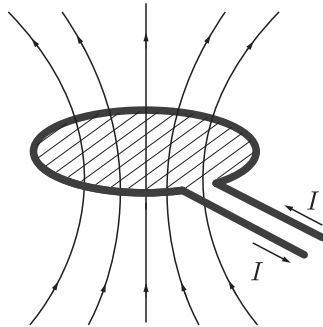


8. Predavanje

November 20, 2016

1 Induktivnost

Posmatrajmo konturu kroz koju teče jačina struje I (Slika 1).



Slika 1 Fluks magnetnog polja kroz strujnu konturu.

Fluks magnetne indukcije \vec{B} kroz površinu koju zahvata ova kontura je srazmeran jačini struje:

$$\Phi = LI \quad (1)$$

gde je konstanta proporcionalnosti L , induktivnost konture. Induktivnost zavisi od oblika konture i magnetnih karakteristika materijala u kome se kontura nalazi. Jedinica za induktivnost je Henri [H].

ZADATAK 1

Naći induktivnost solenoida pri čemu zanemarujemo efekte krajeva. Zapremina solenoida je $V = 8\text{cm}^3$, broj namotaja po jedinici dužine je $n = 30\text{cm}^{-1}$, a magnetna permeabilnost materijala unutar solenoida je $\mu_r = 5000$. ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{H/m}$).

REŠENJE

Magnetna indukcija dugačkog solenoida je:

$$B = \mu_0 \mu_r n I \quad (1)$$

a ukupan magnetni fluks kroz namotaje

$$\Phi = NSB = n\ell SB = nBV = \mu_0 \mu_r n^2 V I \quad (2)$$

poređenjem (2) i definicije induktivnosti, saznajemo:

$$L = \mu_0 \mu_r n^2 V = 0,452 \text{H} \quad (3)$$

ZADATAK 2

Koliko metara tankog provodnika je potrebno da se napravi solenoid dužine $\ell_0 = 100\text{cm}$ i koeficijenta indukcije $L = 1\text{mH}$ ako je prečnik solenoida mnogo manji od njegove dužine.

REŠENJE

Iz prethodnog zadatka:

$$L = \mu_0 n^2 V = \mu_0 \frac{N^2}{\ell_0^2} \ell_0 \pi r^2 = \frac{\pi \mu_0 N^2 r^2}{\ell_0} \quad (1)$$

Ukupna dužina žice je:

$$d = 2\pi rN \quad (2)$$

odakle proizilazi

$$Nr = \frac{d}{2\pi} \quad (3)$$

Ako (3) uvrstimo u (1) nakon sređivanja nalazimo:

$$d\sqrt{\frac{4\pi\ell_0 L}{\mu_0}} = 100m \quad (4)$$

2 Elektromotorna sila samoindukcije

Ukoliko se struja u provodnoj konturi menja sa vremenom, u njoj se javlja elektromotorna sila samoindukcije:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta LI}{\Delta t} \quad (2)$$

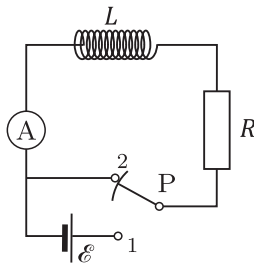
Ukoliko se oblik konture ne menja $L = const$, sledi

$$\mathcal{E} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \quad (3)$$

Saglasno Lencovom pravilu, smer indukovane struja je takav da polje koje ona generiše teži da poništi magnetno polje koje nju stvara.

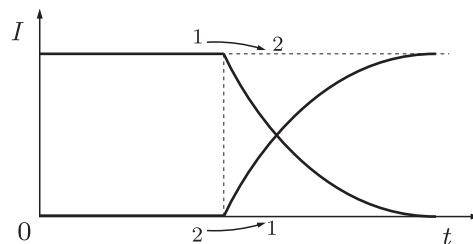
2.1 Efekti samoindukcije

Razmotrimo električno kolo koje se sastoji od izvora elektromotorne sile \mathcal{E} , ampermetra, prekidača, otpornika i kalema, Slika 2.



Slika 2 Samoindukcija u električnom kolu sa kalemom.

Ukoliko je prekidač u položaju 1 teče stalna jačina struje I . Nakon prebacivanja prekidača u položaj 2, tok električne struje se ne prekida trenutno, već opada neko vreme (po eksponencijalnom zakonu) do nulte vrednosti. Uzrok ove pojave je samoindukcija. Takođe ako je prekidač u položaju 2, nakon njegovog prebacivanja u položaj 1, tok struje se ne uspostavlja momentalno. Potrebnoo je izvesno vreme da se uspostavi stalan tok. Opet je struja samoindukcije sprečavala promenu ravnotežnog stanja u kome se električno kolo nalazilo (Slika 3).

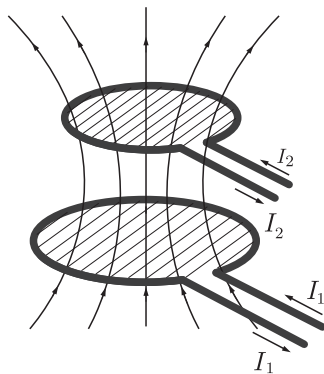


Slika 3 Struja samoindukcije.

3 Uzajamna induktivnost i indukcija

3.1 Uzajamna induktivnost

Razmotrimo dve konture, 1 i 2 prikazane na Slici 4.



Slika 4 Uzajamna induktivnost provodnih kontura.

U konturi 1 teče struja I_1 stvarajući magnetni fluks u konturi 2 Φ_2 (pri odsustvu feromagnetika) koji je proporcionalan struji I_1 :

$$\Phi_2 = L_{21}I_1 \quad (4)$$

Slično, struja I_2 u konturi 2 stvara magnetni fluks u konturi 1:

$$\Phi_1 = L_{12}I_2 \quad (5)$$

Koeficijenti L_{21} i L_{12} nazivaju se uzajamne induktivnosti kontura. Koeficijenti uzajamne indukcije zavise od oblika kontura, uzajamnog položaja i magnetnih osobina materijala u kojima se konture nalaze.

Teorema o uzajamnosti: u odsustvu feromagnetnih materijala, koeficijenti uzajamne indukcije su jednaki $L_{21} = L_{12}$.

ZADATAK 3

U nekoj ravni nalaze se dva kružna provodnika 1 i 2 čiji se centri poklapaju. Radijusi kontura su r_1 i r_2 . U konturi 1 teče struja I . Naći magnetni fluks Φ_2 kroz konturu 2 pri uslovu $r_1 \ll r_2$.



Slika 5 Provodni prsteni.

REŠENJE

Prema teoremi o uzajamnosti $L_{21} = L_{12}$, sledi da ako umesto da kroz konturu 1, struja I teče kroz konturu 2, fluksevi će biti jednaki.

$$\Phi_1 = \Phi_2 \quad (1)$$

Mađutim magnetni fluks kroz konturu 1 se može izračunati. Magnetna indukcija koju stvara kontura 2 u konturi 1 (magnetna indukcija u centru provodnog prstena) je:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r_2} \quad (2)$$

S obzirom da je $r_1 \ll r_2$ možemo smatrati da je unutar konture 1 polje homogeno, pa sledi da je fluks u konturi 1:

$$\Phi_1 = \frac{\mu_0 I \pi r_1^2}{2r_2} \quad (3)$$

što je u suštini jednako magnetnom fluksu u konturi 2.

3.2 Uzajamna indukcija

Pri svakoj promeni jačina struja u dvema konturama dolazi i do pojave indukovane elektromotorne sile u ovim konturama. Jačina struje u konturi 1 prema omovom zakonu i saglasno principu indukcije:

$$R_1 I_1 = \mathcal{E}_1 - L_1 \frac{\Delta I_1}{\Delta t} - L_{12} \frac{\Delta I_2}{\Delta t} \quad (6)$$

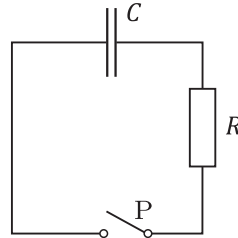
gde je R_1 električna otpornost konture 1, I_1 jačina struje u konturi 1, \mathcal{E}_1 izvor elektromotorne sile priključen na konturu 1. L_1 je koeficijent samoindukcije konture 1, a L_{12} koeficijent uzajamne indukcije. Slično se može napisati i za drugu konturu.

$$R_2 I_2 = \mathcal{E}_2 - L_2 \frac{\Delta I_2}{\Delta t} - L_{21} \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \quad (7)$$

4 Energija električnog i magnetnog polja

4.1 Energija električnog polja

Posmatrajmo kolo koje se sastoji od redno vezanog kondenzatora kapaciteta C , otpornika električne otpornosti R i prekidača P (Slika 6).



Slika 6 Električno kolo sa kondenzatorom, otpornikom i prekidačem.

Neka je prekidač isključen, a kondenzator naelektrisan do napona U . Energija ovog kondenzatora je:

$$E_C = \frac{CU^2}{2} \quad (8)$$

Ukoliko se uključi prekidač, kondenzator će se isprazniti preko otpornika R , a saglasno Džulovom zakonu na otporniku će se osloboditi određena količina toplote. Ova toplota jednaka je energiji kondenzatora:

$$\Delta Q = \frac{CU^2}{2} \quad (9)$$

Sa druge strane ako iskoristimo relaciju za kapacitet pločastog kondenzatora:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} \quad (10)$$

i vezu između napona i električnog polja, u slučaju homogenog polja:

$$U = Ed \quad (11)$$

dolazimo do izraza za energiju kondenzatora:

$$W_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 V \quad (12)$$

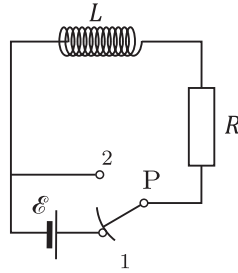
gde je V zapremina između elektroda kondenzatora. Dobijeni izraz predstavlja ukupnu energiju električnog polja. Sledi da je gustina energije električnog polja (energija u jedinici zapremine):

$$w_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 \quad (13)$$

Rezultat možemo interpretirati ovako. Energija je smeštena između elektroda kondenzatora u samom električnom polju. Pri pražnjenju kondenzatora, energija se oslobađa na otporniku u vidu toplote, a električno polje iščezava.

4.2 Energija magnetnog polja

Posmatrajmo kolo koje se sastoji od redno vezanog kalema induktivnosti L , otpornika električne otpornosti R , prekidača P i izvora elektromotorne sile \mathcal{E} (Slika 7).



Slika 7 Električno kolo sa kalemom, otpornikom, prekidačem i izvorom elektromotorne sile.

Neka je prekidač u položaju 1, pri čemu teče izvesna struja u kolu. Ako se prekidač prebaci u položaj 2, s obzirom na pojavu samoindukcije, struja će još neko vreme teći u kolu, a zbog toga će se i u otporniku oslobađati izvesna količina toplote. Energija sadržana u kalemu je:

$$E_L = \frac{LI^2}{2} \quad (14)$$

pa će oslobođena toplota biti:

$$\Delta Q = \frac{LI^2}{2} \quad (15)$$

Sa druge strane ako iskoristimo relacije za induktivnost kalema:

$$L = \mu_0 \mu_r n^2 V \quad (16)$$

i magnetnu indukciju u kalemu:

$$B = \mu_0 \mu_r n I \quad (17)$$

dolazimo do izraza za energiju kalema:

$$W_B = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu_r} V \quad (18)$$

gde je V zapremina unutar kalema. Dobijeni izraz predstavlja ukupnu energiju magnetnog polja. Sledi da je gustina energije magnetnog polja (energija u jedinici zapremine):

$$w_B = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu_r} \quad (19)$$

Rezultat možemo interpretirati ovako. Energija smeštena u kalemu je u samom magnetnom polju. Nakon prebacivanja prekidača u položaj 2, na otporniku se još neko vreme izdvaja toplota, a magnetno polje iščezava.

ZADATAK 4

Kalem induktivnosti $L = 0,2H$ i električne otpornosti $R = 2\Omega$ priključen je na izvor $\mathcal{E} = 12V$ (Slika 7). Kolika se ukupna količina toplote oslobodi nakon prebacivanja prekidača iz položaja 1 u položaj 2?

REŠENJE

Ukupna energija u kalemu je:

$$W_L = \frac{LI^2}{2} \quad (1)$$

Sa druge strane, prema Omovom zakonu:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = 6A \quad (2)$$

Oslobođena količina toplote jednaka je energiji sadržanoj u kalemu:

$$\Delta Q = \frac{LI^2}{2} = 3,6J \quad (3)$$

5 Naizmenične struje

Teoriju o naizmeničnim strujama naučiti iz praktikuma za laboratorijske vežbe.

Zadaci za samostalni rad: 7.13; 7.14; 7.15; 7.16; 7.17; 7.18; 7.19; 7.20; 7.21; 7.22.

Literatura: Zbirka zadataka iz fizike - mašinski odsek, Ljuba Budinski-Petković, Ana Kozmidis-Petrović, Milica Vučinić Vasić, Ivana Lončarević, Aleksandra Mihailović, Dušan Ilić, Robert Lakatoš.

FTN Izdavaštvo, Novi Sad.