

**Veran Vasić  
Đura Oros**

**SKRIPTA**

**UVOD U ELEKTRIČNE MAŠINE**

**Novi Sad 2018.**

## **SADRŽAJ**

<b>1. TOPOLOTNI PROBLEMI U ELEKTRIČNIM MAŠINAMA.....</b>	<b>1</b>
<b>2. NAMOTI .....</b>	<b>2</b>
2.1. Indukt i induktor. Oblici magnetnog kola .....	2
2.2. Navojak. Elektromotorna sila navojka.....	5
2.3. Sekcija. Elektromotorna sila sekciјe.....	9
2.4. Vrste namotaja.....	12
2.5. Impregnacija namotaja.....	19
<b>3. INDUKOVANA ELEKTROMOTORNA SILA.....</b>	<b>20</b>
3.1. Šematsko prikazivanje (u preseku, razvijenom preseku, razvijenom pogledu) .....	20
3.2. Uticaj oblika pola na raspodelu magnetne indukcije u vazdušnom zazoru	21
3.3. Indukovana elektromotorna sila u provodniku.....	22
3.4. Indukovana elektromotorna sila u navojku i sekciјi .....	23
3.5. Indukovana elektromotorna sila pojasa (zone). Pojasni navojni sačinilac	24
3.6. Tetivne sekcije. Tetivni navojni sačinilac.....	29
3.7. Indukovana elektromotorna sila namota - faze .....	31
3.8. Eliminacija viših harmonika indukovanih napona.....	33
3.9. Fluks po polu.....	36
<b>4. MPS U VAZDUŠNOM ZAZORU ELEKTRIČNE MAŠINE.....</b>	<b>39</b>
4.1. Skoncentrisan dijametralni namotaj .....	39
4.2. Skoncentrisan tetivni namotaj.....	44
4.3. Raspodeljen dijametralni namotaj .....	47
<b>5. MPS U VAZDUŠNOM ZAZORU ELEKTRIČNE MAŠINE.....</b>	<b>50</b>
<b>6. MAŠINE NAIZMENIČNE STRUJE.....</b>	<b>70</b>
6.1. Motori sa stalnim magnetima.....	70
6.1.1. PMSM sa površinskom montažom magneta.....	70
6.1.2. PMSM sa unutrašnjom montažom magneta .....	70

## **1. TOPLOTNI PROBLEMI U ELEKTRIČNIM MAŠINAMA**

## 2. NAMOTI

Obrtni momenat kod rotacionih električnih mašina posledica je uzajamnog delovanja između magnetnog polja i struje koja protiče kroz namotaje mašine. Prema elektromagnetskim funkcijama koju imaju u mašini, namotaji se dele na:

- pobudni namotaj,
- armaturni namotaj,
- prigušni namotaj.

Pobudni namotaj i struja u njemu formiraju osnovni magnetni fluks potreban za elektromehaničku konverziju. Pobudni namotaj kod sinhronih mašina se nalazi na rotoru, dok je kod mašina jednosmerne struje smešten na stator. Pobudni namotaj se uobičajeno realizuje kao koncentrišan namotaj.

Usled relativnog kretanja magnetnog polja i armaturnog namotaja u provodnicima armaturnog namotaja se indukuje elektromotorna sila. Snaga koju električna mašina isporučuje ili uzima iz električne mreže je snaga koja prolazi kroz armaturni namotaj. Armaturni namotaj prenosi snagu između mehaničkog sistema (pogonska ili radna mašina) i električne mreže. Struja armaturnog namotaja stvara komponentu fluksa u vazdušnom zazoru koja je poznata kao reakcija armature. Armaturni namotaj kod sinhronih mašina nalazi se na statoru, dok je kod mašina jednosmerne struje na rotoru. Armaturni namotaj se realizuje kao raspodeljen namotaj.

Nemaju sve električne mašine zaseban pobudni namotaj. Magnetno pobuđivanje asinhronih mašina – obrtno magnetno polje, postiže se pomoću naizmeničnih struja iz mreže na koju je priključen namotaj statora. Međutim, u tom istom namotaju mora da se indukuje napon koji će držati ravnotežu nametnutom naponu mreže. Dakle, statotski namotaj asinhronih mašina objedinjuje u sebi obe funkcije: pobuđuje mašinu (funkcija pobudnog namotaja), i da se u njemu indukuje elektromotorna sila (funkcija armaturnog namotaja). Namotaj statora asinhronih mašina je sličan namotaju statora (armaturi) sinhronih mašina, ali nije definisan kao armaturni namotaj.

Prigušni namotaj sinhronih mašina ima primarnu funkciju da priguši oscilacije rotora do kojih dolazi pri nagloj promeni opterećenja sinhronih mašina, kao i da priguši inverzno polje u mašini. Sekundarna uloga prigušnog namotaja bi bila tokom asinhronog rada sinhronih mašina, koji postoji pri asinhronom pokretanju sinhronog motora, tada se prigušni namotaj ponaša kao kavezni namotaj asinhronih mašina.

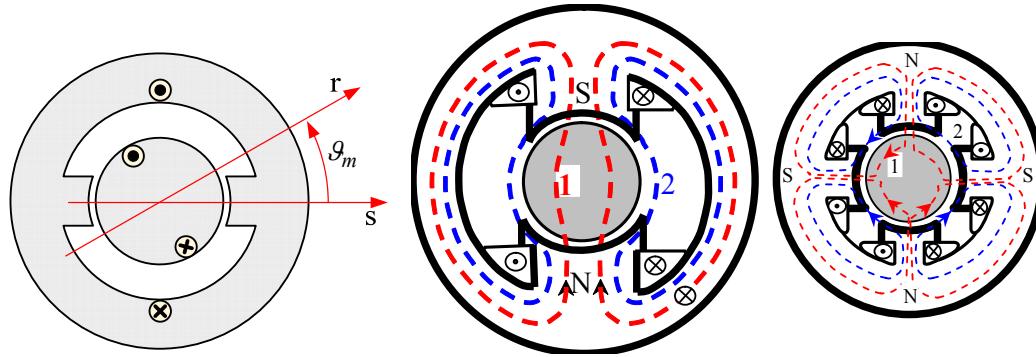
### 2.1. Indukt i induktor. Oblici magnetnog kola

Uporedno sa terminima pobudni i armaturni namotaj koriste se termini induktor i indukt. Induktor su magnetni polovi mašine. Magnetni polovi mogu biti realizovani kao stalni magneti, što se sreće nešto ređe, a znatno češće to su elektromagneti - pobudni namotaj na feromagnetnom jezgru. Po obodu električne mašine razmešteni su naizmence jedan za drugim severni (**N**) i južni (**S**) magnetni pol. Broj N i S magnetnih polova je jednak, pa uobičajeno govorimo o broju pari polova. Broj pari polova se označava sa  $p$ .

Indukt je onaj deo mašine u kojem se indukuje napon. Sastoji se od armaturnog namotaja i feromagnetskog jezgra. Armaturni namotaj je smešten u žlebove feromagnetskog jezgra. Kroz armaturni namotaj teče struja koja je određena opterećenjem električne mašine. Svaki armaturni namotaj (indukt) sa strujom opterećenja deluje i kao induktor, odnosno utiče na ukupan magnetni fluks u mašini. Struja indukta stvara komponentu fluksa u vazdušnom zazoru koja je poznata kao reakcija indukta. Reakcija indukta i reakcija armature su sinonimi.

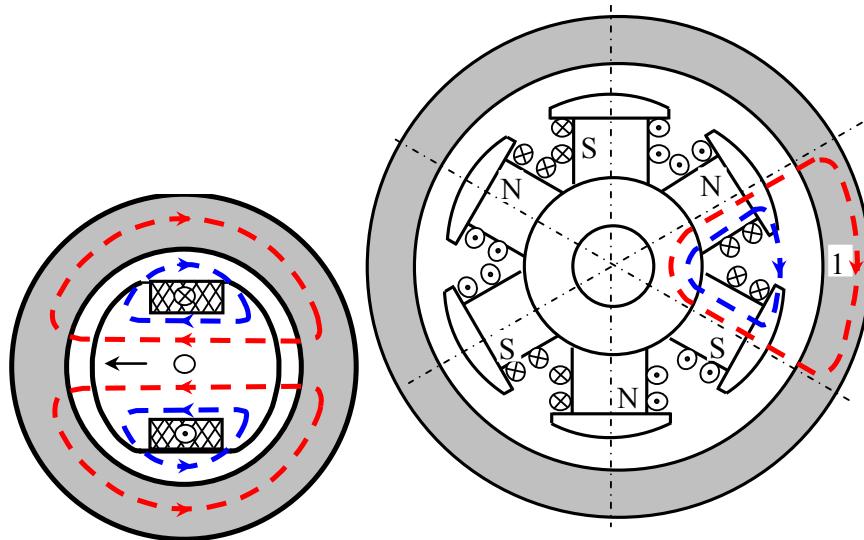
Na slici 2.1. su prikazana magnetna kola dvopolne ( $p = 1$ ) i četvoropolne ( $p = 2$ ) mašine sa pobudnim namotajem na istaknutim polovima na statoru i sa cilindričnim rotorom. Na slici je takođe označen i put silnica zajedničkog fluksa (1) i rasipnog fluksa (2). Zajednički fluks prolazi kroz rotor i njegov namotaj - armaturu. Određen broj silnica fluksa se direktno zatvara sa jednog na drugi pol statora zaobilazeći pri tome rotor, taj deo fluksa se naziva rasipni fluks pobude. Rasipni fluks pobude se zatvara samo oko pobudnog namotaja. Uopšteno kroz induktor prolazi zajednički i rasipni fluks, a armaturu prožima samo zajednički fluks. Ako po simetrali između susednih polova uočimo jedan par polova lako se zaključuje da je slika magnetnog polja pod drugim parom polova potpuno jednaka. Zato je pri razmatranju magnetnog kola sa više pari polova sasvim dovoljno izučiti jedan par polova, a dobijeni rezultat primeniti i na sve ostale parove polova.

Smer struje oko pola definiše njegovu magnetnu polarnost tj. da li će magnetni pol biti severni ili južni. Smer obilaska struje oko pola predviđen je na uobičajeni način pomoću krstića  $\otimes$  i tačkice  $\odot$ . Pomoću oznake  $\otimes$  predstavljen je provodnik u kome struja ima smer od nas tj. struja uvire u papir, dok je sa oznakom  $\odot$  predstavljen provodnik sa strujom ka posmatraču tj. struja izvire iz papira. Na slici 2.1. prikazan je induktor i magnetno kolo mašine jednosmerne struje.



Slika 2.1. Magnetno kolo sa pobudnim namotajem na istaknutim polovima statora dvopolne i četvoropolne mašine. Induktor mašine jednosmerne struje.

Na slici 2.2. su prikazana magnetna kola dvopolne ( $p = 1$ ) i šestopolne ( $p = 3$ ) mašine sa pobudnim namotajem na istaknutim polovima na rotoru i sa cilindričnim statorom. Ovom slikom je prikazan induktor sinhronne mašine sa istaknutim polovima. Ovakvo magnetno kolo imaju hidrogeneratori.

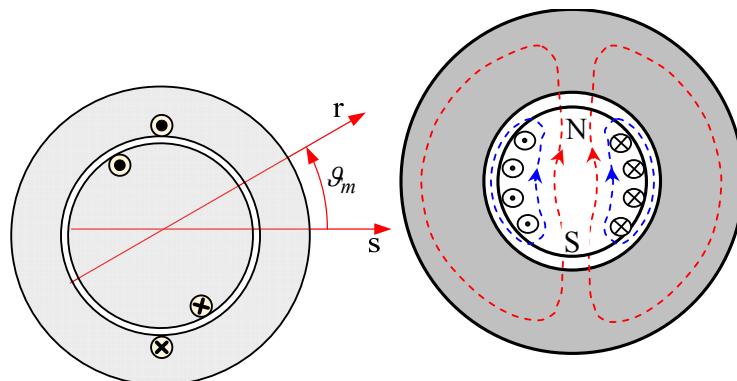


Slika 2.2. Magnetno kolo sa pobudnim namotajem na istaknutim polovima rotora dvopolne i šestopolne mašine. Induktor sinhronе mašine (hidrogenerator).

Za šestopolnu mašinu na slici 2.2. ucrtan je tok silnica između simetrala N i susednog S magnetnog pola. Ta slika bi se mogla preslikati između svake dve simetrale susednih polova.

U istom međupolnom prostoru nalaze se provodnici sa strujom istog smera pa se međupolni prostor može posmatrati kao jedan veliki žleb u kome je koncentrisana celokupna pobudna struja (magnetna pobuda, magnetopobudna sila) između dva pola. Svi navojci jednog pola namotani su jedan preko drugog oko iste ose i spojeni su na red. Magnetna osa navojaka poklapa se sa osom pola.

Magnetna pobuda (magnetopobudna sila) ne mora biti koncentrisana u jedan žleb nego može biti raspoređena u veći broj žlebova čime se dobija raspodeljena magnetna pobuda. Na slici 2.3. je prikazano magnetno kolo dvopolne ( $p = 1$ ) mašine sa pobudnim namotajem na cilindričnom rotoru. Ovom slikom je prikazan induktor sinhronе mašine sa cilindričnim rotorom. Ovakvo magnetno kolo imaju turbogeneratori.



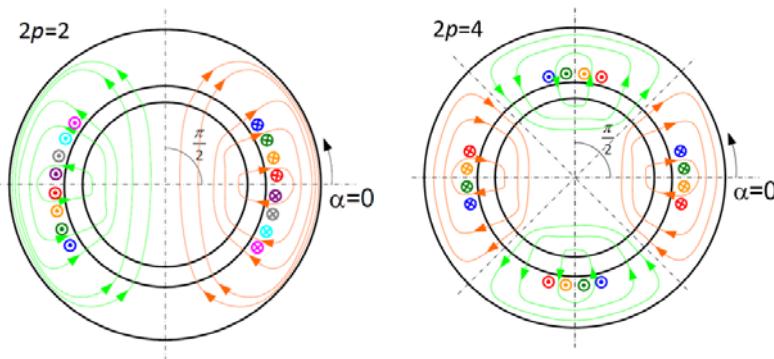
Slika 2.3. Magnetno kolo sa raspodeljenim pobudnim namotajem na cilindričnom rotoru dvopolne mašine. Induktor sinhronе mašine (turbogenerator).

Na slikama 2.1. – 2.3. su prikazani namotaji induktora – pobude rotacionih električnih mašina. Kroz namotaje induktora pritiče jednosmerna struja. Induktor se nalazi na statoru (kod mašina jednosmerne struje) ili na rotoru (kod sinhronih mašina). Namotaj induktora je

realizovani kao koncentrisan (mašine jednosmerne struje i hidrogeneratori) ili kao raspodeljen (turbogeneratori).

Namotaji indukta - armatura se nalazi na statoru (kod sinhronih mašina) ili na rotoru (kod mašina jednosmerne struje). Namotaji indukta se realizuju kao raspodeljeni namotaji. Na slici 2.4. su prikazana magnetna kola dvopolne ( $p = 1$ ) i četvoropolne ( $p = 2$ ) mašine sa raspodeljenim armaturnim namotajem na statoru i sa cilindričnim rotorom. Za indukovanje napona u namotaju armature merodavan je zajednički fluks od struja induktora. Rasipni fluks induktora zaobilazi namotaj armature pa on ne dovodi do indukovana naponu u armaturi.

Struja u armaturnom namotaju formira fluks od koga se najveći deo zatvara preko rotora čineći glavni fluks (fluks reakcije armature), a manji deo fluksa se zatvara samo oko namotaja armature predstavljajući fluks rasipanja armature. Na slici 2.4. je takođe označen i put silnica zajedničkog fluksa koji potiče od struje armature.



Slika 2.4. Magnetno kolo sa raspodeljenim armaturnim namotajem na cilindričnom statoru dvopolne i četvoropolne mašine. Indukt sinhrone mašine.

Rezultantni (ukupni fluks) u vazdušnom zazoru potiče kako od struje u induktoru tako i od struje indukta.

Armaturni namotaj je raspodeljen u određenom pojasu na statoru (kod sinhronih mašina) ili na rotoru (kod mašina jednosmerne struje). Raspodeljeni namotaj se smešta u žlebove koji su pravilno raspoređeni po obimu mašine.

## 2.2. Navojak. Elektromotorna sila navojka.

Prema Faradejvom zakonu elektromagnetne indukcije, indukovana elektromotoran sila (indukovani napon) u jednom provodniku, koji se nalazi u stranom magnetnom polju indukcije  $B$ , je:

$$e_1 = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = Blv, \quad (2.1)$$

gde su: -  $B$  magnetna indukcija, potiče od induktora,

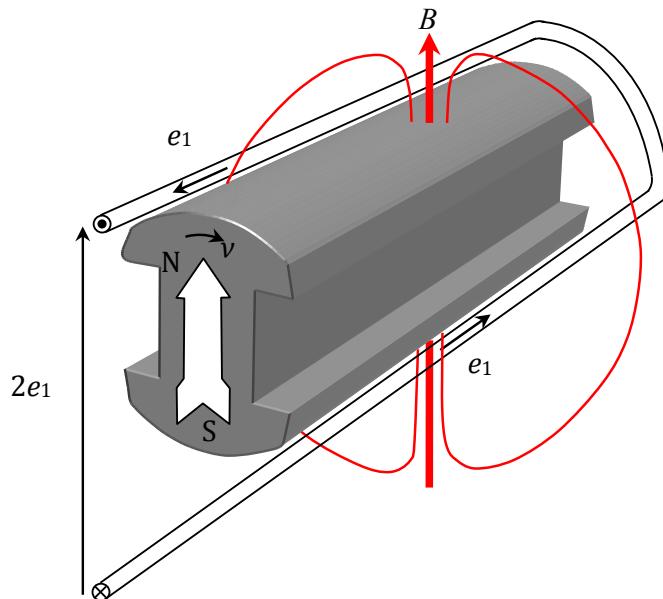
-  $l$  dužina provodnika,

-  $v$  relativna brzina kretanja provodnika u odnosu na magnetno polje. Smer kretanja  $\vec{v}$  je onaj smer u kojem se provodnik kreće relativno prema magnetnom polju indukcije  $\vec{B}$ . Ako provodnik miruje a kreće se magnetno polje, smer kretanja  $\vec{v}$  suprotan je smeru kretanja magnetskog polja.

U provodniku se indukuje napon kada se provodnik kreće u stranom magnetnom polju indukcije  $B$ , ali će se indukovani napon pojaviti i ako se magnetno polje kreće u odnosu na

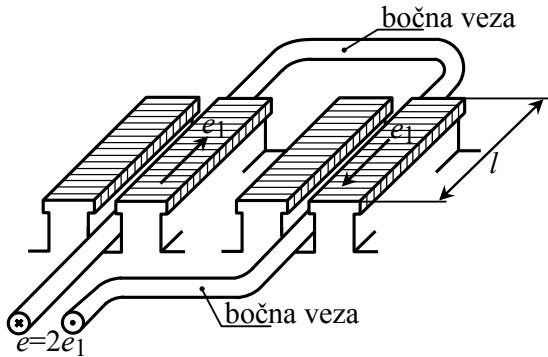
provodnik. Za pojavu indukovanih napona u provodniku bitno je da postoji relativno kretanje provodnika i magnetnog polja. Ovaj indukovani napon ne može biti veliki. Brzina  $v$  je ograničena vrednošću mogućih centrifugalnih sila i mehaničkom čvrstoćom rotora. Magnetna indukcija je ograničena zasićenjem u gvožđu magnetnog kola, dok je dimenzija mašine određena njenom prihvatljivom cenom izrade. Radi superpozicije u smislu množenja indukovanih napona provodnici se povezuju međusobno na način koji omogućuje takvu superpoziciju.

Na slici 2.5. prikazan je induktor na rotoru koji predstavlja magnet sa severnim i južnim magnetnim polom. Magnetna indukcija rotacionih električnih mašina je radijalnog pravca tj. okomita je na površinu feromagnetika a time i na provodnik statora. Zato se vektorski proizvod u polaznoj jednačini (yy.1) pretvara u običan proizvod. Na slici yy.5. je naznačen smer obrtanja rotora kao i referentni smer napona indukovanih u provodniku.



Slika 2.5. Šematski izgled induktora sa naznačenim magnetnim polovima i provodnicima statora u kojima se indukuje napon. Pobudni namot nije prikazan.

Električna mašina koja bi imala samo jedan provodnik bila bi jako male snage. Potrebno je postaviti znatno više provodnika kako bi se dobio veći indukovani napon od onog što se indukuje u jednom provodniku. Indukovani napon pojedinačnih provodnika treba višestruko uključiti u strujni krug i to tako da se u strujni krug uključi više na red vezanih provodnika. Ako se pored jednog provodnika na unutrašnjem obodu statora doda još jedan provodnik smešten dijametralno u odnosu na prvi i oba provodnika spoje dobija se navojak (kontura, zavoj), kao što je prikazano na slici yy.5. Provodnici koji čine jedan navojak nalaze se pod raznoimenim magnetnim polovima. Navojak se smešta u jedan par žlebova kao što je prikazano na slici yy.6.



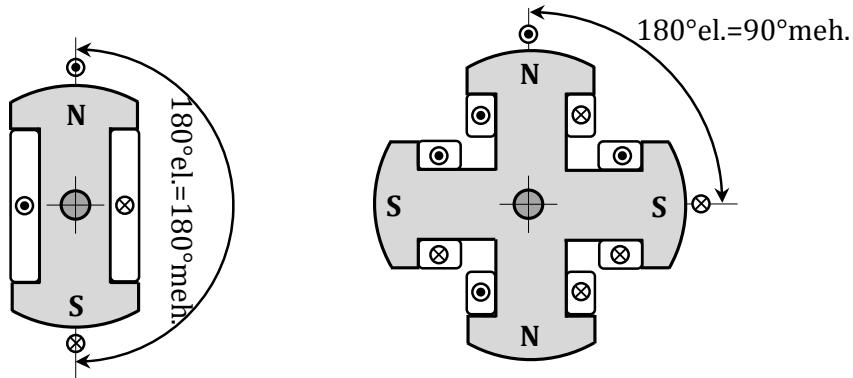
Slika yy.6. Skica navojka smeštenog u žlebove magnetnog kola. Strelice pokazuju smerove indukovanih napona u aktivnim delovima provodnika, tj. u provodnicima navojka.

Navojak se sastoje od dva aktivna dela - provodnika koji su smešteni u žlebove i međusobno su povezani bočnim vezama. Aktivni delovi navojka se nazivaju još aktivnim stranama navojka ili jednostavno provodnicima. Provodnici - aktivni delovi navojka se nalaze u žlebovima magnetnog kola i u njima se indukuje elektromotorna sila. Aktivni delovi navojka se nalaze pod raznoimenim magnetnim polovima tj. jedan aktivni deo je pod severnim polom, a drugi u istom ili približno istom položaju pod južnim magnetnim polom. Kako su aktivni delovi navojka vezani na red to se u njima indukovani naponi sabiraju. Bočne veze se nalaze izvan magnetnog kola, gde je  $B = 0$ , pa se u njima ne indukuje elektromotorna sila. Na prethodnoj slici sa  $l$  je označena dužina aktivnog dela (jednog) provodnika. To je onaj deo provodnika kojeg preseca magnetni fluks. Kod rotacionih električnih mašina to je dužina paketa limova statora i rotora u čije žlebove su smešteni provodnici. Na slici yy.6. je naznačen i referentni smer indukovane elektromotorne sile u provodniku  $e_1$ , kao i u navojku  $e$ . Sa slikom yy.5. i yy.6. je očigledno da je indukovana elektromotorna sila navojka jednaka zbiru indukovanih elektromotornih sile u oba provodnika:(2.2)

$$e = 2e_1. \quad (2.2)$$

Jedan aktivni deo navojka smeštena je u žleb naspram jednog magnetnog pola induktora, a drugi aktivni deo navojka je naspram drugog magnetnog pola induktora. Pri obrtanju pobuđenog rotora (induktora) magnetna indukcija (fluks) preseca obe strane navojka u kojima se usled toga indukuje napon. Smerovi indukovanih napona u provodnicima navojka su takvi da se jedan na drugi superponiraju (sabiraju). Kod dvopolnog namota (i induktora) aktivne strane navojka su međusobno pomerene za  $180^\circ$  tj. aktivne strane jednog navojka se nalaze na dijametru (prečniku). Na taj način je postignuto da se aktivne strane navojka nalaze ispod susednih raznoimenih magnetnih polova, kao što je prikazano na slici yy.7. Sa slike je očigledno da dok se jedan aktivni deo navojka nalazi naspram severnog magnetnog pola drugi aktivni deo je naspram južnog. Na slici yy.7. sa oznakama  $\otimes$  i  $\odot$  su predstavljeni provodnici navojka sa naznačenim smerom indukovanih napona. Kod četvoropolne konstrukcije susedni magnetni polovi suprotne polarnosti su međusobno pomereni za  $90^\circ$  (mehaničkih), kao što je i prikazano na slici yy.7. Ugao između dva susedna magnetna pola suprotne polarnosti je  $180^\circ$  (električnih) bez obzira na broj polova, ovo predstavlja električni ugao između dva magnetna pola.

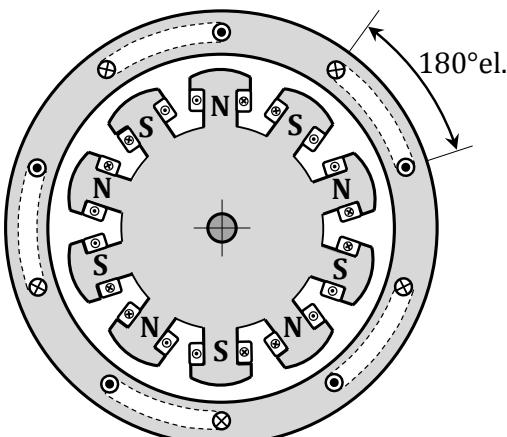
Aktivne strane navojka su međusobno pomerena za ugao  $\pi/p$ , gde je  $p$  broj pari polova za višepolnu konstrukciju. Ovakvim položajem aktivnih delova navojka postignuto je da se indukovani naponi u provodnicima sabiraju dajući indukovani napon navojka koji je dvostruko veći od indukovanih napona u jednom aktivnom delu navojka.



Slika yy.7. Šema rasporeda provodnika navojka u odnosu na polove za slučaj dvoljnog i četvoropoljnog induktora.

Jedna cela perioda indukovanih napona postiže se za prolazak jednog para magnetnih polova pored navojka. Za dvoljni konstrukciju, prikazanu na slici yy.7, da bi se dobila učestanost indukovanih napona od 50 Hz potrebno je obrotati rotor sa 50 o/s, odnosno sa 3000 o/min.

Na slici yy.8. prikazan je desetopolni  $p = 5$  indukt i induktor sa jednim faznim namotajem. Kada se obide obodom desetopolnog indukta prođe se naizmence pet puta područjem severnog i pet puta područjem južnog magnetnog pola, dakle prođe se ispod pet pari magnetnih polova. Da bi se i u desetopolnoj konstrukciji namota indukovao napon koji je i dalje učestanosti 50 Hz potrebno je smanjiti mehaničku brzinu obrtanja rotora (induktora) na  $3000/p = 3000/5 = 600$  o/min. Iako je mehanička brzina obrtanja smanjena  $p$  puta, brzina kojom magnetni polovi induktora prolaze pored namota je ostala ista i iznosi 3000 o/min. Ovu brzinu obično zovemo električnom brzinom.



Slika yy.8. Šematski izgled desetopolnog induktora i indukta sa jednim ‘faznim’ namotom.

Rastojanje između žlebova u koje je smešten navojak predstavlja navojni korak (ili širinu navojka) i obeležava se sa  $y$ . Dok se rastojanje između osa susednih magnetnih polova naziva polnim korakom i obeležava se sa  $\tau_p$ , što je ilustrovano na prethodnoj slici.

$$\tau_p = \frac{360^\circ}{2p} \text{ °mehaničkih.} \quad (2.1)$$

Bez obzira na broj pari polova  $p$  polnom koraku  $\tau_p$  odgovara  $180^\circ$  električnih.

Polni korak kao i navojni korak obično se izražavaju brojem žlebova (zubaca):

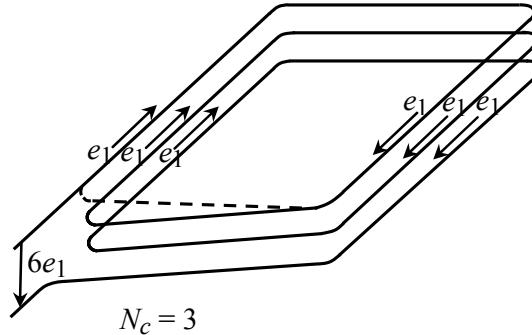
$$\tau_p = \frac{Z}{2p} \quad (2.2)$$

$$\tau_p = \frac{Z}{2p} \quad (2.1)$$

ili u električnim stepenima. Navojni korak predstavlja i širinu navojka. Uobičajeno se navojni korak iskazuje korakom namotavanja i to tako da se uzme redni broj žleba u kome se nalazi jedna aktivna strana i onaj žleb u koji je smeštena druga strana navojka. Tako da podatak o koraku namotavanja 1 - 11 znači da je navojni korak  $y = 10$  žlebova. Navojni korak može biti jednak polnom koraku, ali takođe može biti i različit od polnog koraka.

### 2.3. Sekcija. Elektromotorna sila sekcijske.

Više navojaka se, iz razloga dobijanja veće vrednosti indukovanih napona, vezuje na red. Tako se formira sekcija (kanura, svitak, bobina, špulna) na način kao što je prikazano na slici yy.9. Sa slike je očigledno da se navoјci u sekcijskoj spajaju tako da se završetak prvog navojka vezuje sa početkom drugog, a završetak drugog sa početkom trećeg i tako do poslednjeg navojka koji pripada sekcijskoj. Početak prvog navojka je početak sekcijske, a završetak poslednjeg navojka predstavlja završetak sekcijske. Ovako opisana sekcija od više navojaka praktično se izrađuje na šablonu i nema potrebe za bilo kakvim prekidom ili nastavkom provodnika između navojaka koji pripadaju jednoj sekcijskoj.



Slika yy.9. Skica sekcijske od tri navojka ili šest provodnika.

Sekcija se smešta u jedan par žlebova koji leže pod suprotnim magnetnim polovima. Sve što je rečeno o smeštanju navojka u žlebove važi i za smeštaj sekcijske. Ako se broj navojaka u jednoj sekcijskoj označi sa  $N_c$ , tada je ukupan broj provodnika u jednoj sekcijskoj  $2 \cdot N_c$ . Sabiranjem indukovanih napona navojaka, odnosno pojedinih provodnika dobija se indukovani napon sekcijske. Indukovani napon sekcijske je  $2 \cdot N_c$  puta veći od indukovanih napona u jednom provodniku.

$$e_s = 2N_c \cdot e_1 \quad (\text{yy.3})$$

Na ovaj način tj. vezivanjem više navojaka na red je postignuto povećanje indukovanih napona u odnosu na napon indukovani u jednom provodniku.

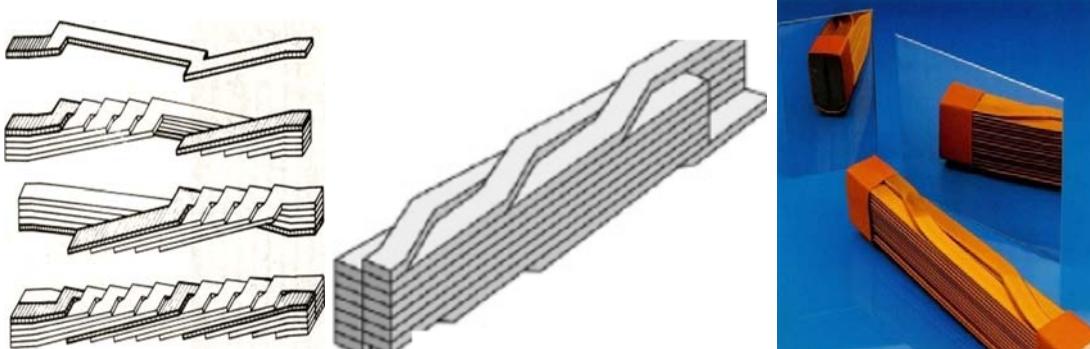
Prema broju provodnika u žlebu (sloju), odnosno načinu izvođenja sekcijske, sekcijske mogu biti kanuraste ili štapne. Kanurasta sekcijska se sastoji od većeg broja navojaka, odnosno

u žlebu se nalaz veći broj provodnika. Kanurasta sekcija se izrađuje od bakarnog provodnika (žice) kružnog poprečnog preseka prečnika do 3 mm. Dimenzija (presek) provodnika je određen strujom (snagom) za koju se izrađuje mašina. Bočne veze kanurastih sekcija se oblikuju nakon ulaganja u žlebove. Kanuraste sekcije se koriste za izradu namota asinhronih motora snage do 11 kW, tj. za niskonaponske namote. Na slici yy.10. prikazan je izgled jedne kanuraste sekcije pre ulaganja u žlebove, kao i deo namotaja trofaznog asinhronog motora sa oblikovanim bočnim vezama. Bočne veze formiraju glavu namota.



Slika yy.10. Izgled kanuraste sekcije i deo trofaznog namotaja sa kanurastim sekcijama uloženim u žlebove statora.

Za veće struje koristi se profilni provodnik pravougaonog poprečnog preseka. Ako su zbog vrednosti struje potrebni provodnici još većih preseka, tada se provodnik izrađuje od profilnih provodnika (žila) koje su međusobno električno izolovane, ali su na kraju galvanski spojene. Na taj način se formira provodnik u obliku štapa - štapni provodnik, pa otud naziv za sekciju štapna sekcija. Usled postojanja rasipnog fluksa nije konstantna gustina naizmenične struje po visini provodnika, odnosno dubini žleba u koji se smešta štapni provodnik. Najveća gustina struje će biti prema površini provodnika i ona opada sa dubinom žleba tj. dolazi do potiskivanja struje prema površini provodnika. Da bi se suzbio efekat potiskivanja struje prema površini štapnog provodnika, potrebno je da se sve žile u štapnom provodniku po ukupnoj dužini nalaze u jednakim magnetnim uslovima. Zato se sprovodi transpozicija žila - promena položaja žila u štalu po dubini žleba, a po njihovoj ukupnoj dužini. Tako se postiže da svaka žila prolazi podjednako gornjim i donjim delom preseka provodnika (odnosno žleba) kao što je prikazano na slici yy.11. Ovakav štapni provodnik se zove "Rebelov" štap.



Slika yy.11. Ilustracija konstrukcije štapnog provodnika sa transpozicijom žila za suzbijanje potiskivanja struje. "Rebelov" štap.

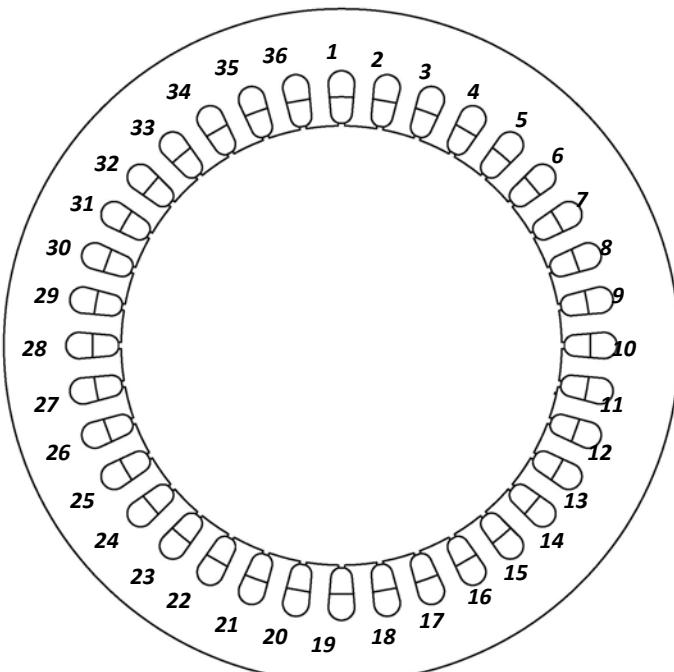
Na slici yy.12. prikazana je štapna sekcija sa Nc navojaka napravljena od izolovanog profilnog provodnika pravougaonog preseka. Štapna sekcija se oblikuje pre ulaganja u žlebove. Prvo se oblikuje neizolovani bakar, a zatim se vrši izolovanje.



Slika yy.12. Izgled štapne sekcije napravljene od profilnog provodnika pravougaonog preseka.

Ako je štapna sekcija izrađena od štarnog provodnika tada štapna sekcija ima samo jedan navojak.

Sekcije se ulažu u žlebove. Na narednoj slici je prikazan stator sa 36 žlebova.

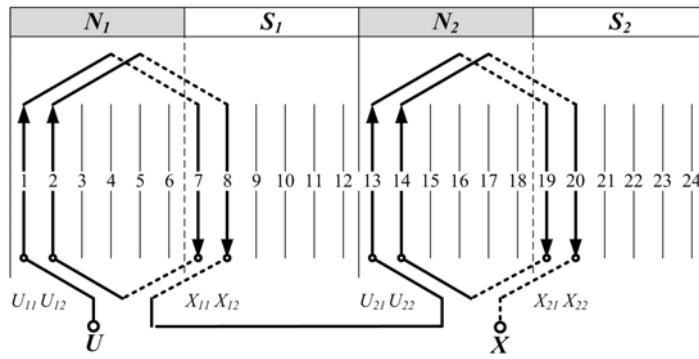


Slika yy. Stator sa  $Z = 36$  žlebova.

## 2.4. Vrste namotaja

Prema načinu međusobnog spajanja sekcija namotaji se dele na petljaste (omčaste) i valovite namotaje. Spajanje sekcija petljastog namotaja je prikazano na slici yy.13, dok je na slici yy.14. prikazano vezivanje sekcija valovitog namotaja. Za predstavljanje namotaja na slikama yy.13 i yy.14. je korišćena razvijena šema. Razvijena šema namotaja se dobija kada se cilindrična površina statora ili rotora preseče po jednoj izvodnici i razvije u ravan. Time je postignuto da se provodnici koji se nalaze u žlebovima predstavljaju vertikalnim linijama. Bez obzira na broj navojaka u sekcijsi, u cilju preglednosti, namotaji se najčešće crtaju kao da imaju samo jedan navojak u sekcijsi. Na slici yy.13. iznad žlebova su nacrtane glave namota, a na delu ispod žleba je prikazano spajanje pojedinih sekcijskih spojnih vodova.

Petljasti namotaj se izrađuje pomoću sekcijskih spojnih vodova, tako da su one izradene od provodnika okruglog poprečnog preseka bilo od profilnog provodnika pravougaonog preseka. Sa slike yy.13. se jasno vidi da je omčasti namotaj izveden na taj način što su sekcijske međusobno spojene u obliku zamke ili omče, po čemu su ovi namotaji i dobili naziv. Kod petljastog namotaja kraj jedne sekcijske faze je spojen sa početkom druge sekcijske faze tako da su svi navojci koji pripadaju jednoj fazi i nalaze se pod jednim polom vezani na red.



Slika yy.13. Skica vezivanja sekcijskih spojnih vodova u petljastom namotaju.

Na slici yy.13. su prikazana  $Z = 24$  žlebova u koje se smešta trofazni, četvoropolni  $p = 2$ , petljasti namotaj. U preostale žlebove smeštaju se druge dve faze. Broj žlebova po polu i fazi je:

$$m = \frac{Z}{2pq} = \frac{24}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 2 \quad (\text{yy.4})$$

Dakle,  $m$  žlebova pod svakim polom pripada jednoj fazi. Strelicama je predviđen smer indukovanih napona u provodnicima ispod pojedinih polova ( $N$ ,  $S$ ) induktora i o smeru indukovanih napona se mora voditi računa pri međusobnom povezivanju sekcijskih spojnih vodova.

Petljasti namotaji su jednostavniji za izradu jer sve sekcijske faze imaju isti oblik i dimenzije, te se zbog toga mogu izvesti pomoću šablona.

Na slici yy.14. je prikazano kako se formira valoviti namotaj. Kod valovitog namotaja ne spajaju se susedne sekcijske faze na red već najpre se vezuju prve sekcijske faze svih parova polova, a onda se povezuju s druge sekcijske faze. Kada se načini  $p$  koraka obide se obim mašine jednom. Valoviti namotaj se dobija rednim spajanjem provodnika (ili sekcijskih spojnih vodova) ispod svih polova uz neprekidno obilaženje obima statora ili rotora. Ovakvim načinom spajanja provodnika bočne

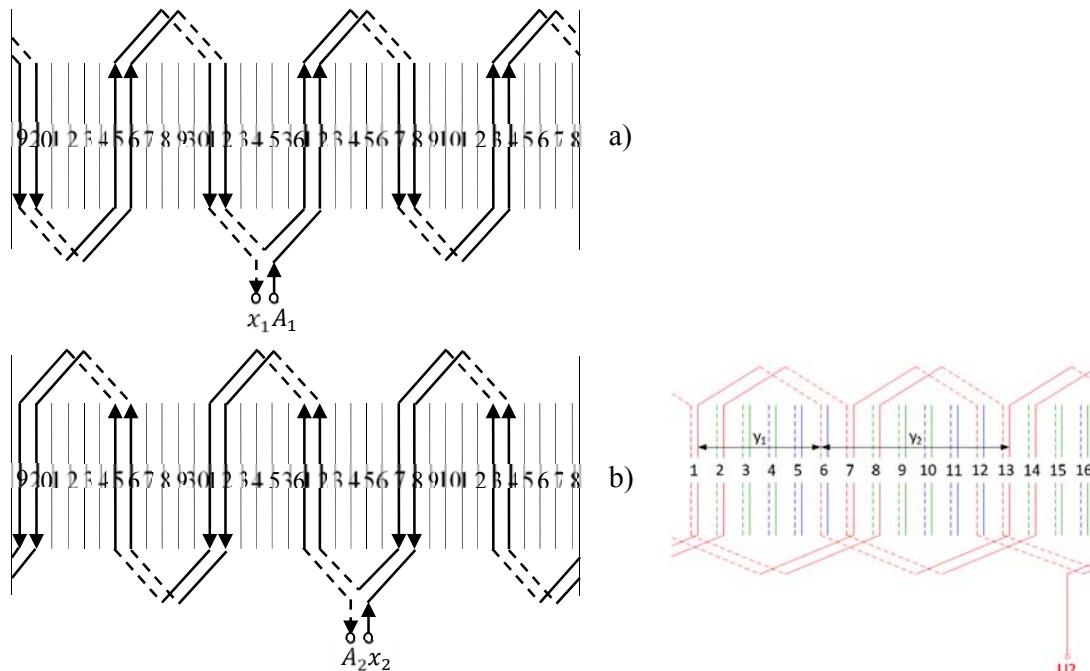
veze dobijaju valoviti oblik prelaza od jednog provodnika do drugog, po čemu su ovi namotaji i dobili naziv.

Valovit namotaj se izrađuju štapnim provodnicima uloženim u žlebove. Prvi štap u žlebu se spaja sa štapom koji je od njega odmaknut za navojni korak  $y_1$ . Sledeći štap se spaja sa štapom odmaknutim za spojni korak  $y_2$ , ovaj drugi štap je od prvog štapa odmaknut za dvostruki polni korak kao što je prikazano na slici yy.14.

Da bi se dobio valoviti namotaj naizmenične struje definiše se ukupni navojni korak koji zapravo predstavlja dvostruki polni korak:

$$y = \frac{Z}{p} = 2\tau_p$$

Ovaj ukupni navojni korak se deli na delimične  $y_1$  (navojni) i  $y_2$  (spojni). Kada je navojni korak jednak polnom koraku tada je  $y_1 = \tau_p = y/2$ .

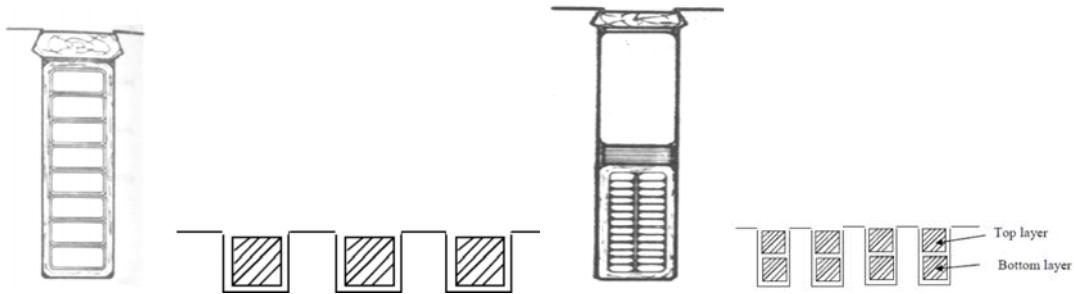


Slika yy.14. Skica vezivanja sekacija u jednoj fazi valovitog namota.

a) prva polovina namota faze  $A$  b) druga polovina namota faze  $A$

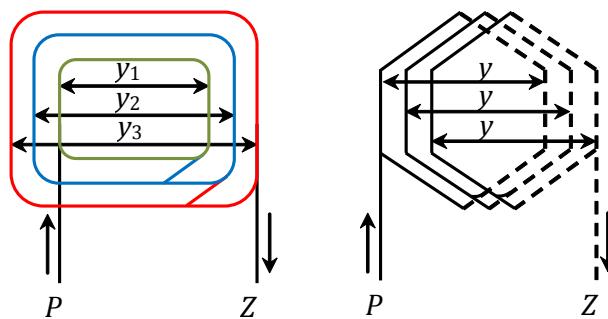
Prilikom jednog obilaska oko obima dobija se lanac navojaka koji imaju isti korak. Valoviti namotaji se najčešće primenjuju za statorske namotaje velikih sinhronih generatora kao i za najveće asinhronе motore. Rotorski namotaji kliznokolutnih asinhronih mašina se takođe izrađuju kao valoviti i obično su tada izvedeni sa navojnim korakom jednakim polnom koraku.

Kada se u žlebovima nalaze samo provodnici koji pripadaju jednoj sekciji tada se formira jednoslojni namotaj, dok ako se u žlebovima nalaze provodnici koji pripadaju dvema različitim sekcijama tada se formira dvoslojni namotaj. Dakle, prema broju sekcija koje se nalaze u žlebovima namoti se dele na jednoslojne i dvoslojne. Na slici yy.15. prikazani su žlebovi u koje se smešta jednoslojni, odnosno dvoslojni namotaj.



yy.15. Skica žleba jednoslojnog i dvoslojnog namotaj.

Više sekcija koje se nalaze pod jednim parom polova ( $m$ ) vezanih na red čine Polno Faznu Grupu (PFG). PFG se još naziva i navojni deo. PFG može da čini i samo jedna sekcija.



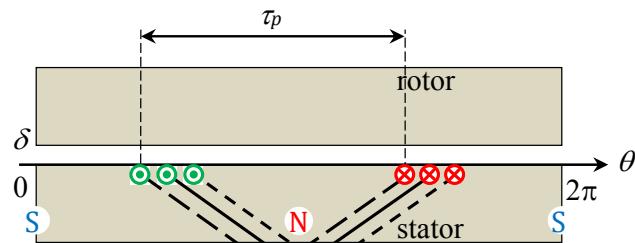
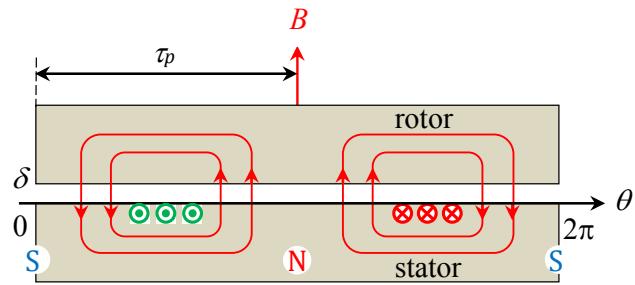
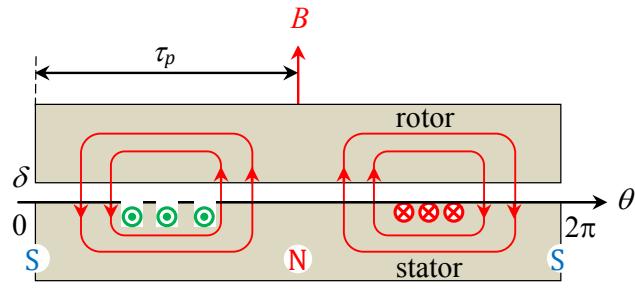
Slika yy.16. Skica polno fazne grupe a) jednoslojnog koncentričnog namotaja, b) jednoslojnog namotaja sa jednakim sekcijama c) dvoslojnog namotaja sa jednakim sekcijama.

Na slici yy.16. pod a) je prikazana PFG jednoslojnog, koncentričnog namotaja koja se sastoji od tri sekcije vezane na red. Sekcije koncentričnog namotaja imaju različit korak namotavanja ( $y_1, y_2, y_3$ ), kao što je naznačeno na slici yy.16. pod a). Očigledno je da se magnetne ose koncentričnih sekcija koje pripadaju istoj PFG poklapaju.

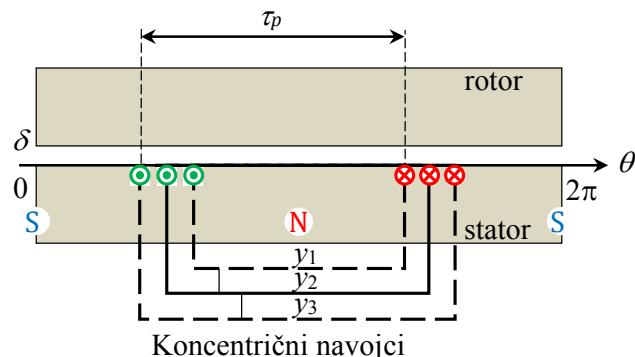
Jednoslojni namotaj može biti izrađen i sa sekcijama koje imaju isti korak tj. sa jednakim sekcijama. Na slici yy.16. pod b) je prikazana PFG jednoslojnog namotaja sa tri identične sekcije. Sa slike je očigledno da se magnetne ose sekcija koje pripadaju istoj PFG ne poklapaju.

Na slici yy.16. pod c) je prikazana PFG dvoslojnog namotaja sa jednakim sekcijama. Punom linijom je prikazana aktivna strana na vrhu žleba, dok je isprekidanom linijom prikazana aktivna strana koja se nalazi na dnu žleba.

Jednoslojni namotaj se može izraditi sa koncentričnim sekcijama ili sa sekcijama jednakog navojnog koraka. Kod jednoslojnog namotaja u svakom žlebu se nalaze provodnici koji pripadaju samo jednoj sekciiji. Ukupna broj sekcija jednoslojnog namotaja je  $Z/2$  gde je  $Z$  broj žlebova. Broj PFG jednoslojnog namotaj jednak je broju pari polova tj.  $p$ . Jednom PFG formira se jedan par magnetnih polova. Jednoslojni namotaj se koristi samo kod malih mašina naizmenične struje snage do 7,5 kW. Na slici yy.17. u razvijenom preseku su prikazane silnice magnetne indukcija usled struje u provodnicima. Naznačene su struje u provodnicima kao i bočne veze kojima se ukazuje da li je jednoslojni namotaj sa koncentričnim sekcijama ili sa sekcijama jednakog navojnog koraka. Na raspodelu magnetne indukcije po obodu maštine ne utiče da li je jednoslojni namotaj sa koncentričnim sekcijama ili je sa sekcijama jednakog navojnog koraka.



Navojevi sa jednakim korakom



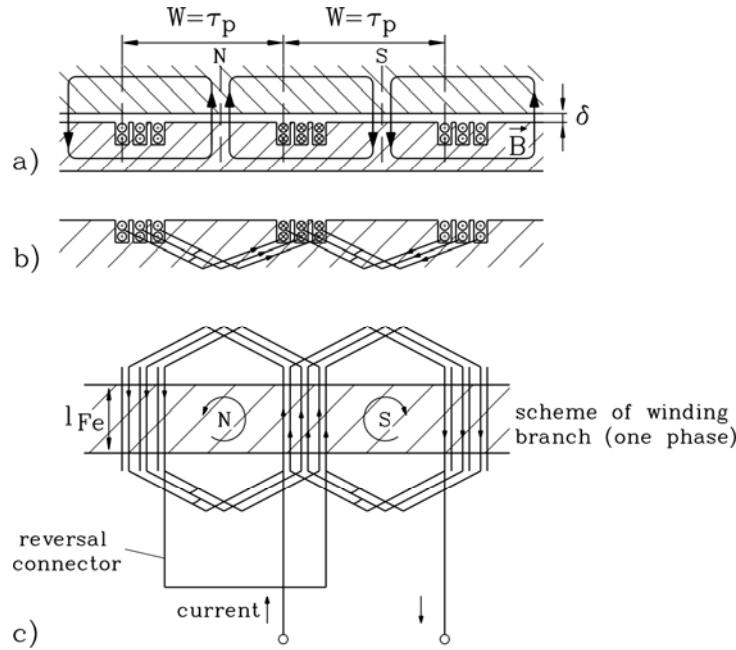
Koncentrični navojevi

yy.17. Jednoslojni namot. Prikaz silnica magnetne indukcije u razvijenom preseku.

Na slici yy.17a. je prikazana presek stator i rotora sa sekcijama koje formiraju magnetno polje. Na slikama su simbolično naznačene bočne veze koje se u ovakovom preseku nevide. navojcima koji u koga je smešten trofazni, jednoslojni, koncentrični namotaj. Fazni namotaji su izvedeni sa dve PFG pa je broj pari polova  $p = 2$ .

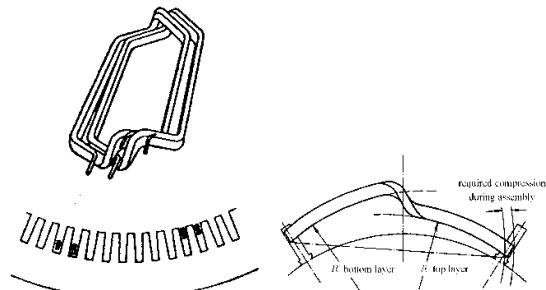


Kod dvoslojnog namotaja u svakom žlebu se nalaze aktivne strane od dve različite sekcije. Sekcija se svojom jednom aktivnom stranom nalazi u donjoj polovini žleba, a drugom aktivnom stranom u gornjoj polovini drugog žleba. U nepotpunjeni deo žlebova smeštaju se aktivne strane drugih sekacija. Broj sekacija dvoslojnog namotaja jednak je broju žlebova tj. Z. Broj PFG dvoslojnog namotaja jednak je broju polova tj.  $2p$ . Jedan para polova (severni i južni magnetni pol) dvoslojnog namotaja se formira pomoću dve PFG. Na slici yy.18. u razvijenom preseku su prikazane silnice magnetne indukcije usled struje u jednoj fazi dvoslojnog namotaja. Naznačene su struje u provodnicima kao i bočne veze. Prikazane su i dve PFG sa naznačenim magnetnim polovima koji potiču od struja u sekcijama.



Slika yy.18. Dvoslojni namotaj. Prikaz silnica magnetne indukcije u razvijenom preseku.

Na slici yy.19. su prikazane oblikovane sekcije dvoslojnog namotaja. Štapne sekcije dvoslojnog namotaja se oblikuju pre umetanja u žlebove. Usled karakterističnog "S" oblika bočnih veza štapnih sekcija, nema ukrštanja tj. prepletanja sekcija u glavi namotaja. Oblikovana sekcija dvoslojnog namotaja smešta se u žlebove, sa aktivnom stranom (levo) na dnu žleba i drugom aktivnom stranom smeštenom na vrh žleba.



Slika yy.19. Ilustracija. Položaj provodnika sekcija u žlebovima dvoslojnog namotaja.

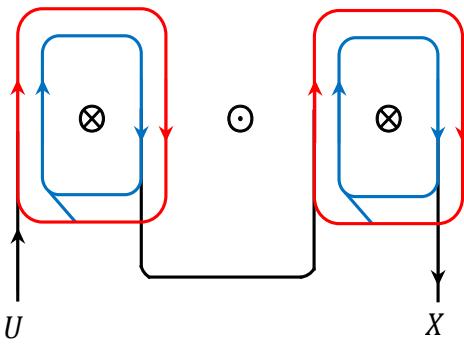
Dvoslojni namotaj se uobičajeno koristi kod električnih mašina za snage preko 5 kW, kao i za mašine najvećih snaga i najviših napona do 30 kV.

Upotreba dvoslojnog namotaja ima niz prednosti u odnosu na jednoslojni namotaj:

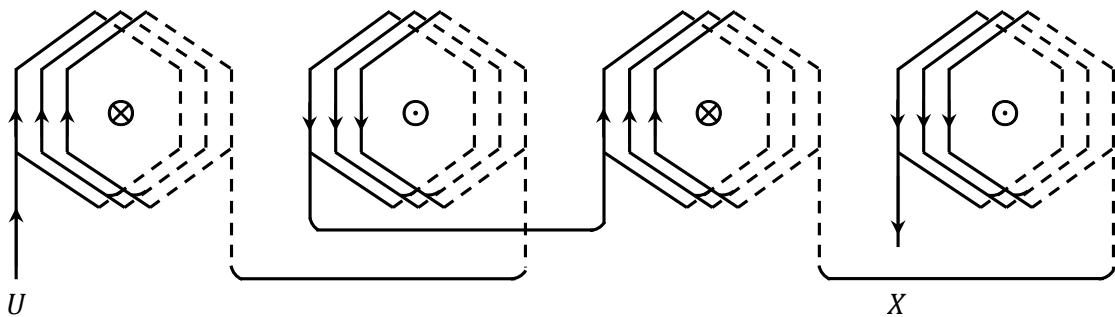
- sekcije su jednakih dimenzija što daje jednostavniju izradu i jeftiniji namotaj u odnosu na namotaj sa koncentričnim sekcijama,
- moguće je skraćenja koraka sekcije i izrada tetivnog namotaja,
- dobija se bolji talasni oblik indukovane elektromotorne sile što je bitno za generatore,
- manje su reaktanse rasipanja što daje bolje performanse električnih mašina.

Dvoslojni namotaj ima lošije punjenje žleba bakrom tj. u žlebu se nalazi manje provodnika u odnosu na jednoslojni namotaj zbog neminovne upotrebe međuslojne izolacije.

Spajanjem PFG koja pripada jednom paru polova sa drugim PFG koje pripadaju drugim parovima polova formira se jedan fazni namotaj višefaznog namotaja. PFG se najčešće spajaju na red kao što je prikazano na slikama yy.20.

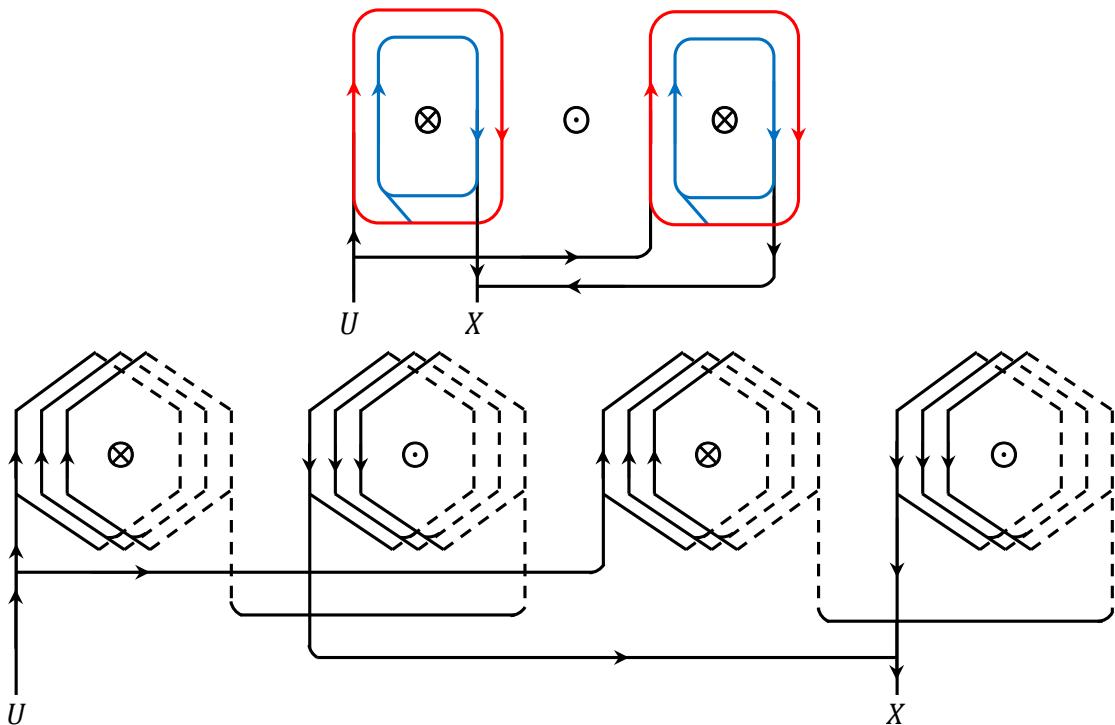


Slika yy.20. Skica jednog jednoslojnog namotaja koji se sastoji od dve PFG vezane redno.



Slika yy.21. Skica jednog dvoslojnog namotaja koji se sastoji od četiri PFG vezane redno.

Kod većih električnih mašina primenjuje se i paralelno spajanje PFG. Tada takav namotaj ima paralelne grane. Paralelna grana se sastoji od jedne ili više PFG vezanih na red. Broj paralelnih grana se označava sa  $a$ . Na slici yy.22. pod a) su prikazane dve paralelne grane koncentričnog namotaja gde se svaka grana sastoji od po jedne PFG sa dve sekciјe. Na slici yy.22. pod b) su prikazane dve paralelne grane. Svaka grana se sastoji od dve PFG koje su vezane na red.



Slika yy.22. Ilustracija namotaja sa paralelnim granama  
a) koncentričnog namotaja b) dvoslojnog petljastog namotaja.

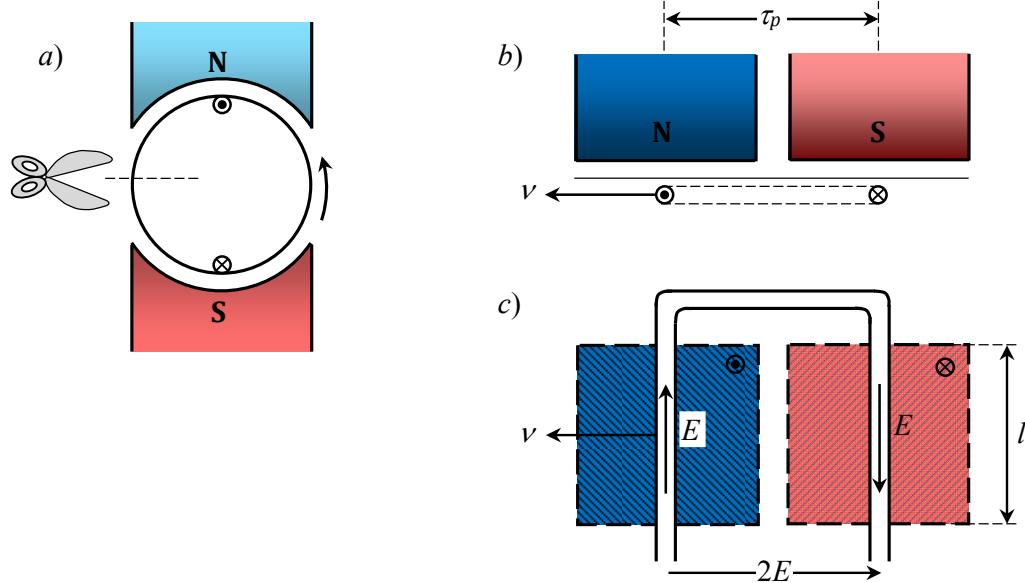
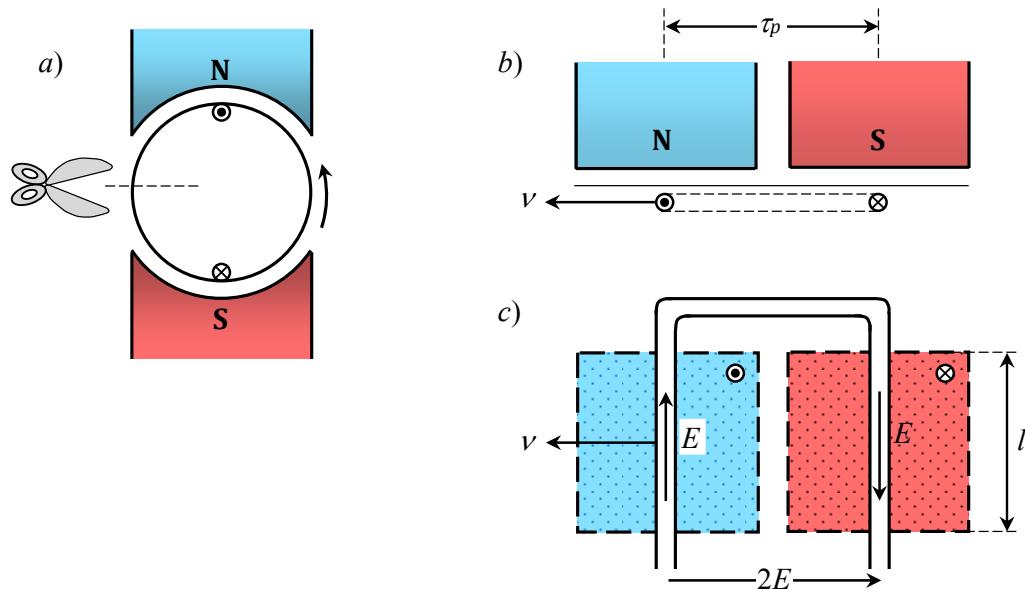
Kada bi se sve PFG vezale paralelno dobio bi se namot sa najvećim mogućim brojem paralelnih grana. Najveći mogući broj paralelnih grana jednoslojnog namota je jednak broju pari polova  $a = p$ , dok je kod dvoslojnog namota najveći mogući broj paralelnih grana jednak broju polova  $a = 2p$ . Da bi se bilo koja dva dela namota smela spojiti paralelno naponi indukovani u njima moraju biti jednak po iznosu i po faznom stavu.

## 2.5. Impregnacija namotaja

Namotaji mogu biti namotani na istaknute polove ili smešteni u žlebove koji su aksijalno postavljeni po obimu induktora ili indukta, s tim da su namotaji za naizmeničnu struju uvek raspoređeni u žlebove. Za predstavljanje namota upotrebljavaju se razvijene i kružne šeme.

### 3. INDUKOVANA ELEKTROMOTORNA SILA

#### 3.1. Šematsko prikazivanje (u preseku, razvijenom preseku, razvijenom pogledu)



Raspored polova i provodnika u: a) preseku, b) razvijenom preseku c) razvijenom pogledu

### 3.2. Uticaj oblika pola na raspodelu magnetne indukcije u vazdušnom zazoru

Prema Faradejevom zakonu elektromagnetne indukcije napon indukovani u jednom provodniku pri njegovom kretanju brzinom  $v$  u magnetnom polju indukcije  $B$ :

$$e_1 = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = Blv,$$

direktno je srazmeran vrednosti indukcije u vazdušnom zazoru na mestu na kojem se provodnik u tom trenutku nalazi. Pri kretanju provodnika po obodu vazdušnog zazora talasni oblik indukovanih napona verno prati prostornu raspodelu magnetne indukcije po obimu vazdušnog zazora. Prostorna raspodela magnetne indukcije po obimu mašine se preslikava u vremensku zavisnost indukovanih napona. Da bi se dobila prostoperiodična vremenska zavisnost indukovanih napona potrebno je obezbediti prostoperiodičnu raspodelu indukcije po obodu vazdušnog zazora.

Na prostornu raspodelu magnetne indukcije u vazdušnom zazoru može se uticati širinom vazdušnog zazora ispod pola. Između fluksa, magnetopobudne sile koja tera fluks i reluktans magnetnog kola postoji veza data drugim Kirhofom zakonom za magnetno kolo, odnosno Kap Hopkinsonovim zakonom:

$$\Phi = \frac{NI}{\mathcal{R}_m}$$

Ako se zanemari reluktansa feromagnetičnih delova magnetnog kola i uvaži da je:

$$\mathcal{R}_m = \frac{\delta}{\mu_0 S}$$

gde je  $\delta$  širina vazdušnog zazora dobija se:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\delta}$$

Konstantna širina vazdušnog zazora  $\delta = \text{const.}$  daje konstantu indukciju ispod pola odnosno u vazdušnom zazoru po obimu mašine:

$$B = B_m = \text{const}$$

kao što je prikazano na narednoj slici pod a). Ovo predstavlja poželjnu raspodelu indukcije po obimu vazdušnog zazora kod mašina jednosmerne struje. Raspodela indukcije po obimu treba da omogući postizanje što veća srednje vrednosti indukovanih napona u provodniku armature.

Ako se širina vazdušnog zazora tj. rastojanje između statora i polnog nastavka menja prema sledećoj relaciji:

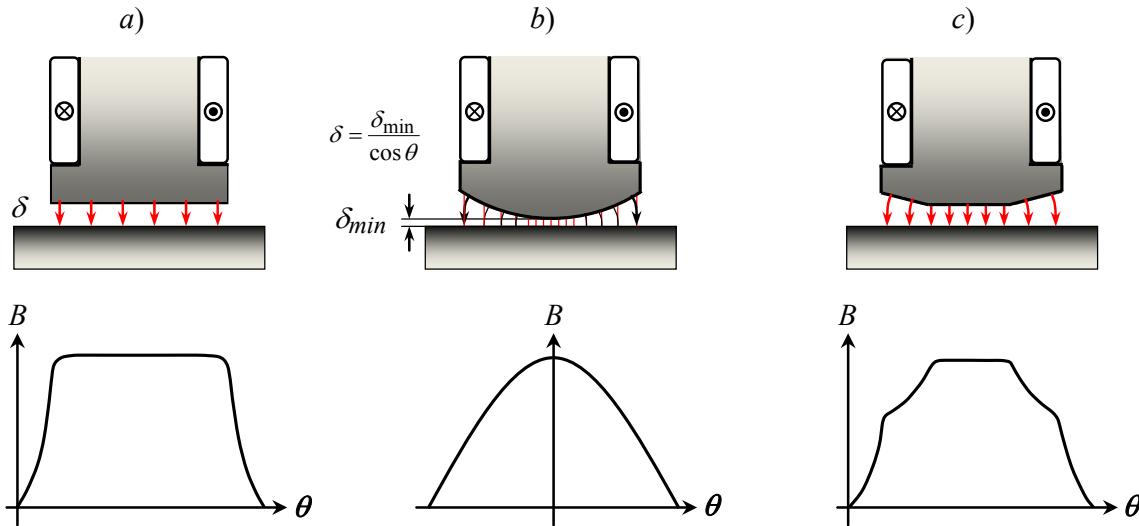
$$\delta = \frac{\delta_{min}}{\cos\theta}$$

gde su: -  $\delta_{min}$  minimalna širina vazdušnog zazora ispod pola,  
-  $\theta$  ugao koordinata posmatrane tačke u vazdušnom zazoru merena od ose pola,

tada se u vazdušnom zazoru ostvaruje prostoperiodična raspodela indukcije ispod pola, odnosno u vazdušnom zazoru po obimu mašine:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\delta_{min}} \cos \theta = B_m \cos \theta$$

što je prikazano na narednoj slici pod b). Ovo predstavlja poželjnu raspodelu indukcije po obimu vazdušnog zazora kod rotacionih električnih mašina naizmenične struje.

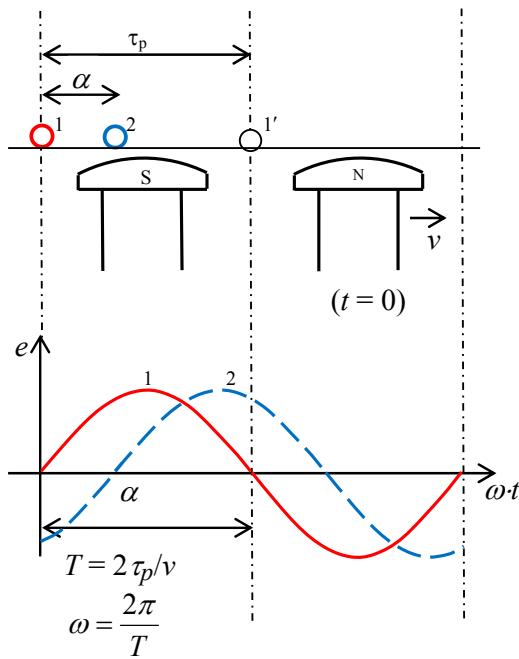


Uticaj oblika pola na raspodelu indukcije: a) konstantan vazdušni zazor, b) neravnomerni vazdušni zazor, c) konstantan vazdušni zazor sa podrezanim rubovima pola

Izrada pola koji bi izgledao kao prema slici pod b) je zahtevna i komplikovana zato se kod sinhronih mašina sa istaknutim polovima pol izrađuje kao prema slici pod c) usled čega raspodela indukcije u vazdušnom zazoru po obimu mašina nije prostoperiodična, odnosno može se smatrati da pored osnovnog harmonika postoji i viši harmonični članovi.

### 3.3. Indukovana elektromotorna sila u provodniku

U prethodnom delu je pokazano da se pomoću istaknutih polova adekvatnog oblika postiže u vazdušnom zazoru prostoperiodična raspodela magnetne indukcije po obimu mašine tj. postignuta je prostoperiodična prostorna raspodela indukcije. Ako se istaknuti polovi rotora kreću obodnom brzinom  $v$  tada se u provodniku 1, koji se nalazi na statoru, indukuje napon približno sinusnog talasnog oblika, tj. prostoperiodična prostorna raspodela magnetne indukcije se preslikava u prostoperiodičnu vremensku zavisnost indukovanih napona, kao što je prikazano na narednoj slici.



Indukovana elektromotorna sila u provodnicima statora.

Jedna cela oscilacija indukovanih napona nastaje za vreme potrebno da rotor pređe dvostruki polni korak, odnosno jedan ceo okretaj ako se radi o dvopolnom rotoru. Kod mašina sa  $p$  pari polova puna perioda indukovanih napona odgovara zakretu rotora za jedan par polova, a to je  $1/p$  od punog okreta.

Uz prostoperiodičnu raspodelu magnetne indukcije u vazdušnom zazoru u jednom provodniku na statoru se indukuje napon prostoperiodičnog oblika efektivne vrednosti:

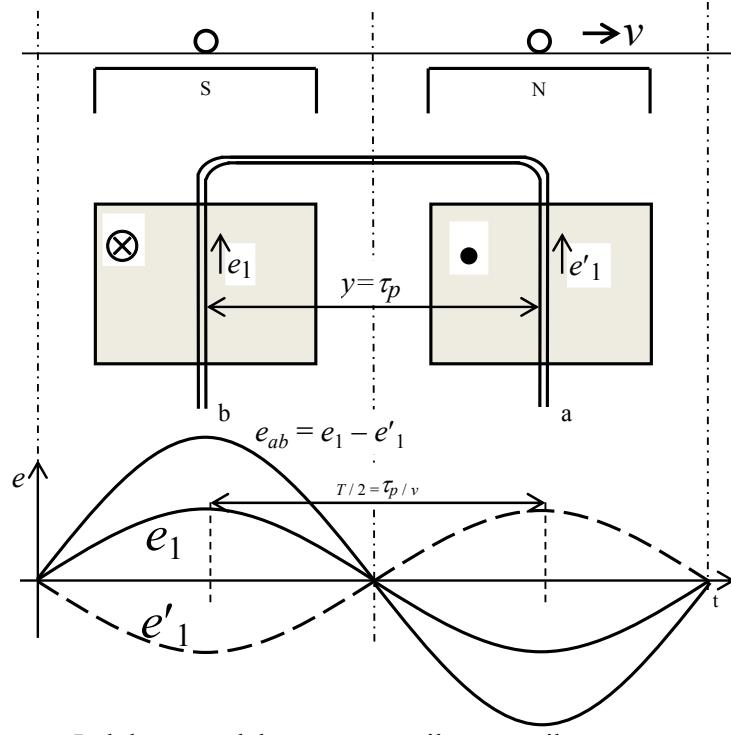
$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} B_m l v,$$

gde su: -  $B_m$  maksimalna vrednost magnetne indukcije,  
-  $l$  dužina provodnika (osna dužina, dužina paketa limova),  
-  $v$  obodna brzina istaknutih polova.

U drugom provodniku koji je u odnosu na prvi provodnik prostorno pomeren za ugao  $\alpha$  indukovaće se napon isti kao u prvom provodniku, samo fazno pomeren za ugao  $\alpha$ .

### 3.4. Indukovana elektromotorna sila u navojku i sekciji

Dva provodnika razmagnuta za polni korak  $\tau_p$ , na prethodnoj slici to su provodnici 1 i 1', možemo spojiti u navojak kao što je prikazano na narednoj slici. Na slici je prikazan međusoban odnos provodnika i magnetnih polova u razvijenom preseku i razvijenom pogledu kao i indukovani naponi u provodniku, odnosno navojku. Magnetni polovi svojim oblikom obezbeđuju prostoperiodičnu raspodelu magnetne indukcije po obimu mašine, ali su ovde i na slikama koje slede u cilju preglednosti prikazani kao da je vazdušni zazor konstantan.



Indukovana elektromotorna sila u navojku statora.

Kada su dva provodnika spojena u navojak indukovani napon navojka iznosi:

$$e_{ab} = e_1 - e'_1.$$

Indukovani napon  $e'_1$  u provodniku  $1'$  koji je prostorno pomeren za polni korak od provodnika  $1$ , je fazno pomerena za  $\pi$  u odnosu na  $e_1$  tj. u protiv fazi je sa naponom  $e_1$  indukovanim u provodniku  $1$ , pa je njihova razlika zapravo zbir apsolutnih vrednosti. Indukovani napon  $e_{ab}$  navojka sa navojnim korakom  $\tau_p$  jednak je dvostrukoj vrednosti indukovanih napona u jednom provodniku  $E_1$ :

$$E_{ab} = 2E_1.$$

Ako je u žlebove umesto jednog navojka smeštena sekcija koja ima  $N_c$  navojaka tada je ukupan broj provodnika u jednoj sekciji  $2 \cdot N_c$ . Sabiranjem indukovanih napona navojaka odnosno pojedinih provodnika dobija se indukovani napon sekcije. Indukovani napon sekcije je  $2 \cdot N_c$  puta veći od indukovanih napona u jednom provodniku:

$$E_s = E_{ab} = 2E_1 \cdot N_c.$$

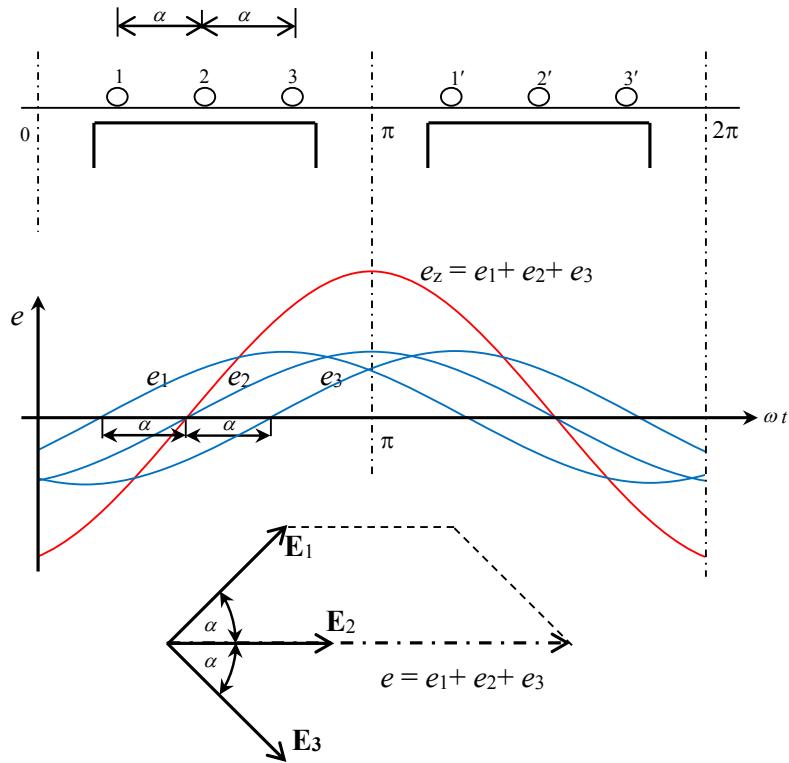
U literaturi se često broj provodnika u jednom žlebu označava sa  $z_1$  pa je očigledno da je indukovani napon sekcije sa  $z_1$  provodnika u žlebu:

$$E_s = E_{ab} = 2E_1 \cdot z_1.$$

### 3.5. Indukovana elektromotorna sila pojasa (zone). Pojasni navojni sačinilac

Kao što je ranije navedeno više sekcija vezanih na red čine jednu PFG. Na narednoj slici prikazana je jedna PFG sa tri sekcije smeštene u žlebove 1 - 1', 2 - 2' i 3 - 3'. Električni ugao između susednih žlebova je  $\alpha$ . Bez gubitka opštosti neka su sekcije izvedene sa samo

jednim navojkom. Rednim vezivanjem sekcija ostvareno je da su svi provodnici vezani serijski u okviru jedne PFG. Indukovani napon svih u seriju spojenih provodnika može se sabirati bilo kojim redosledom. Odaberimo takav redosled da se prvo sabere napon svih provodnika koji leže pod jednim polom tj. čine jednu zonu (pojas).



Na slici su prikazani vremenske zavisnosti indukovanih napona u provodnicima 1, 2 i 3. Ove tri indukovane elektromotorne sile su pomerene u fazi za ugao  $\alpha$ , isti onaj ugao koji postoji između dva susedna žleba. Sve tri elektromotorne sile sabrane u svakom trenutku vremena daće rezultantnu elektromotornu silu pojasa, odnosno zone:

$$e_z = e_1 + e_2 + e_3.$$

Treba primetiti da zbog fazne pomerenosti indukovanih napona indukovani napon zone nije trostruka vrednost indukovanih napona u jednom provodniku.

Drugi način da se dođe do elektromotorne sile zone je da se indukovane elektromotorne sile prikažu odgovarajućim fazorima. Ako se prepostavi da u zoni ima  $m$  žlebova:

$$\mathbf{E}_1 = E_1$$

$$e_1 = E_1 \sin(\omega t)$$

$$\mathbf{E}_2 = E_1 | -\alpha$$

$$e_1 = E_1 \sin(\omega t - \alpha)$$

$$\mathbf{E}_3 = E_1 | -2\alpha$$

$$e_3 = E_1 \sin(\omega t - 2\alpha)$$

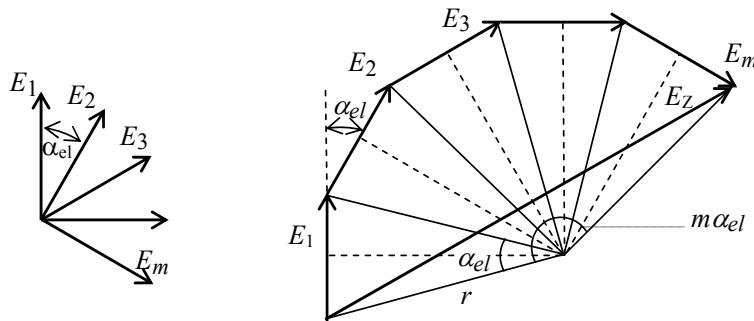
$$\mathbf{E}_m = E_1 | -(m-1)\alpha$$

$$e_m = E_m \sin(\omega t - (m-1)\alpha)$$

Vektorskim sabiranjem fazora indukovanih napona u pojedinim provodnicima zone dobija se ukupan indukovani napon zone, koji je uvek manji od algebarske sume svih pojedinačnih napona.

$$|\mathbf{E}_z| = |\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_m| < E_1 + E_2 + \dots + E_m$$

Na narednoj slici je prikazano kako se fazori napona u pojedinim žlebovima koji pripadaju jendnom pojusu sabiraju u ukupni napon zone  $E_z$ .



Pojasni navojni sačinilac. Fazori indukovanih *ems*.

Ako sve fazore indukovanih elektromotornih sila jedne zone nadovežemo jedan na drugi i ako opišemo kružnicu kojoj je poluprečnik  $r$ , sa prethodne slike može se napisati:

$$E_1 / 2 = r \sin(\alpha / 2),$$

a budući da je središnji ugao za ceo napon zone  $m \cdot \alpha$ , važi:

$$E_z / 2 = r \sin(m \cdot \alpha / 2).$$

Pojasni navojni sačinilac  $k_p$  definiše se kao odnos stvarnog napona jedne zone  $E_z$ , i algebarskog zbira napona svih žlebova u zoni  $m \cdot E_1$ :

$$k_p = \frac{E_z}{m \cdot E_1} = \frac{\sin\left(m \frac{\alpha}{2}\right)}{m \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}.$$

Pojasnim navojnim sačiniocem uvažena je geometrija namota preko konstruktivnih parametara mašine ( $\alpha$  - ugao između dva susedna žleba,  $m$  - broja žlebova po polu i fazi). Pojasni navojni sačinilac se naziva i zonskim navojnim sačiniocem.

Pojasni navojni sačinilac omogućuje da se izračuna elektromotorna sila zone sa  $m$  žlebovima. Indukovana elektromotorna sila zone je:

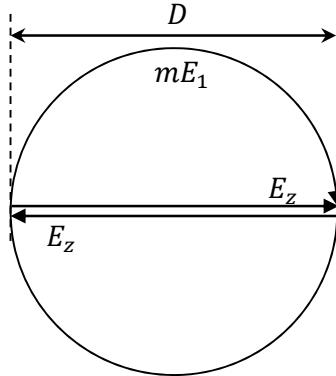
$$E_z = m \cdot E_1 \cdot k_p,$$

gde je  $E_1$  efektivna vrednost indukovane elektromotorne sile u provodnicima jednog žleba.

Prepostavimo li beskonačni broj žlebova, poligon elektromotornih sila navojaka se pretvara u krug. Kada pojedine provodnike spajamo tako da kraj jednog provodnika vežemo sa krajem drugog, u stvari okrećemo jedan fazor za  $180^\circ$ . Kod jednoslojnog namota se na taj način dobija, uz podelu kruga u dve zone, maksimalna elektromotorna sila  $2E_z$ , slika 8, što odgovara dvostrukom prečniku kruga. Algebarski zbir elektromotornih sila navojaka daje veću vrednost koja je jednaka poluobimku kruga. Odnos maksimalnog napona prema algebarskom zbiru nazivamo pojasnim navojnim sačiniocem i on u ovom slučaju iznosi:

$$k_p = \frac{E_z}{mE_1} = \frac{D}{D\pi/2} = \frac{2}{\pi} = 0,637$$

gde je  $D$  prečnik kruga.

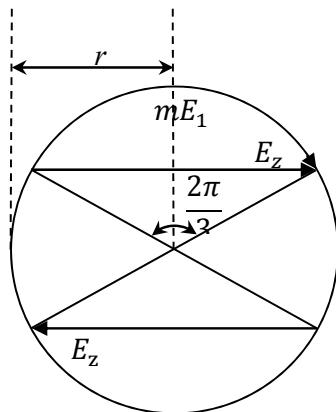


Slika 8. Indukovana elektromotorna sila zone ( $m\alpha = \pi$ )

Iz prethodnog izraza vidimo da je ukupna elektromotorna sila 63,7% algebarskog zbiru elektromotornih sila svih provodnika. Sa slike 8 se vidi da jedan deo fazora doprinosi vrlo malo ukupnoj elektromotornoj sili, pa se jednofazni namot često izvodi sa samo  $2/3$  namotanog statora, prikazanog na slici 9. U tom slučaju pojasni navojni sačinilac iznosi

$$k_p = \frac{E_z}{mE_1} = \frac{\frac{2r \sin \frac{\pi}{3}}{2r\pi}}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{3}} = 0.827$$

gde je  $r$  poluprečnik kruga.

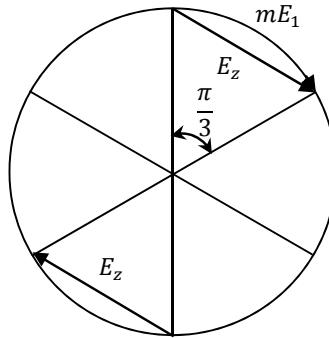


Slika 9. Indukovana elektromotorna sila zone ( $m\alpha = 2\pi/3$ )

Stoga, ukupna elektromotorna sila je  $100\% \cdot 0.827 \cdot \frac{2}{3} = 55.1\%$  od algebarske sume elektromotornih sila. Zbog visoke cene bakra, kod jednofaznih motora se koristi izrađivanje namota koji popunjavaju samo  $2/3$  obima statora jer se uz uštedu bakra od 33% dobije samo  $100 \cdot (63.7 - 55.1) / 63.7 = 13.5\%$  manja elektromotorna sila.

Trofazni namot se izvodi sa tri ili šest zona pa svakoj fazi pripada zona od trećine obima ili dve šestine obima koje stoje nasuprot, slika 10. U prvom slučaju, kada svakoj fazi pripada zona od trećine obima, pojASNJI navojni sačinilac će iznositi isto kao i u prethodnom primeru jednofaznog namota smeštenog na 2/3 obima tj.  $k_p = 0,827$ , dok će uz zonu od dve šestine obima pojASNJI navojni sačinilac iznositi

$$k_p = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6}} = 0.955$$

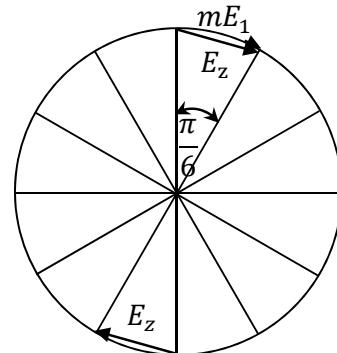


Slika 10. Indukovana elektromotorna sila zone ( $m\alpha = \pi/3$ )

Očigledno je da drugi način izvođenja trofaznog namota bolji pa se u praksi on gotovo uvek i primjenjuje.

Kod slučaja najvećih generatora ponekad se primjenjuje i trofazni namot kod koga je zona namotavanja  $m\alpha = 2\pi/12 = \pi/6$  što daje još povoljniji pojASNJI navojni sačinilac, slika 11.

$$k_p = \frac{\sin \frac{\pi}{12}}{\frac{\pi}{12}} = 0.989$$



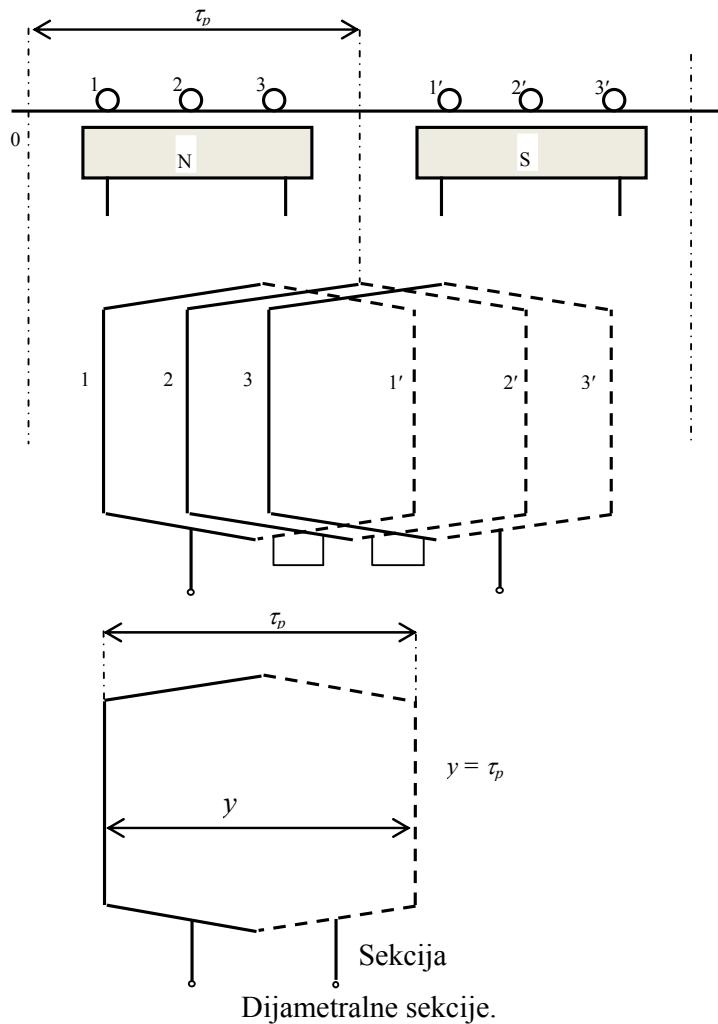
Slika 11. Indukovana elektromotorna sila zone ( $m\alpha = \pi/6$ )

Ako upoređujemo jednofazni generator sa trofaznim, jasno je da će snaga jednofaznog generatora biti manja upravo za odnos pojASNJIh navojnih sačinilaca uz prepostavku iste količine bakra u mašini, tj. jednake struje, a snaga će zavisiti od napona (elektromotorne sile):

$$\frac{S_{1-fazno}}{S_{3-fazno}} = \frac{\frac{2}{3} k_{t1f}}{\frac{k_{t2}}{6}} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0.827}{0.955} = 0.577$$

### 3.6. Tetivne sekcije. Tetivni navojni sačinilac

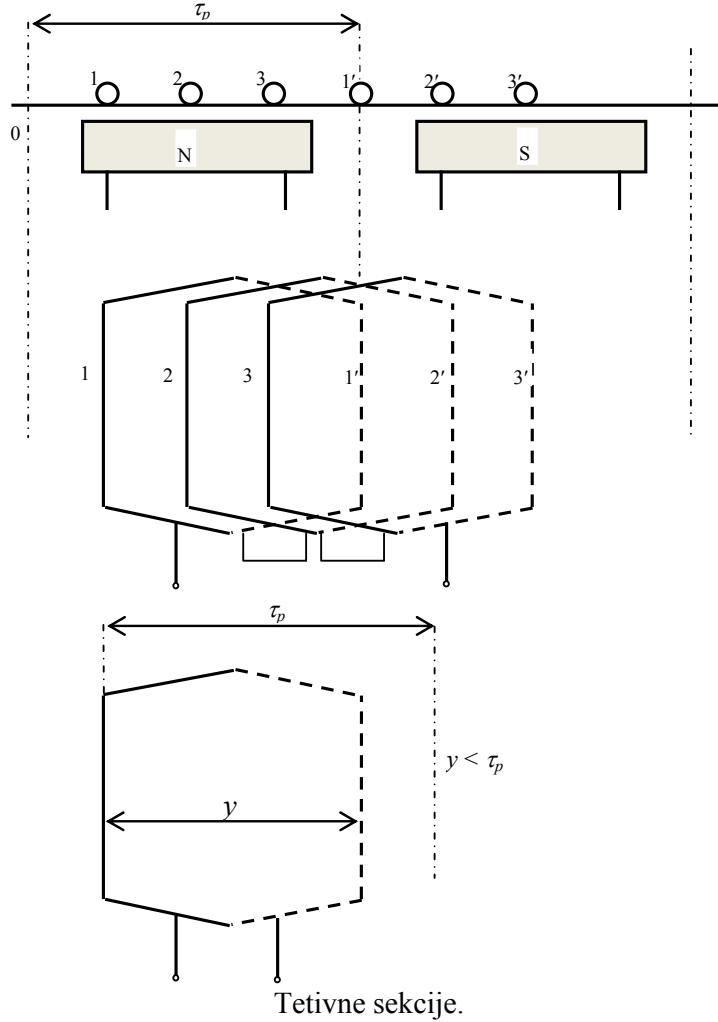
Ranije je navedeno da navojni korak sekcije  $y$  može biti jednak polnom koraku  $\tau_p$ , ali takođe može biti i različit od polnog koraka. Ako je navojni korak sekcije jednak polnom koraku tj.  $y = \tau_p$ , takve sekcije se nazivaju dijametralnim jer se žlebovi, u koje su smešteni provodnici sekcije, nalaze na dijametru dvopolne mašine. Žlebovi u koje se smešta dijametralna sekcija grade ugao  $\pi$  kod dvopolne mašine ili ugao  $\pi/p$  kod višepolne mašine. Na narednoj slici su prikazane tri dijametralne sekcije vezane na red tj. prikazana je jedna PFG.



Često se izrađuju i sekcije kod kojih je navojni korak manji od polnog koraka  $y < \tau_p$ , to su sekcije sa skraćenim korakom. Žlebovi u koje se smešta sekcija sa skraćenim korakom se nalaze na tetivi kružnice pa otud naziv tetivna sekcija. Na narednoj slici su prikazane tri skraćene sekcije vezane na red tj. prikazana je jedna PFG.

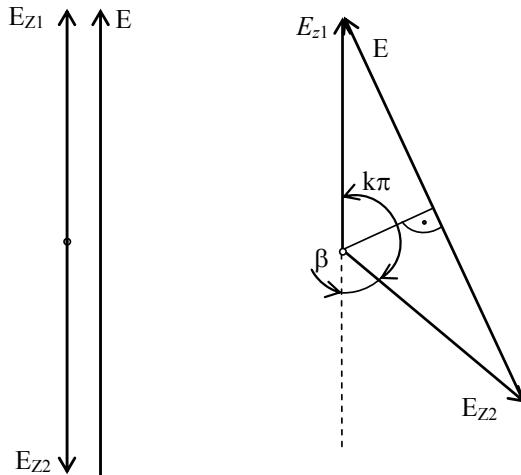
Odnos širine sekcije i polnog koraka je skraćenje ili prikrata sekcije:

$$k = \frac{y}{\tau_p}. \quad (37.10)$$



U prethodnom delu videli smo kako se iz indukovanih napona pojedinih aktivnih strana sekcija računa elektromotorna sila zone. Suprotne strane tih istih sekcija čine drugi pojas, pod drugim polom. Ako su sekcije dijametalne napon druge strane sekcije pomaknut je za ugao  $\pi$  prema naponu prve strane. To vredi za svaku sekciju u zoni pa prema tome i za indukovani napon zona. Dakle, ako su sekcije dijametalne tada je indukovani napon druge zone pomeren za ugao  $\pi$  prema naponu prve zone, kao što je prikazano na narednoj slici. Ukupan indukovani napon redne veze dijametalnih sekcija (odnosno namota) je vektorska razlika fazora elektromotornih sila zona i on iznosi:

$$E = 2E_z.$$



Elektromotorne sile zona i namota a) dijametralni namot, b) skraćeni namot.

Kod tetivne sekcije indukovani napon druge strane fazno zaostaje prema indukovanim naponima prve strane za ugao:

$$k \cdot \pi = \frac{y}{\tau_p} \cdot \pi .$$

Ovo vredi za svaku sekciju u zoni, pa prema tome indukovana elektromotorna sila druge zone zaostaje za navedeni ugao prema indukovanoj elektromotornoj sili prve zone. Ukupan indukovani napon redne veze tetivnih sekcija (odnosno namota) je vektorska razlika fazora elektromotornih sila zona i on iznosi:

$$E = 2E_z \sin(k \cdot \pi / 2) .$$

Odnos tog ukupnog napona i algebarskog zbir elektromotornih sila zona  $2E_z$  predstavlja tetivni navojni sačinilac.

$$k_t = \frac{E}{2E_z} = \sin \frac{y}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2} .$$

Tetivni navojni sačinilac pokazuje koliko se puta smanjio zbir zonskih napona zato što strane navojaka u dvopolnom prikazu mašine ne leže na dijametru već na tetivi kružnice.

### 3.7. Indukovana elektromotorna sila namota - faze

Tetivni navojni sačinilac omogućuje da se odredi ukupni indukovani napon redne veze sekcija koje pripadaju jednoj fazi i nalaze se pod jednim parom polova.

$$E = 2 \cdot E_z \cdot k_t = 2 \cdot m \cdot E_1 \cdot k_p \cdot k_t = \sum E_1 \cdot k_n$$

Ukupnim navojnim sačiniocem  $k_n$  obuhvaćen je uticaj geometrije namota na indukovani napon. U dosadašnjim razmatranjima sekcija se sastoji od samo jednog navojka sa dve aktivne strane u kojima se indukuje napon  $E_1$ , gde je  $E_1$  napon provodnika. Proširimo rezultate na sekcije sa više navojaka ( $N_c$ ) tj. neka u svakom žlebu leži  $z_1$  provodnika i neka su sve sekcije jednog namota – faze vezane serijski. Tada je ukupan indukovani napon namota - jedne faze sa  $p$  pari polova uz sve provodnike vezane serijski:

$$E = p \cdot 2 \cdot m \cdot z_1 \cdot E_1 \cdot k_n = 2 \cdot N_a \cdot E_1 \cdot k_n$$

- gde su:
- $z_1$  broj provodnika u žlebu,
  - $N_a$  ukupan broj navojaka jedne faze,
  - $p \cdot m = Z/2q$  broj sekcija po fazi jednoslojnog namota.

Ako je namot izведен sa paralelnim granama tada u prethodnu jednačinu za  $N_a$  treba uvrstiti rezultantni broj navojaka po fazi. Rezultantni broj navojaka po fazi jednoslojnog namota je:

$$N_a = \frac{p \cdot m \cdot z_1}{a} = \frac{p \cdot m \cdot N_c}{a},$$

dok je rezultantni broj navojaka dvoslojnog namota:

$$N_a = \frac{p \cdot m \cdot z_1}{a} = \frac{p \cdot m \cdot 2N_c}{a},$$

Ilustracija za rezultantni broj navojaka po fazi: Za četvoropolni namot  $2p = 4$ , sa 2 žleba po polu i fazi  $m = 2$  odrediti rezultantni broj navojaka. Sekcije ovog namota imaju 11 navojaka  $N_c = 11$ .

Ako je ovaj četvoropolni namot izведен kao jednoslojni on ima dve PFG koje mogu biti vezane na red i tada one čine jednu granu  $a = 1$  ili te dve PFG mogu biti vezane paralelno pa je  $a = 2$ . Rezultantni broj navojaka po fazi jednoslojnog namota u zavisnosti od broja paralelnih grana iznosi:

$$a = 1 \quad N_a = \frac{p \cdot m \cdot N_c}{a} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 11}{1} = 44,$$

$$a = 2 \quad N_a = \frac{p \cdot m \cdot N_c}{a} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 11}{2} = 22.$$

Ako je ovaj četvoropolni namot izведен kao dvoslojni on ima četiri PFG koje mogu biti vezane na red i tada one čine jednu granu  $a = 1$ . Moguće je po dve PFG vezati na red da čine granu, a zatim ove dve grane paralelno pa je  $a = 2$ . Konačno, moguće je sve četiri PFG vezati paralelno pa je  $a = 4$ . Rezultantni broj navojaka po fazi dvoslojnog namota u zavisnosti od broja paralelnih grana iznosi:

$$a = 1 \quad N_a = \frac{p \cdot m \cdot 2N_c}{a} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11}{1} = 88,$$

$$a = 2 \quad N_a = \frac{p \cdot m \cdot N_c}{a} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11}{2} = 44,$$

$$a = 4 \quad N_a = \frac{p \cdot m \cdot N_c}{a} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11}{4} = 22.$$

### 3.8. Eliminacija viših harmonika indukovanog napona

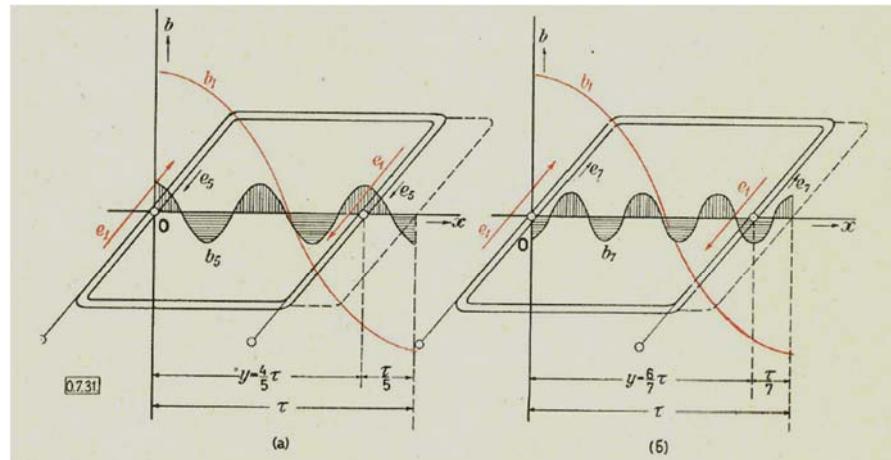
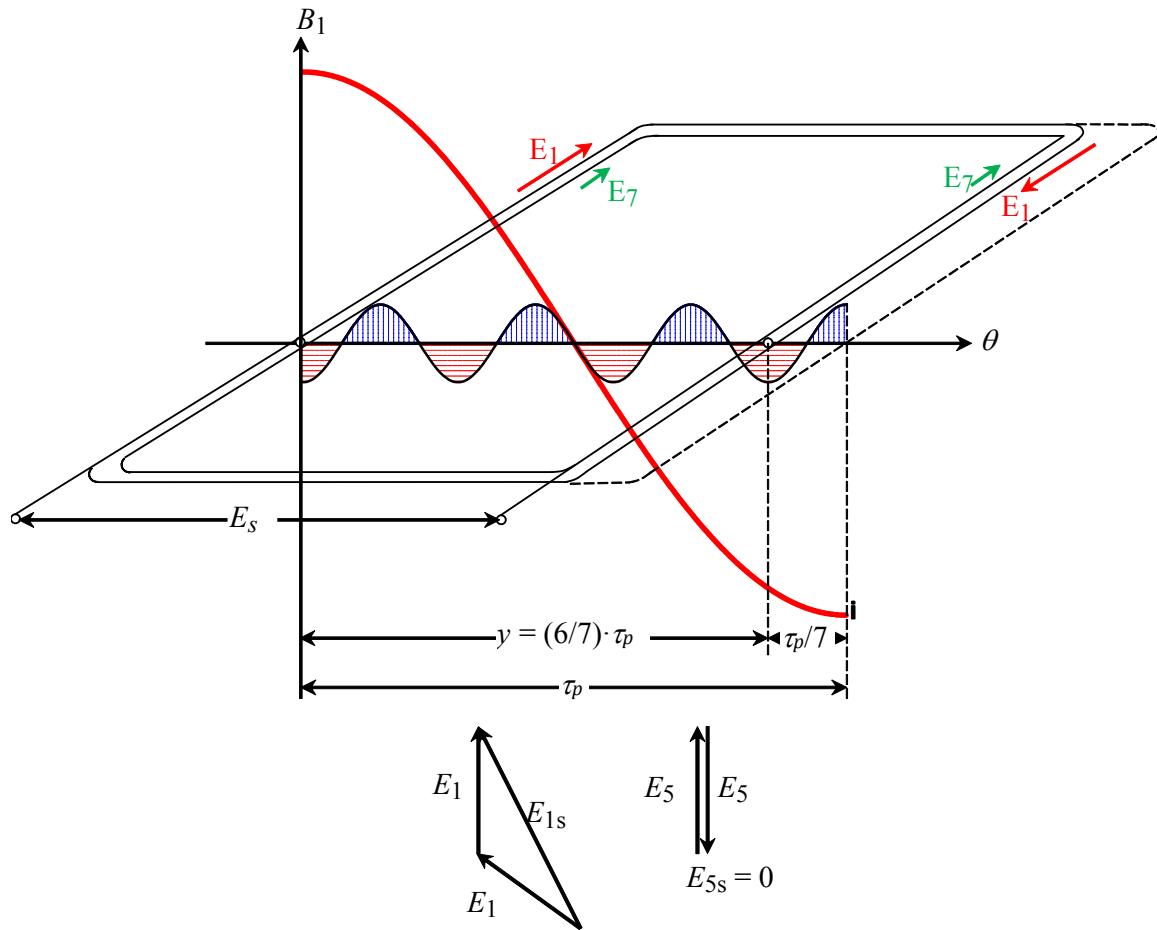
U provodnicima smeštenim u žlebove indukuje se napon koji se menja u vremenu kao što se prostorno menja magnetna indukcija u vazdušnom zazoru. U prethodnom delu je objašnjen uticaj oblika pola na raspodelu magnetne indukcije u vazdušnom zazoru. Kako se oblikom pola ne postiže da se veličina vazdušnog zazora između statora i polnog nastavka menja prema sledećoj relaciji:

$$\delta = \frac{\delta_{min}}{\cos\theta}$$

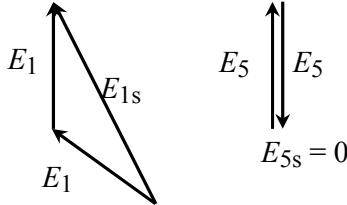
gde su: -  $\delta_{min}$  minimalna širina vazdušnog zazora ispod pola,

-  $\theta$  ugaona koordinata posmatrane tačke u vazdušnom zazoru merena od ose pola, to raspodela indukcije u vazdušnom zazoru po obimu mašina nije prostoperiodična. Takva neharmonična raspodela magnetne indukcije se može predstaviti kao suma osnovne harmonične komponente i viših harmoničnih komponenti. Učestanost  $v$  – te harmonične komponente je  $v$  puta veća od učestanosti osnovne. Sve harmonične komponente magnetne indukcije će indukovati odgovarajuće komponente elektromotorne sile.

Skraćenjem koraka sekcijske poboljšava se oblik indukovanog napona. Na slici su prikazani dijametalna i tetivna sekcija u magnetnom polju koje ima osnovnu i petu harmoničnu komponentu magnetna indukcija pod a) odnosno osnovnu i sedmu harmoničnu komponentu magnetna indukcija pod b).



31. сл.— Избегавање хармоничких вишега реда скраћењем навојног корака: (а) избегавање хармоничке 5 реда усвајањем навојног корака за  $\tau/5$  мањег од полнога; (б) избегавање хармоничке 7 реда усвајањем навојног корака за  $\tau/7$  мањег од полнога.



Aktivne strane dijametalne sekcije leže pod raznoimenim polovima magnetne indukcije osnovne harmonične komponente, ali isti zaključak vredi i za svaku drugu komponentu magnetne indukcije. Skraćenjem koraka sekcije na  $y = (1 - 1/\nu) \tau_p$  obe strane sekcije leže pod raznoimenim polovima osnovne harmonične komponente indukcije, ali pod istoimenim polovima magnetne indukcije  $\nu$ -te komponente magnetne indukcije, kao što se vidi na slici. Indukovana elektromotorna sila sekcije  $\nu$ -te komponente, je razlika indukovanih napona u aktivnim stranama sekcije i ona iznosi  $E_\nu = 0$ . Time je potpuno eliminisana komponenta napona reda  $\nu$  na račun malog smanjenja ukupnog indukovanih napona sekcije. Na slici su prikazani i fazori napona prvog i petog harmonika napona indukovanih u provodniku i sekciji kada je skraćenje sekcije  $y/\tau_p = 4/5$  čime je postignuta eliminacija petog harmonika indukovanih napona. Kada navojak ne bi bio skraćen u njemu bi se indukovao i peti harmonik napona.

Sa slike je očigledno da je polni korak  $\nu$ -og harmonika  $\nu$  puta manji od polnog koraka osnovnog harmonika:

$$\tau_{p\nu} = \frac{1}{\nu} \tau_{p1}.$$

Perioda  $\nu$ -og harmonika napona je  $\nu$  puta manja od periode prvog harmonika napona, pa je električni ugao za  $\nu$ -ti harmonik  $\nu$  puta veći u odnosu na ugao za prvi harmonik:

$$\alpha_\nu = \nu \cdot \alpha_1.$$

Po analogiji sa osnovnim harmonikom, i za više harmonike napona definišu se pojasni i tetivni navojni sačinilac:

$$k_{p\nu} = \frac{\sin\left(m \frac{\nu \cdot \alpha}{2}\right)}{m \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \alpha}{2}\right)},$$

$$k_{t\nu} = \sin\left(\nu \frac{y}{\tau_p} \frac{\pi}{2}\right).$$

Zbog geometrije sistema, postoje smo neparni harmonici pa je očigledno da se sa skraćenom sekcijom koraka  $y = (1 - 1/\nu) \tau_p$  eliminiše  $\nu$ -ti harmonik napona, jer je:

$$k_{t\nu} = \sin\left((\nu - 1) \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

Adekvatnim skraćenjem sekcije može se postići potpuna eliminacija višeg harmonika napona, ali to je praćeno i smanjenjem ostalih harmonika kao što je prikazano u Tabeli.

$y/\tau_p$	1	2/3	4/5	6/7
$\nu=1 \quad 2E_1 \times$	1	0,87	0,95	0,97
$\nu=3 \quad 2E_3 \times$	1	0	0,59	0,78
$\nu=5 \quad 2E_5 \times$	1	0,87	0	0,43
$\nu=7 \quad 2E_7 \times$	1	0,87	0,59	0

U Tabeli je prikazano kako skraćenje sekcije utiče na harmonike u smislu eliminacije pojedinih ili smanjenja ostalih harmonika.

Prema rezultatima iz tabele, ako je skraćenje sekcije  $y/\tau_p = 4/5$  postignuta je eliminacija petog harmonika i smanjenje sedmog harmonika napona na 0,59 od vrednosti u dijametalnoj sekciji. Ovim skraćenjem osnovni harmonik napona je smanjen na 0,95 od vrednosti u dijametalnoj sekciji.

Za skraćenje sekcije  $y/\tau_p = 6/7$  postignuta je eliminacija sedmog harmonika i smanjenje petog harmonika napona na 0,43 od vrednosti u dijametalnoj sekciji. Ovim skraćenjem osnovni harmonik napona je smanjen na 0,97 od vrednosti u dijametalnoj sekciji.

Skraćenjem koraka sekcije postiže se ušteda u dužini glava namotaja (ušteda bakra) i lakši smeštaj namotaja.

### 3.9. Fluks po polu

Magnetno polje se može na očigledan način predstaviti pomoću linija polja – silnica. Uopšte za vektorsko polje, skup linija polja koje prolaze kroz neku površ naziva se fluks vektorskog polja kroz tu površ. Magnetno polje je primer vektorsko polja, pa se ukupni broj silnica kroz zadalu površ zove magnetni fluks,  $\Phi$ .

Gustina linija magnetnog polja prestavlja magnetnu indukciju (*flux density*),  $B$ . Dakle, tamo gde su silnice gušće veća je vrednost magnetne indukcije.

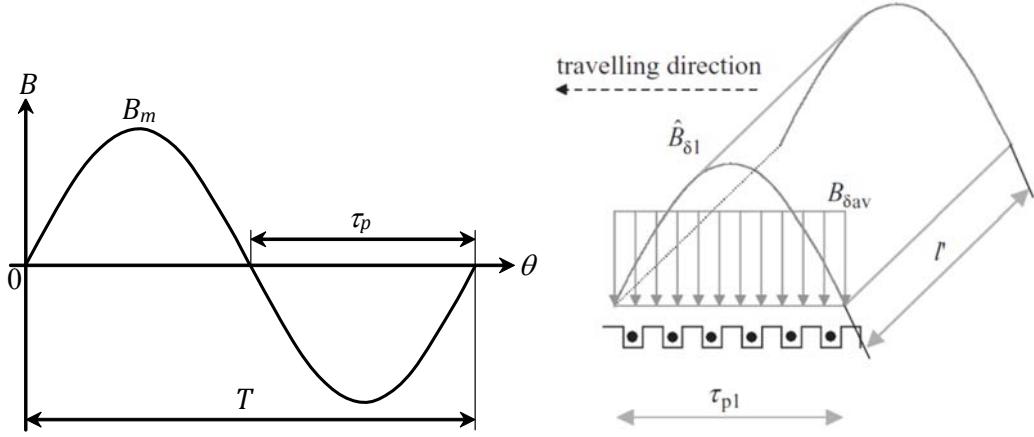
~~Moguće je magnetno polje predstaviti tako da broj linija vektora magnetne indukcije po jedinici površine odgovara vrednosti magnetne indukcije na tom mestu.~~

Kako je magnetni fluks definisan kao:

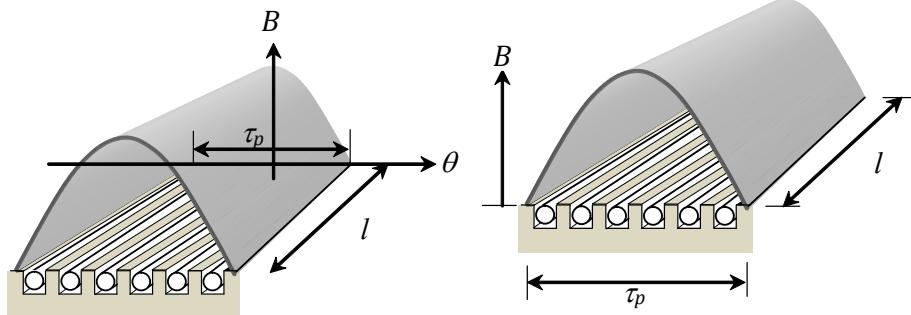
$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

to se jednostavno može zaključiti da je magnetni fluks kroz neku površinu  $S$  jednak je ukupnom broju linija magnetne indukcije koje prodiru kroz tu površinu.

Kod transformatora su u datom trenutku vremena svi navojci, smešteni na jednom stubu, prožeti istom magnetnom indukcijom. Kod rotacionih električnih mašina sa harmonijskom raspodelom magnetne indukcije po obimu mašine, provodnici indukta koji su smešteni u žlebove, se u datom trenutku vremena nalaze pod različitom magnetnom indukcijom  $B$ , kao što je prikazano na narednoj slici.

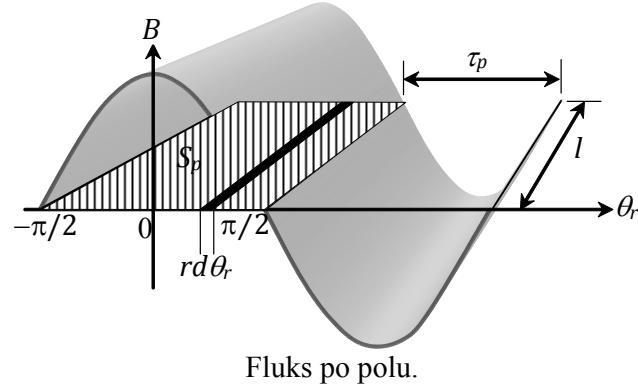


Raspodela magnetne indukcije u vazdušnom zazoru po obimu mašine. Raspodela indukcije preko jednog pola i provodnika u žlebovima.



Zbog toga se određuje prosečna vrednost magnetne indukcije, jedinstvena za sve provodnike koji se nalaze pod jednim polom.

Obodno (lučno) rastojanje između dva susedna prolaza magnetne indukcije kroz nulu predstavlja polni korak. Fundamentalni period je  $2\tau_p$  i on odgovara električnom uglu od  $2\pi$ . Na slici je u razvijenom prikazu data raspodela magnetne indukcije preko dva pola tj. na dvostrukom polnom koraku.



Raspodela indukcije u vazdušnom zazoru po obimu mašine je prostoperiodična:

$$B = B_m \cos(p \cdot \theta_r),$$

gde je  $\theta_r$  jedna od koordinata date tačke u vazdušnom zazoru. Elemenat površine  $dS$  je:

$$dS = l \cdot r d\theta_r,$$

gde  $r$  poluprečnik, druga od koordinata date tačke u vazdušnom zazoru, a  $l$  je dužina paketa limova (osna dužina).

Vektor magnetne indukcije i vektor površine su radijalnog pravca odnosno, međusobom su kolinearni. Sada se skalarni proizvod može zameniti običnim proizvodom. Kada je raspodela magnetne indukcije poznata fluks po polu se može odrediti integracijom indukcije preko površine pola:

$$\Phi_p = \int_{-\pi/2p}^{+\pi/2p} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{-\pi/2p}^{+\pi/2p} B_m \cos(p \cdot \theta_r) \cdot l \cdot r d\theta_r = \frac{B_m \cdot l \cdot D}{p}.$$

Fluks po polu se može odrediti i kao proizvod površine pola i srednje vrednosti magnetne indukcije:

$$\Phi_p = \tau_p \cdot l \cdot B_{sr}.$$

Od ukupnog obima vazdušnog zazora polnom koraku pripada deo, i on naravno zavisi od broja polova:

$$\tau_p = \frac{\pi \cdot D}{2p}.$$

Ako se indukcija menja po harmoničnoj promeni, tada je poznata veza između srednje vrednosti indukcije nad polnim korakom i maksimalna vrednost indukcije:

$$B_{sr} = \frac{2}{\pi} \cdot B_m.$$

$$\Phi_p = \tau_p \cdot l \cdot B_{sr} = \frac{\pi \cdot D}{2p} \cdot l \cdot \frac{2}{\pi} \cdot B_m = \frac{B_m \cdot l \cdot D}{p}$$

Maksimalna indukcija određena preko fluksa po polu je:

$$B_m = \frac{p \cdot \Phi_p}{D \cdot l}$$

Uvrštavanjem  $B_m$  i  $\nu$  u jednačinu za indukovani napon jednog provodnika  $E_1$  a zatim uvrštavanjem toga u jednačinu za ukupni napon namota dobija se efektivna vrednost indukovanih napona u fazi mašine.

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \Phi_p \frac{p \cdot n}{60} \cdot N_a \cdot k_n = 4,44 \cdot \Phi_p \cdot f \cdot N_a \cdot k_n$$

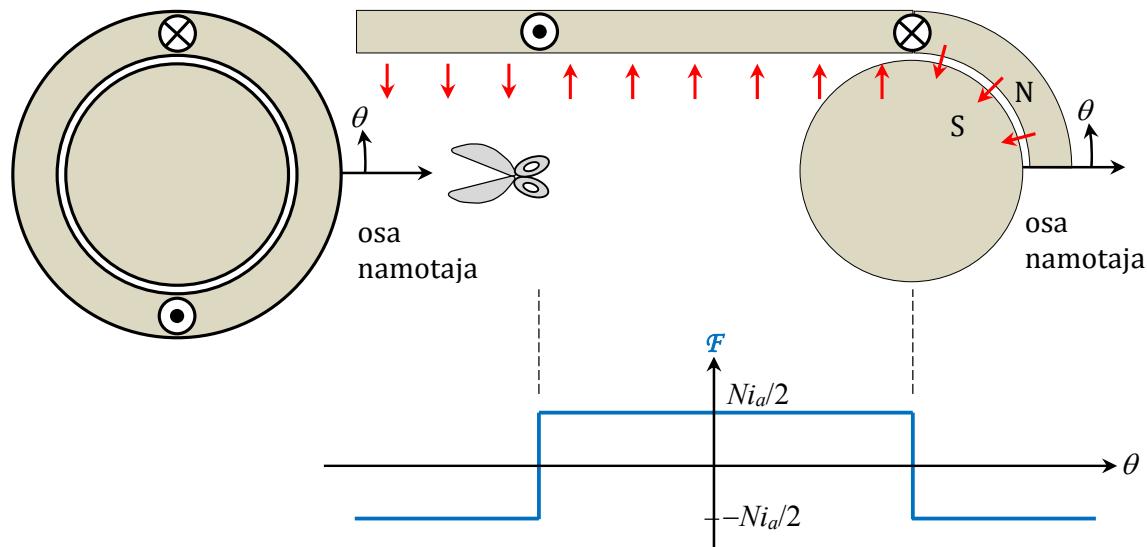
Indukovani napon je određen fluksom po polu.

## 4. MPS U VAZDUŠNOM ZAZORU ELEKTRIČNE MAŠINE

Magnetno polje u vazdušnom zazoru određeno je raspodelom struja oko vazdušnog zazora. Ako je vazdušni zazor ravnomerni to je magnetna otpornost konstantna, tada  $B$  (odnosno  $H$ ) u zazoru imaju isti oblik kao MPS. Proučavanje oblika  $B$ ,  $H$  u zazoru svodi se na proučavanje raspodele MPS. Za to sagledavanje MPS dovoljno je ucrtati u preseku raspored struja u žlebovima i njen smer.

### 4.1. Skoncentrisan dijametalni namotaj

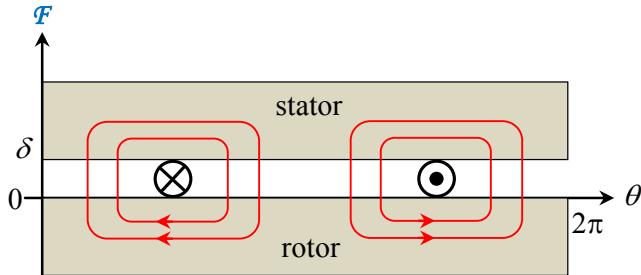
Najpre će se odrediti MPS od skoncentrisanog namotaja, što je zapravo jedne dijametalne sekcija, sa strujom. Sekcija ima  $N$  navojaka kroz koje teče struja  $i_a$ . Ova struja  $i_a$  stvara magnetno polje koje se može predvići linijama fluksa, kao što je prikazano na slici. Na polovini obima prvrta statora linije fluksa izviru formirajući severni (N) magnetni pol, a na drugoj polovini obima uviru formirajući južni magnetni pol (S), kao što je prikazano na slici. Struja u sekciji prouzrokuje magnetno polje koje u vazdušnom zazoru ima radijalan pravac. Usled simetrije magnetnog kola, magnetno polje u vazdušnom zazoru na naspramnim tačkama ima istu vrednost, ali suprotan smer. Razvijen prikaz raspodele MPS po obimu vazdušnog zazora može se dobiti ako se stator razreže i razmota kao što je prikazano na slici.



Magnetno polje duž zatvorene konture prema Amperovom zakonu određeno je ukupnom strujom obuhvaćenom tom konturom tj. sa MPS.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = F.$$

Svakom konturom koja se poklapa sa silnicom fluksa obuhvaćena je celokupna MPS skoncentrisan u žlebu tj.  $Ni_a$ , kao što je prikazano na slici.



$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_{Fe} l_{Fe} + 2H \cdot \delta = Ni$$

Duž uočene konture sa prethodne slike, magnetna indukcija je konstantna tj. ima istu vrednost u gvožđu i u vazdušnom zazoru:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{B}{\mu_{Fe}} l_{Fe} + 2 \frac{B}{\mu_0} \cdot \delta = Ni.$$

Kako je  $\mu_{Fe} \gg \mu_0$ , to je opravdano prepostaviti da je magnetna otpornost gvožđa značajno manja od magnetne otpornosti vazduha, što dovodi do rezultata da je linijski integral  $\mathbf{H}$  unutar gvožđa zanemarivo mali. Razumno je zanemariti padove magnetnog napona na delovima magnetnog kola unutar gvožđa.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = 2H \cdot \delta = Ni.$$

Sada je jačina magnetnog polja u vazdušnom zazoru:

$$H = \frac{Ni}{2\delta},$$

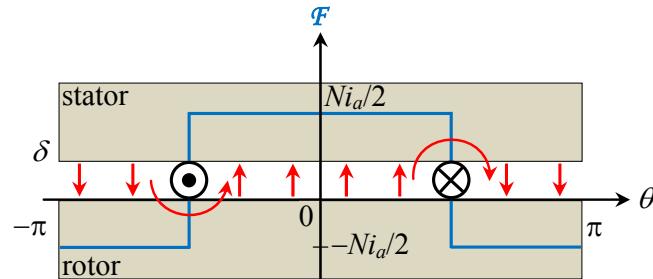
gde je  $\delta$  veličina vazdušnog zazora.

Duž konture MPS se troši da bi se savladao pad magnetnog napona. Kako je pretpostavljeno da je magnetna provodnost gvožđa  $\mu_{Fe} \gg \mu_0$ , to MPS pokriva pad magnetnog napona vazdušnog zazora. Kako linija polja kroz vazdušni zazor prolazi dva puta, to je pad magnetnog napona na vazdušnom zazoru  $Ni/2$ .

Magnetna indukcija duž konture:

$$B = \frac{\mu}{\delta} \frac{Ni}{2}.$$

Ovim jednačinama je pokazano da magnetno polje u svim tačkama vazdušnog zazora ima istu vrednost tj. da je ravnomerno. Kako je mašina heteropolarna (ima magnetne polove suprotne magnetne polarnosti) to je na polovini obima prvrta magnetno polje jedne polarnosti (znaka) (N magnetni pol), a na drugoj polovini obima suprotne polarnosti (S magnetni pol). Očigledno je da istu ovaku raspodelu po obimu vazdušnog zazora ima i MPS. Na slici je prikazana raspodela MPS po obimu maštine skoncentrisanog namotaja. Raspodela MPS po obimu vazdušnog zazora je pravougaona.



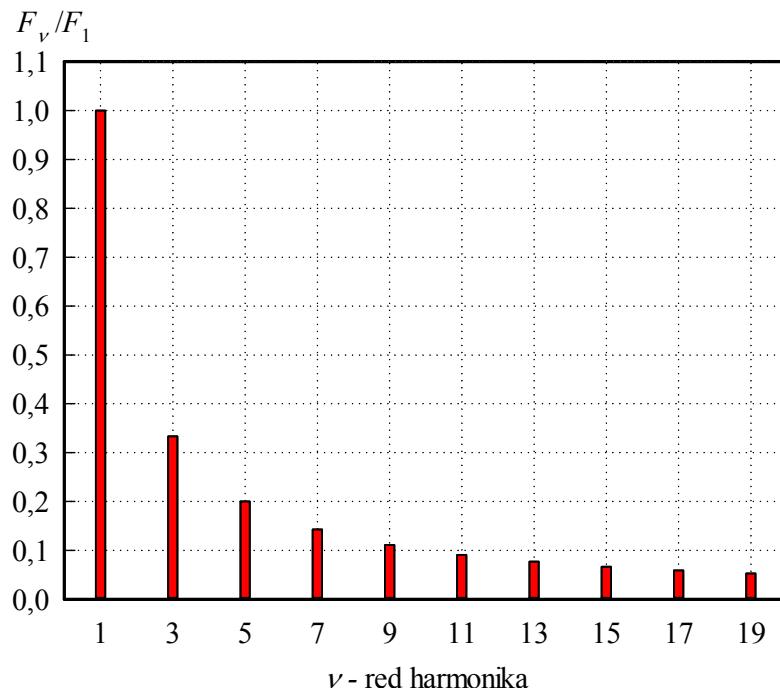
Raspodela MPS je periodična funkcija po uglu  $\theta$  koji predstavlja koordinatu tačke u vazdušnom zazoru. Raspodela MPS se veoma često aproksimira Furijeovim redom (beskonačnom sumom harmoničnih komponenti):

$$F = \frac{N_i a}{2} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N_i a}{2} \cdot \left[ \cos \theta - \frac{1}{3} \cos 3\theta + \frac{1}{5} \cos 5\theta - \frac{1}{7} \cos 7\theta \dots \right].$$

Amplituda harmonične komponente – harmonika opada kako raste red komponente:

$$F_\nu = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N_i a}{2} \cdot \frac{1}{\nu}, \quad \nu = 1, 3, 5, 7 \dots .$$

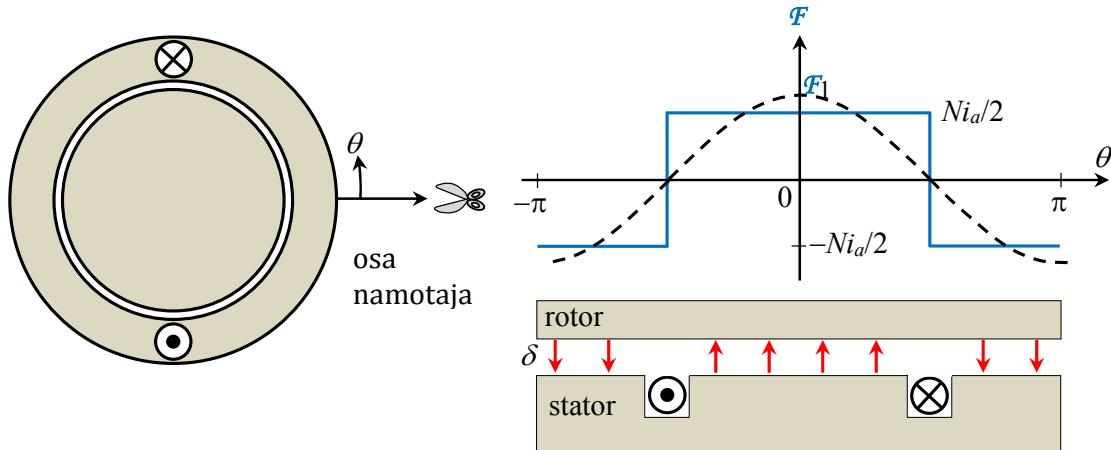
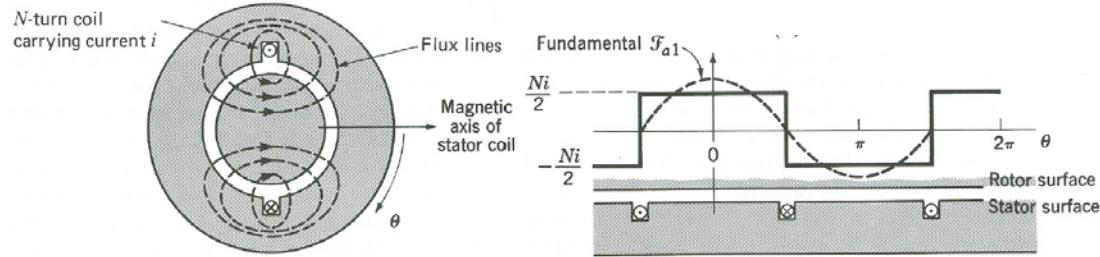
Amplituda  $\nu$  – tog harmonika je  $\nu$  puta manja od amplitude prvog harmonika. Perioda  $\nu$  – tog harmonika je  $\nu$  puta manja od periode osnovnog harmonika. Prema tome za  $\nu$  – ti harmonik mašina ima  $\nu p$  pari polova. Spektar harmonika je prikazan na slici.



Amplituda prvog harmonika (osnovni harmonik, fundamental) je  $4/\pi$  puta veća od amplitude prostorne raspodele MPS ( $N_i a/2$ ). Prostorna raspodela po obodu vazdušnog zazora, osnovnog harmonika MPS je:

$$F_1(\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Ni_a}{2} \cdot \cos \theta.$$

Na slici je prikazana prostorna raspodela MPS i prvog harmonika MPS po obimu vazdušnog zazora.



Nezavisno od karaktera struje (jednosmerna ili naizmenična) prostorna raspodela MPS je nepokretna u prostoru. Kada je struja u namotaju jednosmerna  $I$ , raspodela MPS u prostoru ima vremenski konstantnu amplitudu:

$$F = \frac{NI}{2},$$

dok je amplituda prvog harmonika MPS:

$$F_1 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{NI}{2}.$$

Sa jednosmernom strujom u namotaju dobijena je prostorno nepokretna i vremenski konstantna raspodela MPS po obimu vazdušnog zazora.

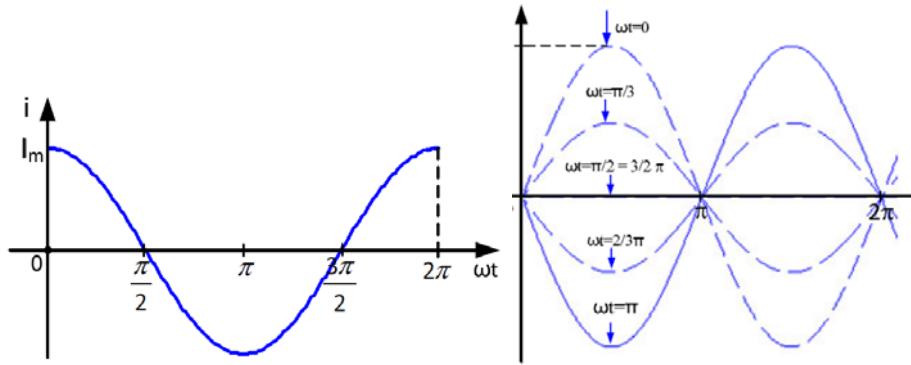
Kada je struja u namotaju naizmenična i prostoperiodična,  $i_a = \sqrt{2} \cdot I_{eff} \cdot \sin(\omega t)$ , prostorna raspodela MPS je naravno nepokretna u prostoru, ali ima vremenski promenljivu vrednost:

$$F = \frac{Ni_a}{2}.$$

Amplituda prvog harmonika MPS je:

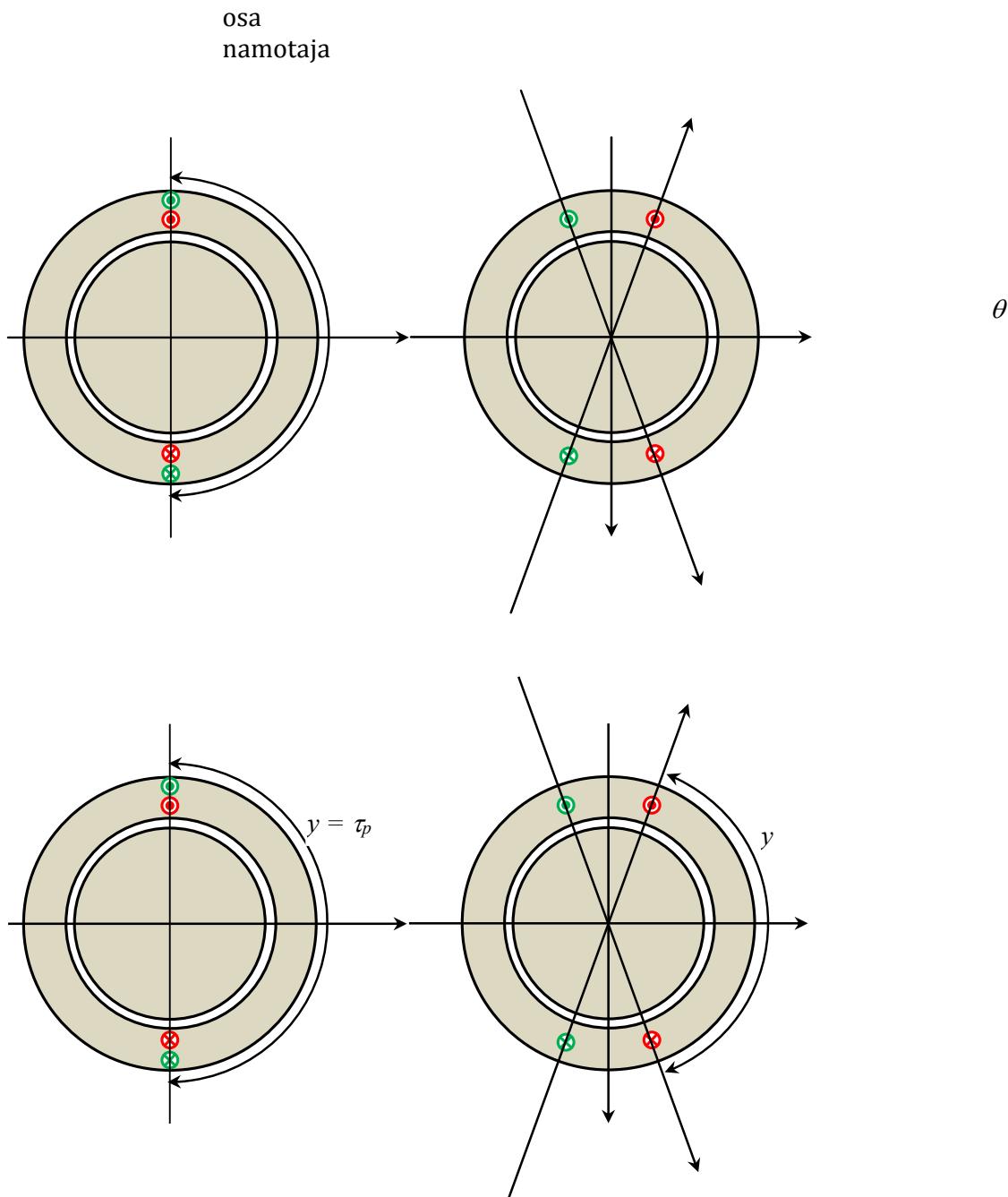
$$F_1 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N\sqrt{2}I_{eff}}{2}.$$

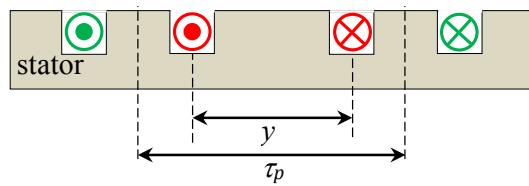
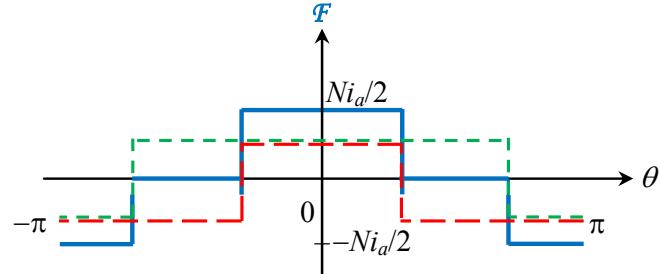
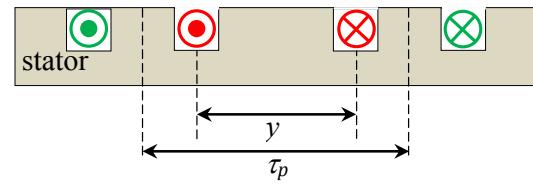
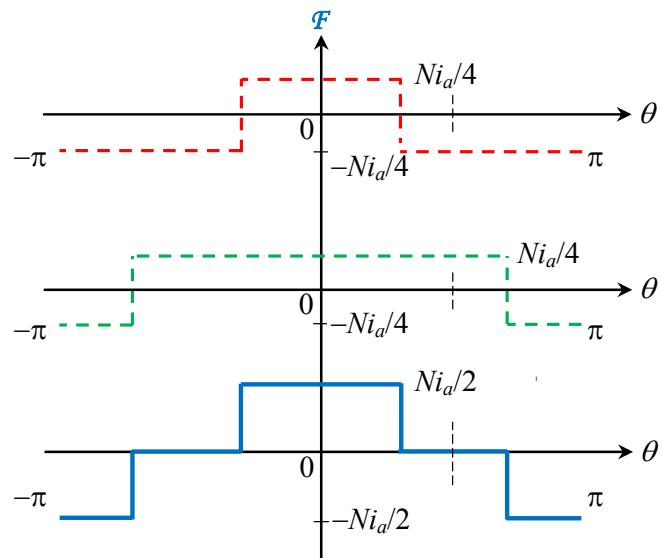
Sa naizmeničnom strujom u namotaju dobijena je prostorno nepokretna, ali vremenski promenljiva raspodela MPS po obimu vazdušnog zazora. Vremenska promenljivost se ogleda u tome što se sa promenom struje u vremenu menja i amplituda MPS. Ovo je pulsirajuća MPS odnosno, pulsirajuće polje.

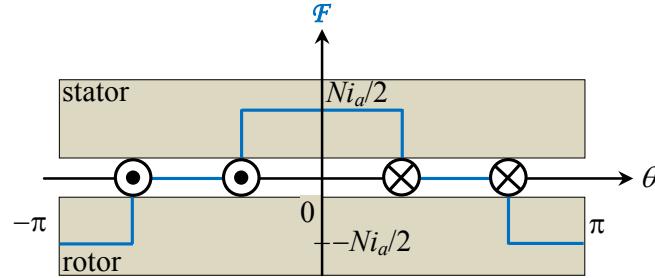


## 4.2. Skoncentrisan tetivni namotaj

Tetivni namotaj je takav namotaj kod kojeg je rastojanje između aktivnih strana – navojni korak  $y$ , manje od rastojanja između osa polova – polnog koraka,  $\tau_p$ . Tetivni namotaj se uobičajeno zove namotaj sa skraćenim korakom. Samo se dvoslojni namotaj može izvesti kao tetivni. Jednoslojni namotaj se ne može realizovati sa skraćenim korakom.







Pravougaona raspodjela MPS skoncentrisanog tetivnog namotaja sa slike može se aproksimirati Furijeovim redom. Amplituda  $v$ -og harmonika je:

$$F_v = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N_i a}{2} \cdot \frac{1}{v} \sin\left(v \cdot \frac{y}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right), \quad v = 1, 3, 5, 7, \dots$$

Poređenjem sa jednačinom za amplitudu harmonika dijametralnog namotaja uvodi se sačinilac zbog skraćenja koraka namotaja – tetivni sačinilac:

$$k_{tv} = \sin\left(v \cdot \frac{y}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right).$$

MPS tetivnog namotaja se računa isto kao i u dijametralnog, ali uz uvažavanje tetivnog sačinioca. Treba primetiti da se isti tetivni sačinilac javlja i kod izračunavanja indukovane elektromotorne sile.

Očigledno je da se sa skraćenjem sekciјe za  $1/v$  od  $\tau_p$

$$y = \left(1 - \frac{1}{v}\right) \cdot \tau_p.$$

eliminiše  $v$ -ti harmonik MPS jer je tetivni navojni sačinilac za peti harmonika:

$$k_{tv} = \sin\left(v \cdot \frac{y}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left((v-1) \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad v = 3, 5, 7, \dots$$

Primer: Ako se navojni korak skrati za  $1/5$  od polnog koraka, tada je  $y/\tau_p = 4/5$ , pa je tetivni navojni sačinilac za peti harmonik:

$$k_{t5} = \sin\left(5 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

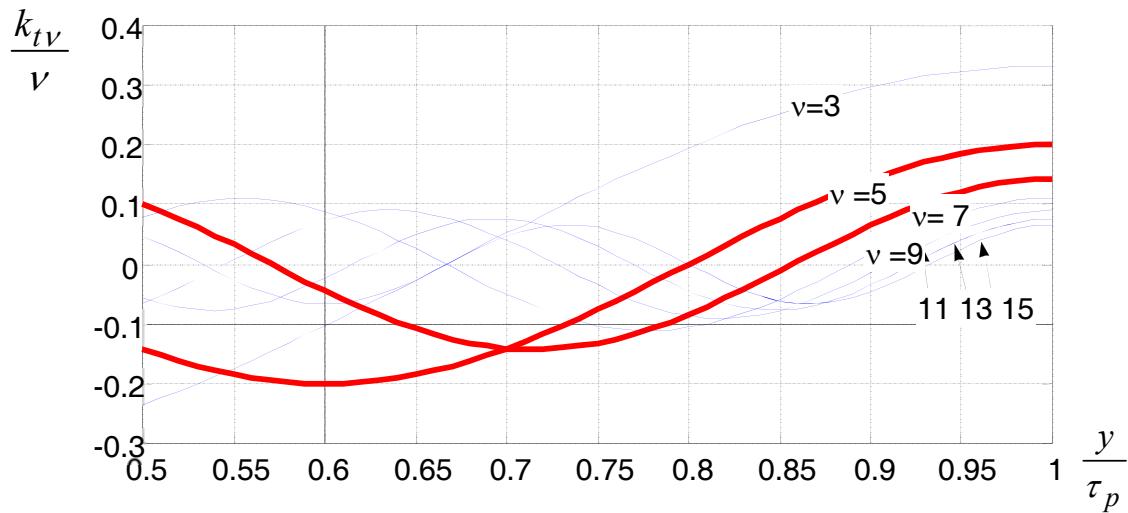
Skraćenjem sekciјe za  $1/5$  od polnog koraka eliminisan je peti harmonik MPS, naravno eliminisan je i peti harmonik EMS.

Ako se navojni korak skrati za  $1/7$  od polnog koraka, tada je  $y/\tau_p = 6/7$ , pa je tetivni navojni sačinilac za sedmi harmonik:

$$k_{t7} = \sin\left(7 \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

Skraćenjem sekciјe za  $1/7$  od polnog koraka eliminisan je sedmi harmonik MPS, naravno eliminisan je i sedmi harmonik EMS.

Na slici je prikazano kako tetivni navojni sačinilac za više harmonike normalizovan redom harmonika,  $k_{tv}$ , zavisi od skraćenja,  $y/\tau_p$ .

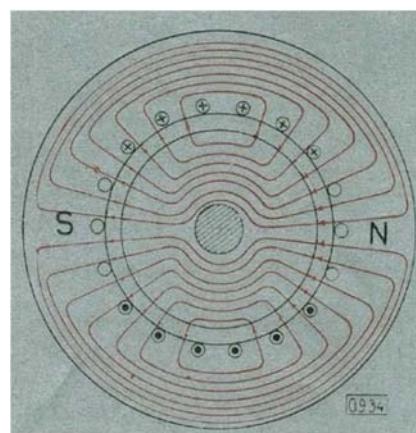


Tetivni sačinilac viših harmonika u funkciji skraćenja.

Kako amplituda harmonika opada sa  $1/v$ , gde je  $v$  red harmonika, to najveće vrednosti imaju najniži harmonici tj. treći, peti, sedmi. Zato se pribegava njihovoj eliminaciji ili smanjenju, adekvatnim skraćenjem sekciјe. Kroz dva prethodna primera je pokazano kako se eliminise peti ili sedmi harmonik. U stvarnosti se pribegava skraćenju sekciјe između  $1/7$  i  $1/5$  u odnosu na polni korak, tada je  $y/\tau_p$  između  $4/5$  i  $6/7$ . Kao što se vidi na slici Ovim skraćenjem nije eliminisan ni jedan harmonik, ali je postignuto smanjenje i petog i sedmog harmonika.

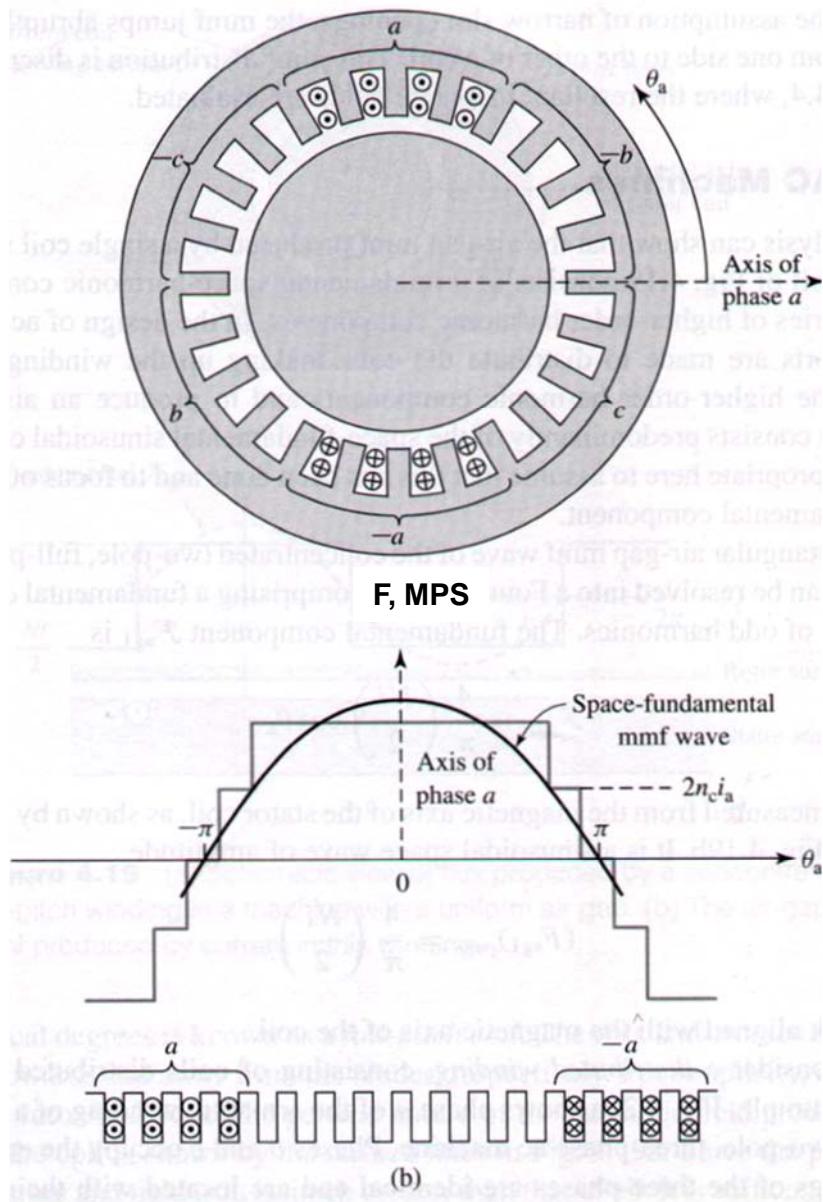
### 4.3. Raspodeljen dijametalni namotaj

Imperativ pri konstrukciji namotaja mašina naizmenične struje je dobiti harmoničnu raspodelu MPS po obimu vazdušnog zazora, što garantuje istu takvu raspodelu magnetnog polja. Zato se umesto skoncentrisanog namotaja, sa samo jednom sekciјom smeštenom u jedan par žlebova, koristi raspodeljen namotaj. Raspodeljeni namotaj ima više sekciјa koji se smeštaju u više žlebova. Na slici je prikazan raspodeljen namotaj sa šest sekciјa. Kao što se sa slike vidi, žlebovi u koje su smeštene sekciјe jednog faznog namotaja formiraju dve zone – pojasa. Svaka od tih zona se nalazi pod magnetnim polom suprotne polarnosti.



Struja u svih  $m$  žlebova jedne zone je istog smera, a u žlebovima sledeće zone je smer struje suprotan, pa su magnetne silnice najgušće između dve zone jer svaka silnica koja na tom mestu prolazi vazdušni zazor obuhvata sve struje jedne zone. Između susednih zona magnetna indukcija je maksimalna. U sredini svake zone magnetna indukcija je jednaka nuli.

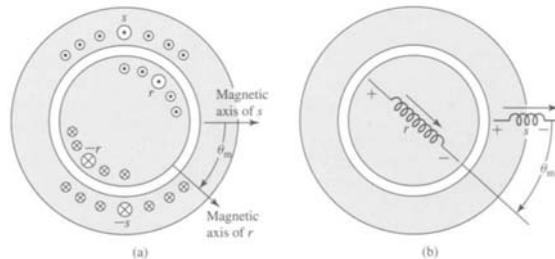
Sada će biti objašnjen uticaj raspodeljenog namotaja na raspodelu MPS a time i na magnetno polje u mašini. Na slici je prikazan fazni namotaj  $a$  dvopolne trofazne mašine. Faze  $b$  i  $c$  se smeštaju u prazne žlebove. Namotaj je dvoslojni, i svaka sekcija se ima  $n_c$  navojaka.



**Figure 4.20** The mmf of one phase of a distributed two-pole, three-phase winding with full-pitch coils.

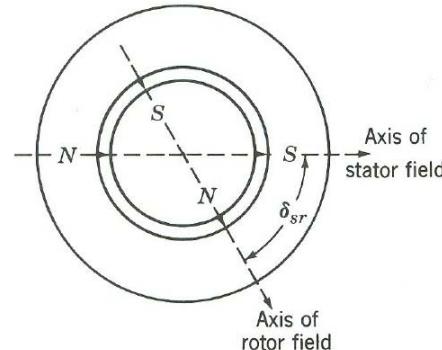
## 5. MPS U VAZDUŠNOM ZAZORU ELEKTRIČNE MAŠINE

Neka se posmatra mašina sa cilindričnim statorom i rotorom i sa po jednim namotajem na statoru i rotoru. Neka su namotaji raspodeljeni tako da su njihove MPS prostoperiodično raspodeljene po obimu.



**Figure 4.34** Elementary two-pole machine with smooth air gap: (a) winding distribution and (b) schematic representation.

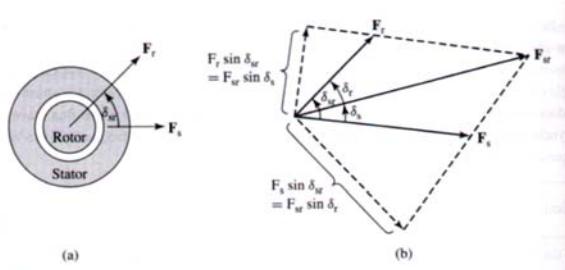
Proticanje struje kroz namotaje na statoru i rotoru praćeno je pojavom MPS odnosno magnetnog fluksa, što se može ekvivalentirati sa stalnim magnetima postavljenim na statoru i rotoru mašine. Ovi magnetni bi bili postavljeni u pravac magnetne ose polja statora i rotora, kao što je prikazano na slici, za dvopolnu mašinu cilindričnim rotorom i statorom, odnosno konstantnim vazdušnim zazorom.



Usled tendencije da se poklope raznorodni magnetni polovi statora i rotora razvija se momenat. Momenat se javlja kao rezultat interakcije magnetnih polja statora i rotora pa otud naziv elektromagnetski momenat. Elektromagnetski momenat je mera mehaničke interakcije statora i rotora. Ovaj momenat je proporcionalan sa proizvodom amplituda MPS statora i rotora i takođe je funkcija ugla između magnetnih osa statora i rotora. U nastavku će biti pokazano je kod mašina sa konstantnim vazdušnim zazorom elektromagnetski momenat сразмерan sa  $\sin\delta_{sr}$ .

Usled struja statora i rotora uspostaviće se zajednički fluks i fluks rasipanja. Samo je zajednički fluks merodavan za generisanje momenta.

MPS struja statorskog i rotorskog namotaja mogu se posmatrati kao prostoperiodično raspodeljene funkcije po obimu vazdušnog zazora. Ove MPS se mogu interpretirati prostornim vektorima  $F_s$  i  $F_r$  duž osa magnetnog polja statora i rotora. U vazdušnom zazoru postoji rezultantna MPS  $F_{sr}$  koja je, takođe prostoperiodično raspodeljena po obimu vazdušnog zazora. Rezultantna MPS  $F_{sr}$  je merodavna za magnetno polje u mašini.



**Figure 4.35** Simplified two-pole machine: (a) elementary model and (b) vector diagram of mmf waves. Torque is produced by the tendency of the rotor and stator magnetic fields to align. Note that these figures are drawn with  $\delta_{sr}$  positive, i.e., with the rotor mmf wave  $\mathbf{F}_r$  leading that of the stator  $\mathbf{F}_s$ .

Rezultanta MPS je određena vektorskom sumom MPS statora i rotora. Može se odrediti primenom kosinusne teoreme:

$$F_{sr}^2 = F_s^2 + F_r^2 + 2F_s \cdot F_r \cos \delta_{sr}.$$

Jačina magnetnog polja u vazdušnom zazoru je:

$$H_m = \frac{F_{sr}}{\delta}.$$

Gustina energije magnetnog polja:

$$w = \frac{\mu_0}{2} H^2 = \frac{\mu_0}{2} \left( \frac{H_m}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{\mu_0}{4} \left( \frac{F_{sr}}{\delta} \right)^2.$$

Ukupna energija magnetnog polja:

$$\begin{aligned} W &= w \cdot V_{vazdušnog zazora}. \\ W &= \frac{\mu_0}{4} \left( \frac{F_{sr}}{\delta} \right)^2 \cdot \pi \cdot D \cdot l \cdot \delta = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot D \cdot l}{4\delta} F_{sr}^2. \\ W &= \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot D \cdot l}{4\delta} \left( F_s^2 + F_r^2 + 2F_s \cdot F_r \cos \delta_{sr} \right). \end{aligned}$$

Elektromagnetski momenat je:

$$\begin{aligned} m_e &= \frac{\partial W}{\partial \delta_{sr}} = -p \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot D \cdot l}{2\delta} F_s \cdot F_r \sin \delta_{sr}. \\ m_e &= -p \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot D \cdot l}{2\delta} F_s \cdot F_{sr} \sin \delta_s. \\ m_e &= -p \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot D \cdot l}{2\delta} F_r \cdot F_{sr} \sin \delta_r. \\ m_e &= -p \frac{\pi \cdot D \cdot l}{2} B_m \cdot F_r \sin \delta_r. \\ m_e &= -\frac{\pi}{2} p^2 \cdot \Phi_p \cdot F_r \sin \delta_r. \end{aligned}$$