage, struju i aktivnu snagu; - ugao opterećenja pri maksimalnom momentu; - odnos maksimalnog momenta i momenta pri uglu opterećenja 30° .

4. zadatak

Amplituda reluktantne komponente momenta sinhronog hidrogeneratora iznosi 30% od amplitude osnovne komponente momenta. Odnos napona i elektromotorne sile praznog hoda je $0,6$, a relativna vrednost uzdužne sinhronne reaktanse je $0,8 \text{ r.j.}$ Odrediti za taj režim rada ugao opterećenja pri kome se javlja maksimalni moment i relativnu vrednost maksimalnog momenta u odnosu na osnovnu komponentu momenta.

Rešenje 1. zadatka

Fazni stav struje u odnosu na napon mreže, φ , u prvom režimu rada iznosi:

$$\cos \varphi = 0,7 \Rightarrow \varphi = 45,57^\circ$$

Na slici 1.1. su naznačeni fazorski dijagrami za oba režima rada, a na osnovu teksta zadatka (ugao opterećenja smanjen, elektromotorna sila praznog hoda povećana). Na osnovu fazorskog dijagrama u prvom režimu rada, može se odrediti traženi napon mreže na koju je generator priključen. Treba uočiti dva pravougla trougla, sa zajedničkim pravim uglom i hipotenuzama E_0 i U .

$$E_0 \cos(\delta + \varphi) = U \cos \varphi$$

$$U = E_0 \frac{\cos(\delta + \varphi)}{\cos \varphi} = 1270 \frac{\cos(11^\circ + 45,57^\circ)}{\cos 45,57^\circ} = 0,787 \cdot 1270 = 1000 [V]$$

$$U_m = U \sqrt{3} = 1000 \sqrt{3} = 1732 [V]$$

Na osnovu fazorskog dijagrama za drugi režim rada (kod smanjenog momenta pogonske turbine i povećane pobudne struje), mogu se napisati sledeće jednačine koje daju kao rešenje traženi fazni stav struje u odnosu na napon:

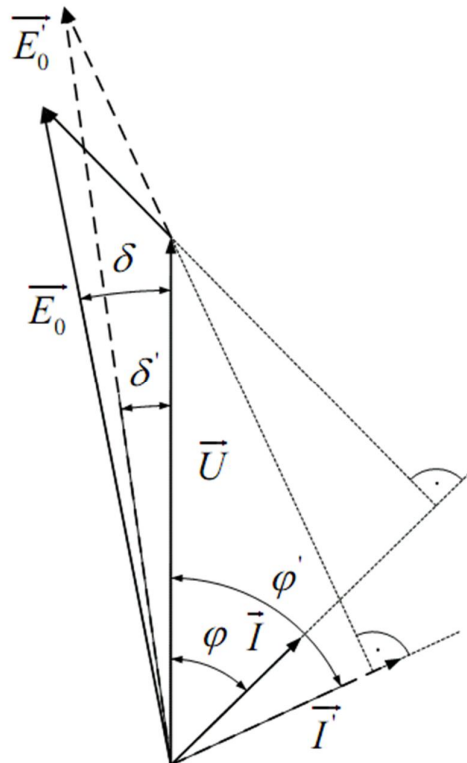
$$E'_0 \cos(\delta' + \varphi') = U \cos \varphi'$$

$$E'_0 (\cos \delta' \cos \varphi' - \sin \delta' \sin \varphi') = U \cos \varphi'$$

$$E'_0 \sin \delta' \sin \varphi' = (U - E'_0 \cos \delta') \cos \varphi'$$

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{E'_0 \cos \delta' - U}{E'_0 \sin \delta'} = \frac{1450 \cos 8^\circ - 1000}{1450 \sin 8^\circ} = \frac{1450 \cdot 0,990 - 1000}{1450 \cdot 0,139} = 2,161$$

$$\varphi' = 65,17^\circ$$



Slika 1.1. Fazorski dijagram.

Rešenje 2. zadatka

Na slici 2.1 su ilustrovani fazorski dijagrami za oba režima rada. Na osnovu teksta zadatka, usled nepromenjene struje pobude i ušestanosti, i elektromotorna sila praznog hoda ostaje ista:

$$E_{0f2} = E_{0f1} = E_{0f}$$

Kako je karakter opterećenja nepromenjen, to i fazni stav struje u odnosu na napon (φ) ostaje isti:

$$\cos \varphi_2 = \cos \varphi_1 = 1 \Rightarrow \varphi_2 = \varphi_1 = 0^\circ$$

Opterećenje je smanjeno, pa je i pad napona na sinhronoj reaktansi smanjen, a kako je indukovana elektromotorna sila ostala ista može se očekivati da je napon na datom aktivnom potrošaču porastao, što je i ilustrovano na slici.

Sa fazorskog dijagrama za prvi režim rada, može se odrediti indukovana elektromotorna sila:

$$E_{0f} = \sqrt{U_{f1}^2 + (X_s I_{f1})^2} = \sqrt{\left(\frac{380}{\sqrt{3}}\right)^2 + (6 \cdot 30)^2} = 283,8[V]$$

Na osnovu fazorskog dijagrama napona turbogeneratora za drugi režim rada, mogu se napisati sledeće jednačine:

$$E_{0f} \sin \delta_2 = X_s I_{f2} \quad (1)$$

$$E_{0f} \cos \delta_2 = U_{f2} \quad (2)$$

Da bi se sistem jednačina rešio, i nagle tražene vrednosti napona U_{f2} i struje generatora/potrošača I_{f2} , potrebna je treća jednačina jer je i ugao opterećenja δ_2 nepoznat. Treća jednačina se dobija iz datog uslova da je snaga opterećenja smanjena na polovinu. Poznavajući ugaone karakteristike turbogeneratora za ovaj odnos aktivnih snaga opterećenja se može napisati:

$$P_2 = \frac{1}{2} P_1 \Rightarrow 3 \cdot \frac{E_{0f2} U_{f2}}{X_s} \sin \delta_2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{E_{0f1} U_{f1}}{X_s} \sin \delta_1 \Rightarrow U_{f2} \sin \delta_2 = \frac{1}{2} U_{f1} \sin \delta_1$$

Sinus ugla opterećenja u prvom režimu rada iznosi:

$$\sin \delta_1 = \frac{X_s I_{f1}}{E_{0f1}} = \frac{6 \cdot 30}{283,8} = 0,6343$$

pa se na osnovu odnosa snaga opterećenja za posmatrana dva režima rada dobija jednačina:

$$U_{f2} \sin \delta_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 0,6343 = 69,58 \quad (3)$$

Ako se iz jednačine (3) izrazi napon U_{f2} i uvrsti u jednačinu (2) dobija se ugao opterećenja δ_2 :

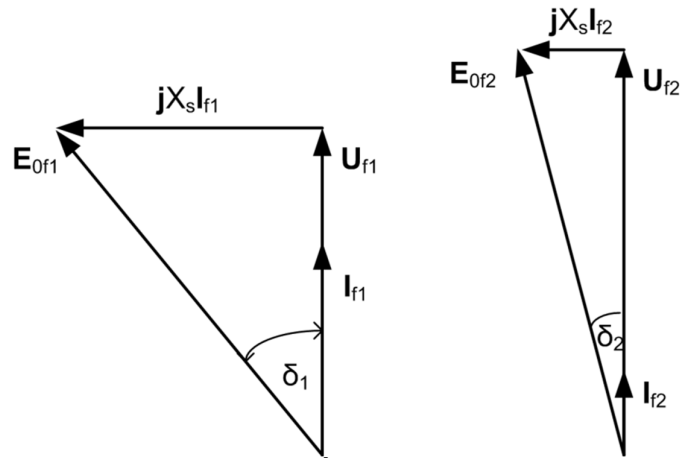
$$E_{0f} \cos \delta_2 = \frac{69,58}{\sin \delta_2} \Rightarrow \sin 2\delta_2 = \frac{2 \cdot 69,58}{283,8} = 0,4904 \Rightarrow \delta_2 = 14,68^\circ$$

Uvrštavanjem ugla opterećenja δ_2 u jednačinu (3) nalazi se nova vrednost napona generatora:

$$U_{f2} = \frac{69,58}{\sin 14,68^0} = 274,6[V] \Rightarrow U_2 = \sqrt{3}U_{f2} = \sqrt{3} \cdot 274,6 = 475,6[V]$$

a uvrštavanjem u jednačinu (1) nalazi se nova vrednost struje generatora:

$$I_{f2} = \frac{E_{0f} \sin \delta_2}{X_s} = \frac{283,8 \sin 14,68^0}{6} = 12[A]$$



Slika 2.1. Fazorski dijagrami za oba režima rada turbogeneratorsa u ovom zadatku.

Rešenje 3. zadatka

Vrednost elektromotorne sile E_0 je veća u odnosu na napon mreže U_n , pa možemo pretpostaviti nadpobuđeni režim rada generatora. Za nadpobuđeni režim rada, kada struja generatora kasni u odnosu na napon mreže, nacrtan je fazorski dijagram u dq-koordinatnom sistemu (slika 3.1).

Sa fazorskog dijagrama sa slike 3.1 pišu se sledeće jednačine koje će poslužiti za određivanje struje generatora i njenog faznog stava u odnosu na napon:

$$E_{0f} = U_f \cos \delta + X_d I_d$$

$$U_f \cos \delta = X_q I_q$$

Uvrštavanjem definicionih izraza za dq-struje (projekcije vektora struje statora na dq-ose), I_d i I_q , u prethodne jednačine:

$$I_d = I_f \sin(\delta + \varphi)$$

$$I_q = I_f \cos(\delta + \varphi)$$

i primenom trigonometrijskih identiteta dobijaju se sledeće jednačine:

$$E_{0f} = U_f \cos \delta + X_d I_f (\sin \delta \cos \varphi + \cos \delta \sin \varphi)$$

$$U_f \sin \delta = X_q I_f (\cos \delta \cos \varphi - \sin \delta \sin \varphi)$$

Na osnovu datih podataka zaključuje se da su jedine nepoznate u prethodnim jednačinama fazna struja statora I_f i njen fazni stav φ . Sistem od dve jednačine će upravo omogućiti nalazjenje njihovih vrednosti. Rešenje je najlakše naći ako se uvrste date brojne vrednosti:

$$\frac{11000}{\sqrt{3}} = \frac{6600}{\sqrt{3}} \cos 30^\circ + 9,8 \sin 30^\circ I_f \cos \varphi + 9,8 \cos 30^\circ I_f \sin \varphi$$

$$\frac{6600}{\sqrt{3}} \sin 30^\circ = 4,75 \cos 30^\circ I_f \cos \varphi - 4,75 \sin 30^\circ I_f \sin \varphi$$

Posle kraćeg sređivanja jednačine su:

$$4,9 I_f \cos \varphi + 8,487 I_f \sin \varphi = 3050,85$$

$$4,114 I_f \cos \varphi - 2,375 I_f \sin \varphi = 1905,26$$

Množenjem druge jednačine sa odnosom 8,487/2,375 i sabiranjem sa prvom jednačinom dobija se proizvod struje i faktora snage:

$$I_f \cos \varphi = 503$$

Slično, množenjem prve jednačine faktorom -4,114/4,9 i sabiranjem sa drugom jednačinom dobija se proizvod struje i sinusa faznog stava struje u odnosu na napon:

$$I_f \sin \varphi = 69,07$$

Deljenjem prethodne dve jednačine, nalazi se fazni stav struje pa i faktor snage:

$$\operatorname{tg} = \frac{69,07}{503} = 0,1373 \Rightarrow = 7,818^0 \Rightarrow \cos = 0,9907$$

Uvrštavanjem u prvi izraz dobija se i tražena vrednost struje generatora u posmatranom režimu rada:

$$I_f = \frac{503}{\cos} = \frac{503}{0,9907} = 507,72[A]$$

Aktivna snaga koju proizvodi generator u posmatranom režimu je:

$$P = \sqrt{3} U_n I \cos = \sqrt{3} \cdot 6600 \cdot 507,72 \cdot 0,9907 = 5,75[MW]$$

Ugaona karakteristika aktivne snage hidrogenatora glasi:

$$P = \frac{3U_f E_{0f}}{X_d} \sin \delta + \frac{3U_f^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta$$

Na osnovu ugaone karakteristike, koja predstavlja zavisnost aktivne snage P od ugla opterećenja δ , može se odrediti ugao δ_{max} koji odgovara maksimalnoj snazi P_{max} za ostale konstantne parametre:

$$\frac{dP}{d\delta} = 0 \Rightarrow \delta_{max}$$

Uvrštavanjem datih vrednosti u izraz za aktivnu snagu u zavisnosti od ugla opterećenja dobija se:

$$P = \frac{3 \cdot \frac{6600}{\sqrt{3}} \cdot \frac{11000}{\sqrt{3}}}{9,8} \sin \delta + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{6600}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4,75} - \frac{1}{9,8} \right) \sin 2\delta$$

$$P = 7,4082 \sin \delta + 2,3628 \sin 2\delta [MW]$$

Prvi izvod snage po uglu opterećenja je:

$$\frac{dP}{d\delta} = 7,4082 \cos \delta + 4,7256 \cos 2\delta$$

Izjednačavanjem sa nulom nalazimo ugao opterećenja δ_{max} koji odgovara maksimalnoj snazi generatora za dati napon mreže i elektromotornu silu (struju pobude):

$$7,4082 \cos \delta_{max} + 4,7256 \cos 2\delta_{max} = 0$$

$$7,4082 \cos \delta_{max} + 4,7256 (2 \cos^2 \delta_{max} - 1) = 0$$

$$9,4512 \cos^2 \delta_{max} + 7,4082 \cos \delta_{max} - 4,7256 = 0$$

$$\cos \delta_{max} = \frac{0,41654}{1,2004}$$

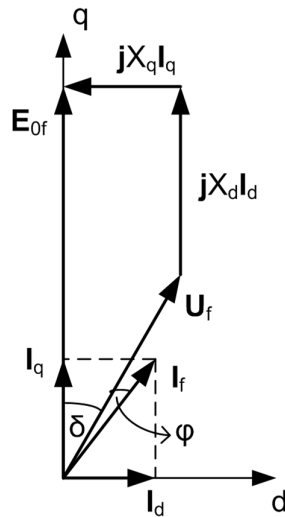
Prihvatljivo rešenje je:

$$\cos \delta_{max} = 0,41654 \Rightarrow \delta_{max} = 65,38^0$$

Sada se može odrediti i odnos maksimalnog momenta i momenta pri zadanom uglu opterećenja 30° :

$$\frac{M_{max}}{M(\delta = 30^\circ)} = \frac{\frac{P_{max}}{s}}{\frac{P(\delta = 30^\circ)}{s}} = \frac{P_{max}}{P(\delta = 30^\circ)} = \frac{7,4082 \sin 65,38^\circ + 2,3628 \sin(2 \cdot 65,38^\circ)}{7,4082 \sin 30^\circ + 2,3628 \sin(2 \cdot 30^\circ)} = \frac{8,524}{5,750} = 1,482$$

Maksimalni moment koji generator razvija, pri naponu mreže 6,6 kV i pobudnoj struji pri kojoj je elektromotorna sila praznog hoda 11 kV, je 1,482 puta veći u odnosu na moment koji generator razvija pri opterećenju za koje je ugao opterećenja 30° .



Slika 3.1. Fazorski dijagram nadpobuđenog generatora.

Rešenje 4. zadatka

Ugaona karakteristika aktivne snage hidrogeneratora u relativnom domenu glasi:

$$p = p_{osn} + p_{rel} = \frac{ue_0}{x_d} \sin \delta + \frac{1}{2} u^2 \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \sin 2\delta$$

Levi član predstavlja osnovnu komponentu snage p_{osn} , dok desni član predstavlja reluktantnu komponentu snage p_{rel} . Odnos amplituda dveju komponenti je po uslovu zadatka:

$$p_{rel(amp)} = 0,3 \quad p_{osn(amp)}$$

$$\frac{1}{2} u^2 \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} = 0,3 \quad \frac{ue_0}{x_d}$$

Takođe je po uslovu zadatka odnos napona i elektromotorne sile jednak:

$$\frac{u}{e_0} = 0,6$$

Za nominalni napon mreže $u=u_n=1$ r.j., elektromotorna sila praznog hoda iznosi:

$$e_0 = \frac{1}{0,6} = 1,667 [\text{r.j.}]$$

Iz odnosa amplituda osnovne i reluktantne komponente se sada može naći vrednost poprečne sinhronne reaktanse x_q :

$$\frac{1}{2} 1^2 \frac{1}{x_q} - \frac{1}{0,8} = 0,3 \quad \frac{1 \cdot 1,667}{0,8}$$

$$x_q = \frac{0,5}{1,25} = 0,4 [\text{r.j.}]$$

Za dati režim rada, pri nominalnom naponu $u=1$ r.j. i pobudnoj struji za koju je elektromotorna sila praznog hoda $e_0=1,667$ r.j., ugaona karakteristika aktivne snage glasi:

$$p = \frac{1 \cdot 1,667}{0,8} \sin \delta + \frac{1^2}{2} \frac{1}{0,4} - \frac{1}{0,8} \sin 2\delta = 2,0833 \sin \delta + 0,625 \sin 2\delta$$

Nalaženjem izvoda aktivne snage po uglu opterećenja, može se naći ugao opterećenja δ_{max} pri kojem generator radi sa maksimalnom snagom opterećenja p_{max} , odnosno kada razvija maksimalni moment m_{max} :

$$\frac{dp}{d\delta} = 0 \Rightarrow \delta_{max}$$

$$\frac{dp}{d\delta} = 2,0833 \cos \delta + 1,25 \cos 2\delta$$

$$2,0833 \cos \delta_{max} + 1,25 \cos 2\delta_{max} = 0$$

$$2,0833 \cos \delta_{max} + 1,25 (2 \cos^2 \delta_{max} - 1) = 0$$

Regavanjem dobijene kvadratne jednačine nalazi se ugao opterećenja kojem odgovara maksimalna aktivna snaga opterećenja za dati napon mreže i elektromotornu silu praznog hoda, i on iznosi:

$$\delta_{max} = 66,17^{\circ}$$

Vrednost maksimalne aktivne snage u posmatranom režimu se dobija uvrštavanjem δ_{max} u izraz za aktivnu snagu:

$$p_{max} = p_{osnm} + p_{relm} = 2,0833 \sin 66,17^{\circ} + 0,625 \sin(2 \cdot 66,17^{\circ}) = 1,9057 + 0,4620 = 2,3677 [r.j.]$$

Momenti se odnose kao aktivne snage, pa je traženi odnos maksimalnog momenta i osnovne komponente momenta u tom režimu jednak:

$$\frac{m_{max}}{m_{osnm}} = \frac{p_{max}}{p_{osnm}} = \frac{2,3677}{1,9057} = 1,2424$$