

Ako sa  $L_0$  označimo dužinu šipke na temperaturi  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  a sa  $L'$  dužinu na temperaturi  $t$  prethodni izraz se može napisati u obliku:

$$L' - L_0 = L_0 \alpha t, \quad (6.38)$$

odakle se dobija:

$$L' = L_0(1 + \alpha t). \quad (6.39)$$

*Tabela 6.4 Koeficijent linearne širenja pojedinih materijala*

materijal	$\alpha \left[ \frac{10^{-6}}{\text{ }^{\circ}\text{C}} \right]$	materijal	$\alpha \left[ \frac{10^{-6}}{\text{ }^{\circ}\text{C}} \right]$
aluminijum	21-24	beton	9-11
čelik	11-12,5	granit	7,9-8,4
bakar	17	staklo	4-9
srebro	19	tvrdo drvo	3-9
gvožđe	12	najlon	80-100

Razmotrimo slučaj zagrevanja šipke koja je postavljena u procep širine  $L$ , npr. između dva nepomična zida. Neka je rastojanje između zidova neznatno veće u poređenju sa dužinom šipke. Dužina šipke raste sa porastom temperature i u jednom trenutku postaje jednak rastojanju između zidova. Od tog trenutka nadalje šipka se nalazi u napetom stanju pošto nema prostora za povećanje dužine do kog bi došlo usled porasta temperature. Polazeći od izraza 6.37 dobija se da relativna promena dužine pri zagrevanju iznosi  $\frac{\Delta L}{L} = \alpha \Delta T$ , što uvrštavanjem u izraz 6.5 daje izraz za termički napon<sup>55</sup>:

---

<sup>55</sup> Pri primeni izraza 6.40 i 6.43 u zadacima treba voditi računa da je  $\Delta T$  promena temperatura od trenutka kad se javlja napon.

$$\sigma = E \frac{\Delta L}{L} = E\alpha\Delta T . \quad (6.40)$$

Sa porastom temperature sve dimenzije tela rastu te se menja i njegova zapremina. Pri promeni temperature tela za  $\Delta T$  njegova zapremina poraste za:

$$\Delta V = V\beta\Delta T , \quad (6.41)$$

gde je  $\beta$  koeficijent zapreminskog širenja. Koeficijenti linearne i zapreminskog širenja su povezani relacijom:

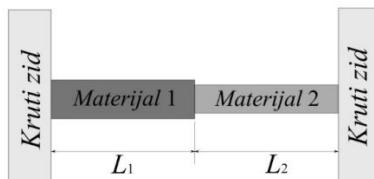
$$\beta = 3\alpha . \quad (6.42)$$

Ukoliko pri zagrevanju telo nema prostora za povećanje zapremeine javlja se napon:

$$\sigma = B\beta\Delta T . \quad (6.43)$$

### Termički naponi u nehomogenim građevinskim elementima

Kada su dva materijala sa različitim koeficijentima termičkog širenja i različitim elastičnim svojstvima primorana da se šire zajedno dolazi do termičkih napona. Primeri su: stakloplastika, višeslojni zidovi, prozorski okvir i staklo, cevi toplovoda koje su obmotane slojem termičke izolacije a nalaze se ukopane u tlu pa je termička dilatacija dodatno otežana, armirani beton<sup>56</sup> i slično. Termički naponi koji nastaju zavise od promene temperature koja ih izaziva, geometrije građevinskog elementa odnosno njegovih sastavnih delova, termičkih i elastičnih svojstava materijala. Razmotrićemo geometrije koje su često prisutne u građevinskim konstrukcijama.



*Slika 6.7 Dvodelni nehomogeni štap uklješten između nepomičnih zidova*

---

<sup>56</sup> Koeficijenti termičkog širenja čelika i betona imaju bliske vrednosti pa su termički naponi koji nastaju mali ali ipak postoje.

Razmotrimo termičke napone koji nastaju usled zagrevanja dvodelnog štapa, prikazanog na slici 6.7, koji je uklješten između dva nepomična zida (oslonca). Neka je na početnoj temperaturi štap u nenačvremenskom stanju. Ukoliko ne bi bilo nikakvih ograničenja u pogledu termičke dilatacije, porast temperature za  $\Delta t$  bi izazvao porast dužine sastavnih delova za  $\Delta L_1 = L_1 \alpha_1 \Delta t$  i  $\Delta L_2 = L_2 \alpha_2 \Delta t$ . Ukupna promena dužine štapa bi iznosila:

$$\Delta L = L_1 \alpha_1 \Delta t + L_2 \alpha_2 \Delta t = (L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2) \Delta t. \quad (6.44)$$

Pošto je termička dilatacija onemogućena, dužina štapa se ne menja. Isti ishod bi postojao ako bi nakon slobodnog termičkog širenja štap bio podvrgnut sabijanju tako da sumarno gledano nema promene dužine. Razmatranje ove zamišljene deformacije sabijanja omogućava da se procene naponi koji se javljaju u delovima štapa. Sabijanje štapa koji se sastoji od delova različitih dužina i površina poprečnog preseka pod dejstvom sile  $F$  je prethodno razmatrano te se može iskoristiti relacija (6.11). Izjednačavanjem izraza za promenu dužine koja bi nastala termičkom dilatacijom i apsolutne deformacije koja bi nastala pri sabijanju dobija se:

$$(L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2) \Delta t = F \left( \frac{L_1}{S_1 E_1} + \frac{L_2}{S_2 E_2} \right), \quad (6.45)$$

odakle sledi da je intenzitet sile međusobne interakcije štapa i zida:

$$F = \frac{L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2}{\frac{L_1}{S_1 E_1} + \frac{L_2}{S_2 E_2}} \Delta t. \quad (6.46)$$

Naponi u pojedinim delovima štapa mogu se izraziti preko intenziteta ove sile i površine porečnog preseka:

$$\sigma_1 = \frac{F}{S_1} = \frac{\Delta t}{S_1} \frac{L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2}{\frac{L_1}{S_1 E_1} + \frac{L_2}{S_2 E_2}}, \quad (6.47)$$

$$\sigma_2 = \frac{F}{S_2} = \frac{\Delta t}{S_2} \frac{L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2}{\frac{L_1}{S_1 E_1} + \frac{L_2}{S_2 E_2}}. \quad (6.48)$$

Zaključujemo da je termičko naprezanje u delovima štapa različito i zavisi od svojstava materijala, dimenzija i promene temperature.

Ukoliko je  $S_1 = S_2$  naponi u delovima štapa bi bili jednaki:

$$\sigma = \frac{\frac{L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2}{L_1 + L_2} \Delta t}{\frac{E_1}{E_1} + \frac{E_2}{E_2}} . \quad (6.49)$$

Razmotrimo termičku dilataciju nehomogenog cilindričnog stuba koji se sastoji od dva koaksijalna cilindra iste dužine, koji su smešteni jedan unutar drugog. Omotači cilindara se ne dodiruju, kao što se vidi na slici 6.8 b) koja prikazuje poprečni presek stuba, ali su im osnove na oba kraja fiksirane jedna za drugu (slika 6.8 a)). Cilindri su napravljeni od dva različita materijala koji generalno imaju različite Jangove module elastičnosti i različite koeficijente linearног termičkog širenja. Na slici 6.9 a) prikazan je uzdužni presek stuba dužine  $L$  u nenapetom stanju. Usled promene temperature dolazi do promene dužine stuba. Ukoliko bi svaki od delova mogao slobodno da se širi unutrašnji cilindar bi promenio dužinu za:

$$\Delta L_1 = L \alpha_1 \Delta t , \quad (6.50)$$

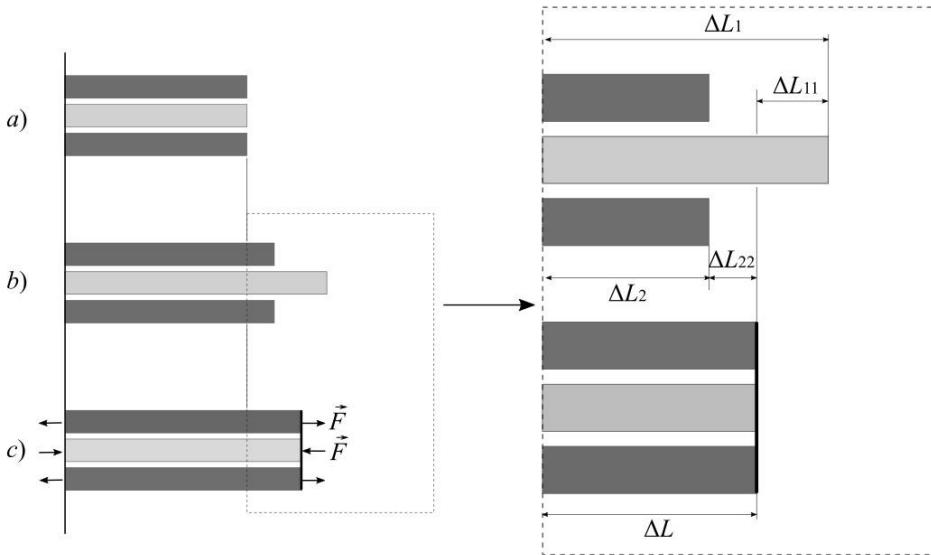
a spoljašnji cilindrični omotač za:

$$\Delta L_2 = L \alpha_2 \Delta t . \quad (6.51)$$

Centralni deo stuba i omotač bi imali različite dužine kao što je prikazano na slici 6.9 b) za slučaj kada je  $\alpha_1 > \alpha_2$ .



*Slika 6.8 Uzdužni a) i poprečni b) presek nemogenog stuba sastavljenog od dva koaksijalna cilindra*



*Slika 6.9 Termička dilatacija nehomogenog stuba sastavljen od dva koaksijalna cilindra-prikaz uzdužnog preseka*

Zbog činjenice da su cilindri međusobno povezani termička dilatacija se ne odvija na ovaj način. Razmotrimo slučaj kada je veza idelno kruta<sup>57</sup> tako da nakon zagrevanja nema razlike u dužini kao što je prikazano na slici 6.9 c). Jasno je da su u tom slučaju termički naponi koji se javljaju u materijalima posledice sabijanja unutrašnjeg cilindra za:

$$\Delta L_{11} = \frac{FL}{S_1 E_1}, \quad (6.52)$$

i istezanja spoljašnjeg omotača za:

$$\Delta L_{22} = \frac{FL}{S_2 E_2}. \quad (6.53)$$

U prethodnim<sup>58</sup> relacijama je površina osnove punog unutrašnjeg cilindra označena sa  $S_1$  površina osnove spoljašnjeg cilindričnog omotača sa  $S_2$  dok je sa  $F$  označen intenzitet

<sup>57</sup> Iako je pri izvođenju razmatran idealizovan slučaj, krajnje formule se mogu koristiti za proračun termičke dilatacije kompozita ojačanog vlaknima, u pravcu vlakana, i određivanje napona u njemu.

<sup>58</sup> Prethodne relacije su dobijene na osnovu Hukovog zakona uz aproksimaciju da su  $\Delta L_1$  i  $\Delta L_2$  mnogo manji u poređenju sa  $L$ .

sila koje izazivaju istezanje i sabijanje. Ove sile su suprotnog smera i jednake su po intenzitetu. Promena dužine stuba u celini je označena sa  $\Delta L$  i na osnovu uvećanog prikaza dilatacije na slici 6.9 sledi da je:

$$\Delta L = \Delta L_1 - \Delta L_{11} = \Delta L_2 + \Delta L_{22}, \quad (6.54)$$

odnosno:

$$L\alpha_1\Delta t - \frac{FL}{S_1E_1} = L\alpha_2\Delta t + \frac{FL}{S_2E_2}, \quad (6.55)$$

odakle se konačno dobija intenzitet sile:

$$F = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)\Delta t}{\frac{1}{S_1E_1} + \frac{1}{S_2E_2}} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)S_1S_2E_1E_2\Delta t}{S_1E_1 + S_2E_2}. \quad (6.56)$$

Naponi koji se javljaju u pojedinim delovima su različiti i iznose:

$$\sigma_1 = \frac{F}{S_1} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)S_2E_1E_2\Delta t}{S_1E_1 + S_2E_2}, \quad (6.57)$$

$$\sigma_2 = \frac{F}{S_2} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)S_1E_1E_2\Delta t}{S_1E_1 + S_2E_2}. \quad (6.58)$$

Promena dužine dvodelnog stuba se dobija uvrštavanjem izraza za intenzitet sile u relaciju (6.54):

$$\begin{aligned} \Delta L &= \Delta L_1 - \Delta L_{11} = L\alpha_1\Delta t - \frac{FL}{S_1E_1} = \\ &= L\alpha_1\Delta t - \frac{L}{S_1E_1} \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)S_1S_2E_1E_2\Delta t}{S_1E_1 + S_2E_2}. \end{aligned} \quad (6.59)$$

Konačno se, nakon sređivanja, dobija da promena dužine stuba iznosi:

$$\Delta L = \frac{(\alpha_1S_1E_1 + \alpha_2S_2E_2)L\Delta t}{S_1E_1 + S_2E_2}. \quad (6.60)$$

## 6.6 Pitanja i zadaci za samostalan rad

1. Nabrojati osnovne deformacije.
2. Navesti jedinicu u S sistemu za napon?
3. Pod dejstvom odeđene sile dužina šipke se smanjila za 0,3%. Koliko puta je primenjeni napon manji od Jangovog modula elastičnosti?
4. Kada dolazi do promena dimenzija tela?
5. Šipka dužine 4 m se istegla pod dejstvom napona od 1 GPa za 0,04 mm. Koliko bi iznosilo skraćenje dužine šipke da je isti napon primenjen na sabijanje ?
6. Koeficijent linearog širenja zlata iznosi  $14,1 \frac{1}{\text{MK}}$ . Koliki je koeficijent zapreminskog širenja zlata?
7. Šipka Jangovog modula elastičnosti 90 GPa i koeficijenta linearog širenja  $5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$  postavljena je između dva nepomična zida na temperaturi  $28^\circ\text{C}$ . Šipka se potom zagrevala. Koliko je iznosio napon nakon zagravanja za  $180^\circ\text{C}$  ako je poznato da je šipka na temperaturi  $92^\circ\text{C}$  ispunila ceo prostor između zidova?
8. Na kojoj dubini u moru bi kugla od aluminijuma, prečnika 5 cm, smanjila svoju zapreminu na 99,95% zapremine u vazduhu? Gustina morske vode iznosi  $1020 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  a zapremski modul stišljivosti aluminijuma je 75 GPa.
9. Od čega zavisi Jangov modul elastičnosti i koeficijent linearog širenja?

## 7 OSCILACIJE I TALASI

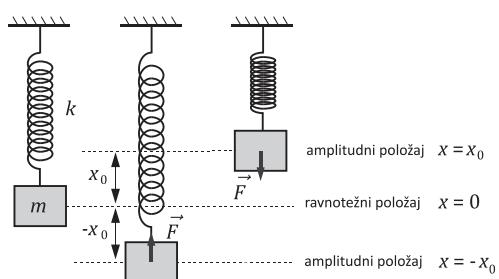
Kretanje koje se periodično ponavlja, na potpuno ili približno isti način pri čemu neka veličina raste i opada, naziva se oscilatorno kretanje. Primeri ovakvog kretanja su: kretanja klatna i kazaljki časovnika, lJuljanje na lJuljaški, klackanje, kretanje klipa u cilindru motora, obrtanje propelera, otkucaji srca, kretanje Zemlje oko Sunca, itd. Osnovni element oscilatornog kretanja je oscilacija pod kojom se podrazumeva jedan ciklus kretanja koji se periodično ponavlja.

Postoje i oscilatorični procesi koji ne podrazumevaju periodično kretanje već periodičnu promenu fizičkih veličina. Primer takvog oscilovanja je naizmenična električna struja. Drugi značajan primer je periodična promena električnog i magnetnog polja koja predstavlja izvor elektromagnetskih talasa.

U osnovi svakog talasnog kretanja su oscilacije. Oscilovanje, bilo ono mehaničko ili elektromagnetno, se vrši po istim zakonitostima. Stoga ćemo prvo razmatrati najočigledniji primer oscilovanja a to su mehaničke oscilacije.

### 7.1 Harmonijske oscilacije

Mehaničke oscilacije je najlakše razmatrati na primeru tega okačenog o oprugu, prikazanog na slici 7.1. Teg se u početku nalazi u stanju mirovanja, odnosno u stanju ravnoteže. Iz ravnotežnog stanja se teg izvodi ako oprugu dodatno istegnemo ili sabijemo delujući na nju silom. Ukoliko nakon početnog uticaja prestanemo sa delovanjem (pustimo oprugu) dolazi do oscilatornog kretanja. Tokom



Slika 7.1 Oscilatorno kretanje

oscilatornog kretanja teg se kreće po jednoj istoj putanji naizmenično u dva suprotna smera. Teg će se nakon izvesnog vremena umiriti, no razmatraćemo idealizovan slučaj kad ne dolazi do zaustavljanja oscilatornog kretanja. Ovaj idealizovan slučaj naziva se neamortizovano (neprigušeno) oscilovanje.

Oscilacije se, u pomenutom primeru, vrše pod dejstvom sile elastičnosti opruge koja je uvek usmerena ka ravnotežnom položaju i stoga se naziva još i restituciona sila. Iz iskustava nam je poznato sledeće: da bismo sabili oprugu moramo savladati silu kojom se opruga suprotstavlja promeni dužine. Isto se dešava i pri istezanju opruge. Veće istezanje (sabijanje) zahteva delovanje većom silom. Zaključak koji logički sledi je da se intenzitet restitucione sile tokom oscilovanja menja. Ova sila:

$$F = -kx , \quad (7.1)$$

je srazmerna rastojanju  $x$  u odnosu na ravnotežni položaj. Konstanta srazmere zavisi od same opruge i predstavlja njenu konstantu elastičnosti  $k$ . Znak minus u prethodnom izrazu označava da je ova sila uvek usmerena ka ravnotežnom položaju, kao što je prikazano na slici 7.1. Razmatranjem neamortizovanog oscilovanja tega okačenog o oprugu zaključeno je da se, za posmatrača koji se nalazi u ravni rotacije, po istom zakonu kreće telo koje rotira konstantnom ugaonom brzinom  $\omega$ , kao što je prikazano na slici 7.2. Neka merenje vremena započne u trenutku kada teg, tokom oscilovanja, prolazi kroz ravnotežni položaj<sup>59</sup>. Rastojanje tega u odnosu na ravnotežni položaj se tada menja po sledećem zakonu:

$$x = x_0 \sin \omega t , \quad (7.2)$$

gde je  $\omega_0$  kružna frekvencija. U slučaju tega mase  $m$  okačenog o oprugu konstante elastičnosti  $k$  kružna frekvencija iznosi:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} . \quad (7.3)$$

Rastojanje tela koje osciluje u odnosu na ravnotežni položaj naziva se elongacija ( $x$ ), dok se maksimalno rastojanje (maksimalna elongacija) u odnosu na ravnotežni položaj naziva amplituda ( $x_0$ ). U razmatranom primeru je elongacija sinusna funkcija vremena

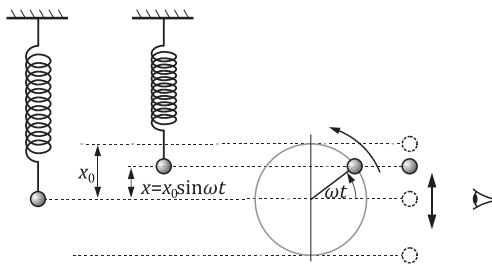
<sup>59</sup> Merenje vremena može započeti u bilo kom trenutku tokom oscilovanja. Najpraktičnije je odabratи prolazak tega kroz ravnotežni položaj jer se u suprotnom mora voditi računa o tzv. početnoj fazi oscilovanja.

te je stoga oscilovanje harmonijsko. Vreme trajanja jedne pune oscilacije predstavlja period oscilovanja:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (7.4)$$

Broj oscilacija u jedinici vremena je frekvencija:

$$\nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (7.5)$$



Slika 7.2 Analogija neamortizovanog harmonijskog oscilovanja i kružnog kretanja

Iako smo svi iskustveno osetili promenu brzine tokom ljučjanja na ljučjašci, mnogi će pogrešno odgovoriti na pitanje kada je brzina tokom oscilovanja najveća, a kad najmanja i da li se uopšte menja. Promena brzine pri ljučjanju odvija se na sledeći način: krećući se ka najvišim tačkama putanje (amplitudama) brzina se smanjuje; u amplitudama je brzina jednak nuli; tokom kretanja ka ravnotežnom položaju (najnižoj tački putanje) brzina se povećava; u ravnotežnom položaju je najveća i nakon prolaska kroz njega se ponovo smanjuje. Isto važi za bilo koji mehanički sistem koji osciluje, pa i za teg okačen o oprugu. Oscilatorno kretanje, dakle, nije uniformno već ubrzano jer se brzina menja tokom vremena. Polazeći od definicije brzine po kojoj je ona jednaka prvom izvodu pređenog puta po vremenu dobija se sledeći izraz:

$$v = \frac{dx}{dt} = x_0\omega \cos \omega_0 t. \quad (7.6)$$

Maksimalna brzina tokom oscilovanja iznosi:

$$v_0 = x_0 \omega_0 . \quad (7.7)$$

Ubrzanje pri oscilatornom kretanju nije konstantno, već se i ono menja tokom vremena. Sama promena smera kretanja ukazuje da se ubrzanje, koje je vektorska veličina, menja. Ne menja se samo smer vektora ubrzanja već se menja i njegov intenzitet. Izraz koji prikazuje kako se intenzitet ubrzanja menja sa vremenom dobija se polazeći od definicije ubrzanja koje predstavlja prvi izvod brzine po vremenu:

$$a = \frac{dv}{dt} = -x_0 \omega_0^2 \sin \omega_0 t . \quad (7.8)$$

Ubrzanje i elongacija dostižu maksimalne vrednosti u istom trenutku ali je vektor ubrzanja uvek usmeren ka ravnotežnom položaju. Drugim rečima znak minus je posledica činjenice da sila teži da vrati teg u ravnotežni položaj. Vrednost ubrzanja je maksimalna u amplitudnom položaju i iznosi  $a_0 = x_0 \omega_0^2$ . Minimalno ubrzanje, po intenzitetu jednako nuli, teg ima pri prolasku kroz ravnotežni položaj.

Kinetička energija tela koje osciluje menja se tokom vremena; najmanja vrednost kinetičke energije je jednaka nuli, a najveća iznosi  $E_{k \max} = \frac{mv_0^2}{2}$ . Minimalnu kinetičku energiju telo ima u amplitudama, dok je kinetička energija maksimalna pri prolasku kroz ravnotežni položaj. Pri približavanju tela ravnotežnom položaju kinetička energija raste, a tokom udaljavanja od njega kinetička energija se smanjuje. Iskustveno je poznato da sabijena opruga poseduje energiju koja se može iskoristiti, na primer za izbačaj projektila katapultom. Ova energija naziva se elastičnom potencijalnom energijom i poseduje je i sistem telo+opruga čije se oscilatorno kretanje razmatra. Elastična potencijalna energija zavisi od rastojanja tela u odnosu na ravnotežni položaj:

$$E_p = \frac{kx^2}{2} . \quad (7.9)$$

Tokom oscilovanja menja se elongacija, te se menja i elastična potencijalna energija. Svi procesi, bez obzira da li se dešavaju spontano ili ne, odvijaju se u skladu sa zakonom održanja energije. Shodno ovom zakonu ukupna energija sistema je konstantna, ne može se uništiti ali se može pretvarati iz jednog oblika u drugi. Promena kinetičke energije tokom oscilovanja, prema zakonu održanja energije, odvija se tako što se kinetička energija pretvara u potencijalnu. Porast potencijalne energije praćen je smanjenjem kinetičke i obrnuto. U idealnom slučaju, ako se zanemari smanjenje

amplitude tokom oscilovanja, ukupna mehanička energija (zbir kinetičke i potencijalne energije) se ne menja:

$$E = E_k + E_p = \text{const} . \quad (7.10)$$

Razmotrimo slučaj harmonijskog oscilovanja u horizontalnoj ravni <sup>60</sup>. Izrazi za kinetičku i elastičnu potencijalnu energiju u ravnotežnom i amplitudnom položaju, kao i ukupnu energiju neprigušenog oscilovanja, dati su u tabeli. U amplitudnom položaju je elastična potencijalna energija maksimalna, dok je kinetička jednaka nuli. Pri prolasku kroz ravnotežni položaj je obrnuto.

*Tabela 7.1 Kinetička, potencijalna i ukupna energija*

*u ravnotežnom i amplitudnom položaju*

	$E_k$	$E_p$	$E = E_k + E_p$
$x = 0$	$\frac{mv_0^2}{2}$	0	$E = \frac{mv_0^2}{2} = E_{k \max}$
$x = x_0$	0	$\frac{kx_0^2}{2}$	$E = \frac{kx_0^2}{2} = E_{p \max}$

Iz zakona održanja mehaničke energije za neprigušeno oscilovanja sledi da je ukupna mehanička energija jednaka maksimalnoj kinetičkoj, odnosno maksimalnoj potencijalnoj energiji:

$$E = E_{k \max} = E_{p \max} \rightarrow \frac{mv_0^2}{2} = \frac{kx_0^2}{2}. \quad (7.11)$$

Jednakost između maksimalne kinetičke i maksimalne potencijalne energije može se pokazati ako se u izraz za maksimalnu kinetičku energiju uvrsti izraz za maksimalnu brzinu (7.7) a zatim u dobijenu jednakost uvrsti  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ :

---

<sup>60</sup> Promena gravitacione potencijalne energije je tada jednaka nuli.

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m \omega_0^2 x_0^2}{2} = \frac{m x_0^2}{2} \frac{k}{m} = \frac{k x_0^2}{2}, \quad (7.12)$$

Kod svakog realnog oscilovanja amplituda se smanjuje tokom vremena. Smanjenje amplitude je posledica gubitaka mehaničke energije na trenje i otpor sredine, pretvaranja u unutrašnju energiju itd. Oscilacije čija se amplituda smanjuje tokom vremena nazivaju se prigušene odnosno amortizovane oscilacije. Jednačine kojima se opisuje elongacija, brzina i ubrzanje prigušenog oscilatornog kretanja imaju znatno složeniji oblik u odnosu na jednačine neprigušenog oscilovanja. Ukoliko se amplituda, maksimalna brzina i maksimalno ubrzanje sporo menjaju tokom vremena prigušene oscilacije mogu se sa zadovoljavajućom tačnošću opisati jednačinama harmonijskog oscilovanja.

## 7.2 Prigušene oscilacije

Iz iskustva znamo da će se klatno<sup>61</sup> koje osciluje umiriti nakon određenog vremena pri čemu se amplituda oscilovanja stalno smanjuje do zaustavljanja. Ovako oscilovanje se naziva prigušeno (amortizovano). Do smanjenja amplitude dolazi usled pretvaranja dela mehaničke energije oscilatornog kretanja u druge vidove energije (npr. toplotu). Do ovog pretvaranja energije, iz jednog oblika u drugi, i zaustavljanja tela dolazi usled delovanja sile trenja (npr. sila otpora sredine). Sila otpora sredine je uvek suprotno orijentisana od smera kretanja i pri relativno malim brzinama kretanja može se uzeti da je srazmerna intenzitetu brzine tela. Kružna frekvencija amortizovanog oscilovanja  $\omega_1$  je manja u poređenju sa kružnom frekvencijom neamortizovanog oscilovanja  $\omega_0$  i iznosi:

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}, \quad (7.13)$$

gde je  $\alpha$  – faktor prigušenja koji između ostalog zavisi od vrste sredine u kojoj telo osciluje, kao i od mase, oblika i dimenzija samog tela. Amplituda prigušenog oscilovanja eksponencijalno opada sa vremenom:

$$x_0(t) = Ae^{-\alpha t}, \quad (7.14)$$

<sup>61</sup> Klatno predstavlja telo koje se njše (klati). Postoje različite vrste klatna. Pod matematičkim klatnom se podrazumeva sistem koji čine kuglica mase  $m$  i nesitegljiva nit o koju je kuglica okačena pri čemu je poluprečnik kuglice zanemarljivo mali u odnosu na dužinu niti. Fizičko klatno predstavlja svako kruto telo koje može da osciluje oko nepokretnе horizontalne ose koja ne prolazi kroz centar mase tela.

gde je  $A$  početna (maksimalna) amplituda. Period prigušenog oscilovanja iznosi:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}, \quad (7.15)$$

i veći je u poređenju sa periodom neamortizovanog oscilovanja. Stepen prigušenja (amortizacije) opisuje smanjenje amplitude oscilovanja u toku jednog perioda. Stepen prigušenja je definisan odnosom:

$$\frac{x_0(t)}{x_0(t + T_1)} = \frac{Ae^{-\alpha t}}{Ae^{-\alpha(t+T_1)}} = e^{\alpha T_1}, \quad (7.16)$$

gde  $x_0(t)$  predstavlja amplitudu oscilovanja u trenutku vremena  $t$  a  $x_0(t + T_1)$  amplitudu oscilovanja nakon isteka jednog perioda. Na osnovu prethodnog izraza sledi zaključak da se u toku jednog perioda oscilovanja amplituda prigušenog oscilovanja smanji  $e^{\alpha T_1}$  puta. Prirodni logaritam stepena prigušenja:

$$\ln e^{\alpha T_1} = \alpha T_1, \quad (7.17)$$

predstavlja logaritamski dekrement prigušenog oscilovanja. Logaritamski dekrement se određuje eksperimentalno merenjem amplitude prigušenog oscilovanja.

### 7.3 Prinudne oscilacije

Ukoliko se mehanička energija oscilatornog kretanja nekog sistema konstantno povećava doći će do povećanja amplitude oscilovanja, suprotno od prethodno razmatranog slučaja. Energija oscilatornog kretanja se može povećavati delujući na telo silom čiji se smer poklapa sa smerom kretanja tela. Jasno je da ova sila mora biti periodična pošto se smer kretanja tela tokom oscilovanja periodično menja. Delujući spolja ovom periodičnom silom vršimo rad na račun kog se povećava mehanička energija oscilovanja. Kada ne bi bilo trenja amplituda oscilovanja bi stalno rasla. Oscilovanje koje se odvija pod dejstvom spoljašnje sile naziva se prinudno oscilovanje za razliku od slobodnog oscilovanja tokom kog na telo ne deluje spoljašnja sila. Razmotrimo slučaj kada spolja delujući periodičnom silom naizmenično spuštamo i podižemo telo mase  $m$  okačeno o oprugu konstante elastičnosti  $k$  (naizmenično istežemo i sabijajmo oprugu) i na taj način primoravamo posmatrani sistem da osciluje. Jasno je da će frekvencija ovog prinudnog oscilovanja biti jednaka frekvenciji spoljašnje (prinudne) sile. Prethodna

tvrđnja važi generalno: frekvencija oscilovanja tela koje osciluje pod dejstvom spoljašnje prinudne sile jednaka je frekvenciji prinudne sile. Pri prinudnom oscilovanju može doći do rezonancije koje se ogleda u naglom i velikom povećanju amplitude oscilovanja do kog dolazi kad se pod dejstvom prinudne sile velika količina energije predaje sistemu. Kada ne bi postojalo trenje amplituda oscilovanja pri rezonanciji bi teorijski porasla do beskonačnosti, no usled trenja postoje i gubici mehaničke energije oscilovanja pa amplituda oscilovanja pri rezonanciji ima konačnu (veliku) vrednost. Ukoliko je stepen prigušenja zanemarljivo mali do rezonancije dolazi ukoliko se frekvencija prinudne sile  $\nu$  poklopi sa frekvencijom sopstvenih neprigušenih oscilacija koja u pomenutom primeru tega okačenog o oprugu iznosi  $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ . Tada je:

$$\nu = \nu_r = \nu_0 . \quad (7.18)$$

Ukoliko postoji značajno prigušenje rezonantna frekvencija zavisi i od faktora prigušenja  $\alpha$  i iznosi:

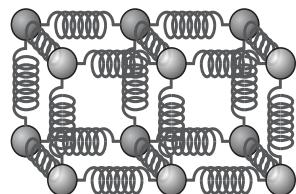
$$\nu_r = \frac{\sqrt{\omega_0^2 - 2\alpha^2}}{2\pi} . \quad (7.19)$$

Praktična primena rezonancije se koristi u radiotehnici, akustici, optici i drugim oblastima tehnike i nauke. U građevinarstvu se o rezonanciji vodi računa pri projektovanju mostova i posebna pažnja poklanja projektovanju objekata otpornih na zemljotrese.

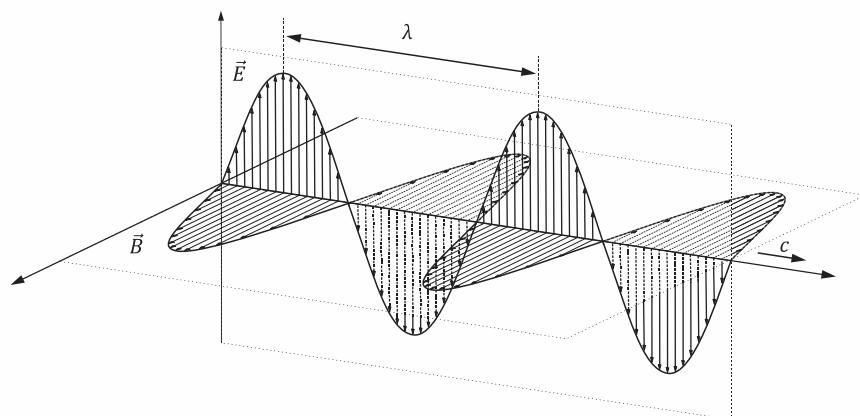
## 7.4 Talasno kretanje

Talasno kretanje je proces prenošenja oscilacija kroz prostor u toku vremena. Talasi se dele na mehaničke i elektromagnetne. Kod mehaničkih talasa osciluju delići sredine, a kod elektromagnetskih talasa se periodično menjaju vektori električnog i magnetnog polja i ta promena se prenosi kroz prostor. Mehanički talasi se prostiru samo kroz materijalne sredine, dok se elektromagnetski talasi prostiru i kroz vakuum. Talasi kroz prostor prenose energiju. Mehanički talasi prenose mehaničku energiju oscilatornog kretanja, dok elektromagnetski talasi prenose energiju električnog i magnetnog polja.

Mehanički talasi nastaju kad se pod dejstvom izvesne sile delić sredine (grupa atoma) izvede iz svog ravnotežnog položaja, odnosno ako se naruši ravnoteža sila u nekom delu prostora. Glavnu ulogu u prenošenju oscilovanja imaju međumolekulske sile pošto su elastična svojstva materijala uslovljena ovim silama. Zamislimo sistem oscilatora, kuglica međusobno povezanih oprugama, kao na slici 7.3. Opruge demonstriraju dejstvo međumolekulskih sila na atome (kuglice). Ukoliko se jedna od kuglica izvede iz ravnotežnog položaja i pusti, ona će početi da osciluje i pri tome će se oscilacije preneti i na druge kuglice i to u svim pravcima. Isto se dešava ukoliko se u određenom delu sredine naruši ravnoteža međumolekulskih sila. Taj deo sredine postaje izvor talasa, dok se oscilovanje prenosi i na ostale delove sredine u svim pravcima.



*Slika 7.3 Sistem povezanih oscilatora*



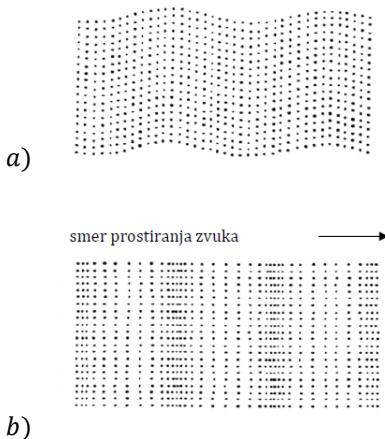
*Slika 7.4 Elektromagnetski talas*

Klasična fizika objašnjava prostiranje elektromagnetskih talasa<sup>62</sup> na sledeći način: vremenski promenljivo magnetno polje stvara u okolnom prostoru promenljivo

---

<sup>62</sup> Postojanje elektromagnetskih talasa predviđao je Maksvel u drugoj polovini XIX veka. On je pretpostavio da magnetno polje može nastati ne samo usled kretanja nanelektrisanih čestica već i usled promene električnog polja. Njegova pretpostavka zasnivala se na uverenju da postoji potpuna analogija između električnih i

električno polja, koje u obližnjem prostoru stvara promenljivo magnetno polje itd. Uzajamno indukovane promenljivih električnih i magnetnih polja širi se kroz prostor u svim pravcima. Vektori ovih polja su normalni kako međusobno, tako i na pravac prostiranja talasa (slika 7.4). Za razliku od mehaničkih talasa koj se prostiru samo kroz materijalne sredine, elektromagnetični talasi se mogu prostirati i kroz vakuum.



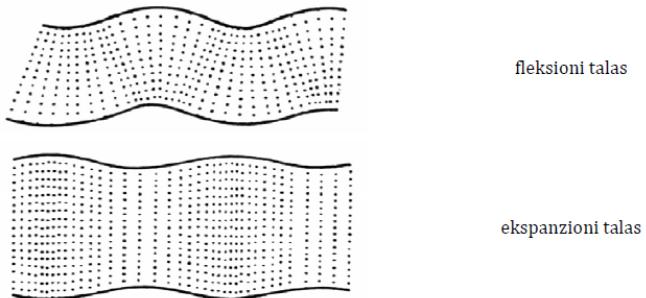
*Slika 7.5 a) Transverzalni i b) longitudinalni mehanički talas u masivu čvrstog agregatnog stanja*

Pored pomenute podele na mehaničke i elektromagnetne talase, talasi se dele i na osnovu kriterijuma kako delići sredine osciluju u odnosu na pravac prostiranja talasa. Prema ovom kriterijumu talasi se dele na transverzalne i longitudinalne. Kod transverzalnih mehaničkih talasa delići sredine osciluju normalno na pravac prostiranja talasa (slika 7.5 a)), dok se kod longitudinalnih mehaničkih talasa oscilacije vrše u pravcu prostiranja talasa (slika 7.5 b)). U tečnom i gasovitom agregatnom stanju mogu nastati samo longitudinalni mehanički talasi, dok u čvrstom agregatnom stanju pored longitudinalnih mogu nastati i transverzalni mehanički talasi. Elektromagnetični talasi su uvek transverzalni. U predmetima u čvrstom agregatnom stanju kod kojih su neke od dimenzija relativno male u odnosu na talasnu dužinu (ploče, šipke, žice) javljaju se talasi koji se ne mogu okarakterisati niti kao transverzalni niti kao longitudinalni. Ovi talasi su

---

magnetičnih pojava. Verovao je da promene električnog polja stvaraju magnetno polje, shodno otkriću da promenljivo magnetno polje stvara električno. Postojanje elektromagnetičnih talasa dokazano je nekoliko godina posle Maksvelove smrti. Nemački fizičar Herc je koristeći jednostavne električne uređaje proizveo elektromagnetične talase. Proučavajući osobine ovih talasa Herc je zaključio da talasi koje je proizveo imaju iste osobine kao svetlost. Kasnije je utvrđeno da svetlost predstavlja samo jedan uski deo spektra elektromagnetičnih talasa.

prikazani na slici 7.6. U ovim predmetima mogu nastati talasi savijanja (fleksioni talasi) i ekspanzionalni talasi kod kojih se na pojedinim mestima debljina, npr. šipke, povećava a na drugim smanjuje i ta promena debljine se prenosi kroz predmet.



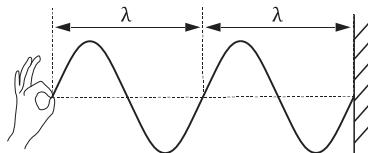
Slika 7.6 a) Fleksioni i b) ekspanzionalni talas u pločama i šipkama

Za razliku od jednačine oscilovanja koja daje zavisnost elongacije od vremena za jednu tačku koja osciluje, talasna jednačina opisuje oscilovanje svih tačaka zahvaćenih talasom. Posmatrajno progresivan talas kod kog sve tačke dostižu istu amplitudu ali u različitim trenucima vremena. Jedan od oblika talasne jednačine progresivnog talasa je:

$$\Psi = \Psi_0 \sin \omega \left( t - \frac{x}{v_0} \right), \quad (7.20)$$

gde je  $\Psi$  elongacija a  $\Psi_0$  amplituda tačke koja se nalazi na rastojanju  $x$  od izvora talasa. Vreme  $t$  se meri od trenutka kad je izvor talasa počeo da osciluje. Da bi se opisalo oscilovanje ostalih tačaka mora se uzeti u obzir da sve one kasne sa oscilovanjem za izvorom, drugim rečima od vremena  $t$  treba oduzeti vreme kašnjenja.

Vreme kašnjenja je upravo vreme potrebno da talas dospe do posmatrane tačke i pobudi je na oscilovanje i iznosi  $\frac{x}{v_0}$  gde je  $v_0$  brzina prostiranja talasa a  $x$  udaljenost tačke od izvora talasa. Kao što je već pomenuto, u osnovi talasnog kretanja je oscilatorno kretanje pa talase opisuјemo veličinama kojima se opisuje oscilatorno kretanje: period, frekvencija, amplituda, brzina i ubrzanje tokom oscilovanja. Pored pomenutih veličina,



Slika 7.7 Talasna dužina transverzalnog mehaničkog talasa

za talase se definišu još i talasna dužina i brzina prostiranja. Put koji talas pređe za vreme od jednog perioda<sup>63</sup>:

$$\lambda = v_0 T, \quad (7.21)$$

naziva se talasna dužina i označava sa  $\lambda$ . Drugim rečima talasna dužina predstavlja najkraće rastojanje između tačaka koje osciluju u fazi<sup>64</sup>. Ovom fizičkom veličinom opisana je prostorna periodičnost talasnog kretanja kao što je periodom opisana vremenska periodičnost. Uvrštavanjem  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  u izraz 7.20 dobija se još jedan oblik talasne jednačine:

$$\Psi = \Psi_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{v_0 T} \right), \quad (7.22)$$

koji se polazeći od definicije talasne dužine može napisati kao:

$$\Psi = \Psi_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (7.23)$$

Brzina prostiranja talasa u homogenim sredinama je u svim tačkama ista. Pošto talas za vreme od jednog perioda oscilovanja pređe put koji iznosi jednu talasnu dužinu, brzina prostiranja talasa je po definiciji:

$$v_0 = \frac{\lambda}{T} = \lambda v. \quad (7.24)$$

Prethodni izraz važi generalno, za talase u svim sredinama. Brzina prostiranja talasa, kako mehaničkih tako i elektromagnetnih, razlikuje se u zavisnosti od sredine kroz koju se talas kreće. Elektromagnetični talasi se najvećom brzinom prostiru u vakuumu, gde njihova brzina iznosi  $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Brzina prostiranja mehaničkih talasa zavisi od elastičnih karakteristika sredine. Brzina prostiranja longitudinalnih mehaničkih talasa u čvrstom agregatnom stanju data je izrazom:

<sup>63</sup> U toku jednog perioda delić sredine izvrši jednu punu oscilaciju.

<sup>64</sup> Delići sredine na rastojanju koje iznosi ceo broj talasnih dužina u određenom trenutku vremena imaju istu elongaciju, pravac i smer kretanja i osciluju u fazi, odnosno „synchrono”.

$$v_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (7.25)$$

gde je  $E$  Jangov modul elastičnosti, a  $\rho$  gustina. Brzina prostiranja longitudinalnih mehaničkih talasa u gasovitom agregatnom stanju zavisi od pritiska  $p$ , gustine  $\rho$  i odnosa molarnih količina toplotne gase pri konstantnom pritisku i konstantnoj zapremini  $\chi = \frac{c_p}{c_v}$ .

Zavisnost je oblika:

$$v_0 = \sqrt{\chi \frac{p}{\rho}}. \quad (7.26)$$

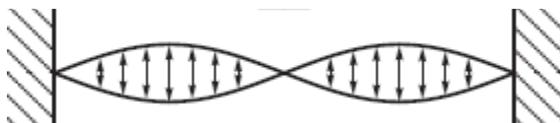
Pojave koje su karakteristične za talase i ispoljavaju se i kod mehaničkih i kod elektromagnetnih talasa su: odbijanje (refleksija), prelamanje (refrakcija), interferencija i difrakcija talasa. Do odbijanja i prelamanja talasa dolazi na granici koja razdvaja dve sredine. Difrakcija je skretanje talasa sa pravobitnog pravca prostiranja pri prolasku pored prepreka ili kroz otvore. Primera radi buku sa ulice čujemo iako ne stojimo neposredno ispred otvorenog prozora i pri tome nismo svesni da to ne bi bio slučaj da nema difrakcije.

Da li talasi koji se istovremeno prostiru kroz neku sredinu utiču jedni na druge? Pomicite na to koliko različitih informacija dobijamo pre svega putem elektromagnetnih talasa. Kada bi talasi uticali jedni na druge, ne bismo mogli da menjamo radio kanale, da koristimo mobilne telefone, bežični internet itd. Talasi se prostiru nezavisno jedni od drugih, s tim da dok se prostiru kroz istu oblast dolazi do slaganja talasa. U slučaju mehaničkih talasa čestice sredine osciluju pod zbirnim dejstvom svih talasa. Može se reći da talasi „prolaze” jedni kroz druge kao i da nastavljaju kretanje zadržavajući svoje osobine. Ova osobina slaganja talasa je u fizici poznata kao princip superpozicije. Princip superpozicije važi i za mehaničke i za elektromagnetne talase. Ovaj princip je lakše shvatiti na primeru mehaničkih talasa; talasi koji nastanu kad nekoliko kapi padne na površinu vode šire se jedan kroz drugog tako da se oblik talasnog fronta<sup>65</sup> pojedinih talasa ne menja. Vide se koncentrični krugovi koji se ne deformišu kad se dva ili više talasa kreću po istom delu vodene površine.

<sup>65</sup> Geometrijsko mesto tačaka koje osciluju sa istim fazom predstavlja talasni front. Sve tačke do kojih u datom trenutku dospe talas krećući se kroz homogenu sredinu predstavljaju talasni front koji je najudaljeniji od izvora.

## 7.5 Stojeći talasi

Pojava slaganja talasa zove se interferencija. Stojeći talas je specijalan slučaj interferencije koji se javlja kada se dva talasa jednakih talasnih dužina i amplituda kreću duž istog pravca, a u suprotnim smerovima. Takav slučaj dešava se prilikom odbijanja ravnog progresivnog talasa od prepreke. Odbijeni talas može pojačati ili oslabiti upadni talas u zavisnosti od odnosa njihovih faza. Do maksimalnog pojačanja dolazi kada je elongacija upadnog talasa u tački odbijanja jednaka nuli jer će tada odbijeni talas, zbog promene faze za  $\pi$ , biti u istoj fazi sa upadnim talasom. Superpozicijom nastaje novi talas koji se ne ponaša kao progresivan, ali ima istu frekvenciju oscilovanja. Na slici 7.8 je prikazan stojeći talas formiran na žici učvršćenoj na oba kraja. Slika prikazuje situaciju kada se se na celokupnoj dužini žice formira jedna talasna dužina stojećeg talasa. Amplituda oscilovanja kod stojećeg talasa menja se od tačke do tačke. Tačke koje ne osciluju, odnosno u kojima je amplituda oscilovanja uvek jednaka nuli, zovu se čvorovi stojećeg talasa, dok su tačke u kojima amplituda ima maksimalnu vrednost trbusi stojećeg talasa. Pošto se trbusi i čvorovi ne pomeraju u prostoru, ovakav talas se zove stojeći talas. Rastojanje između dva susedna čvora ili trbuha stojećeg talasa iznosi polovinu talasne dužine, dok rastojanje između susednog čvora i trbuha stojećeg talasa iznosi četvrtinu talasne dužine (slika 7.8)



Slika 7.8 Talasna dužina stojećeg talasa na žici učvršćenoj na oba kraja

Potrebitno je ukazati na bitno različit način oscilovanja čestica sredine u slučaju prostiranja progresivnih i stojećih talasa. Naime, kod progresivnog talasa sve čestice osciluju sa istom amplitudom koju dostižu u različitim trenucima, sukcesivno jedna posle druge, dok pri prostiranju stojećeg talasa čestice sredine imaju različite amplitudne položaje dostižu u istom trenutku.

Pri oscilovanju šipki i žica učvršćenih na jednom ili oba kraja, kao i kod oscilovanja vazdušnih stubova nastaju stojeći talasi<sup>66</sup>. Razmotrimo neke od ovih slučajeva. Pri formiranju stojećeg talasa na šipki učvršćenoj na jednom kraju na učvršćenom mestu se formira čvor, dok se na slobodnom kraju šipke uvek javlja trbuš stojećeg talasa. Neki od mogućih načina oscilovanja pri formiranju stojećeg talasa su prikazani na slici 7.9. Prvi

<sup>66</sup> Stojeći talasi mogu nastati i pri oscilovanju učvršćenih ploča, zategnutih opni i sl.

prikazani slučaj predstavlja osnovni ton (najjednostavniji način oscilovanja), a za njim slede prvi i drugi harmonik. Može se doneti opšti zaključak da je veza između dužine šipke  $l$  i talasne dužine osnovnog tona i viših harmonika sopstvenih oscilacija šipke učvršćene na jednom kraju data sledećim izrazom:

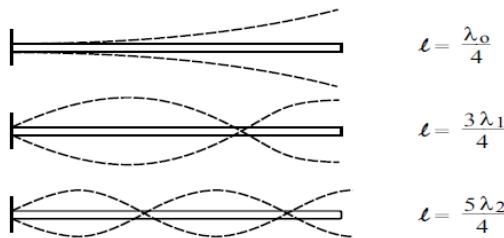
$$l = (2k + 1) \frac{\lambda_k}{4} \quad k = 0; 1; 2 \dots \quad (7.27)$$

Relacija koja povezuje brzinu prostiranja talasa, frekvenciju i talasnu dužinu je oblika:

$$\nu_k = \frac{v_0}{\lambda_k}, \quad (7.28)$$

gde je  $\nu_k$  frekvencija, a  $\lambda_k$  talasna dužina  $k$ -toga harmonika. Kombinujući relacije 7.27, i 7.28 dobija se izraz za frekvencije osnovnog tona i viših harmonika sopstvenih oscilacija šipke učvršćene na jednom kraju:

$$\nu_k = \frac{v_0}{\lambda_k} = \frac{2k+1}{4l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (7.29)$$



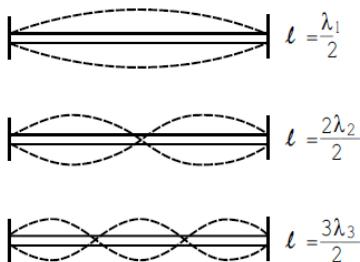
*Slika 7.9 Osnovni ton i prva dva harmonika sopstvenih oscilacija šipke učvršćene na jednom kraju*

Mogući izgledi stojećeg talasa kod šipke učvršćene na oba kraja prikazani su na slici 7.10. Na učvršćenim krajevima nastaju čvorovi i najjednostavniji slučaj je kad je izmedju njih, na sredini žice, trbuš. Ovo predstavlja osnovni ton. Viši harmonici nastaju pojavom novih čvorova i trbuha, kao što je na slici 7.10 prikazano. Veza izmedju dužine šipke i talasne dužine osnovnog tona, odnosno viših harmonika u ovom slučaju ima oblik:

$$l = (k + 1) \frac{\lambda_k}{2} \quad k = 0; 1; 2 \dots \quad (7.30)$$

Izraz za frekvencije osnovnog tona i viših harmonika sopstvenih oscilacija šipke učvršćene na oba kraja je oblika:

$$\nu_k = \frac{v_0}{\lambda_k} = \frac{k+1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (7.31)$$



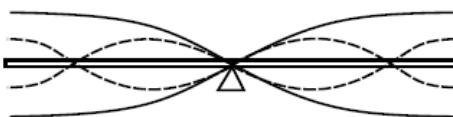
*Slika 7.10 Osnovni ton i prva dva harmonika sopstvenih oscilacija šipke učvršćene na oba kraja*

Ukoliko je šipka učvršćena na sredini, na učvršćenom mestu nastaje čvor stojećeg talasa dok na slobodnim krajevima nastaju trbusi. Na slici 7.11 je punom linijom prikazan osnovni ton, a isprekidanom prvi harmonik sopstvenih oscilacija šipke. Po analogiji sa prvim, mogli bi se prikazati i ostali viši harmonici. Uslov koji zadovoljavaju stojeći talasi kod ovakvog sistema je da je veza izmedju dužine šipke i talasne dužine oblika:

$$l = (2k + 1) \frac{\lambda_k}{2} \quad k = 0; 1; 2 \dots \quad (7.32)$$

Izraz za frekvencije osnovnog tona i viših harmonika sopstvenih oscilacija šipke učvršćene na sredini je oblika:

$$\nu_k = \frac{v_0}{\lambda_k} = \frac{2k+1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (7.33)$$



*Slika 7.11 Osnovni ton i prva dva harmonika sopstvenih oscilacija*

*šipke učvršćene na sredini*

## 7.6 Pitanja i zadaci za samostalan rad

1. Telo harmonijski osciluje sa amplitudom  $x_0$ . Koliki je ukupan pređeni put za vreme od jednog perioda oscilovanja?
2. Kako se menjaju brzina kada se telo tokom harmonijskog oscilovanja približava ravnotežnom položaju?
3. Teg mase 250 g harmonijski osciluje obešen o oprugu konstante elastičnosti  $0,7 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$  sa amplitudom od 50 mm. Koliko iznosi period oscilovanja?
4. Longitudinalni talas se prostire brzinom od  $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  kroz neku sredinu. Kolika je talasna dužina ako je frekvencija 1200 Hz?
5. Uzimajući da je brzina prostiranja zvuka u vazduhu  $345 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  odrediti najmanju i najveću talasnu dužinu zvuka.
6. Rastojanje između dve tačke koje su u fazi pri prostiranju talasa jednako je:  
a) talasnoj dužini, b) celobrojnom umnošku talasnih dužina b) neparnom broju polovina talasnih dužina. Izdvojiti netačno.
7. Nacrtati treći harmonik sopstvenih oscilacija vazdušnog stuba zatvorenog sa jedne strane.
8. Koliko talasnih dužina stojećeg talasa se formira na žici učvršćenoj na oba kraja ako je poznato da je u pitanju drugi harmonik? Nacrtati odgovarajuću sliku.
9. Telo prinudno osciluje pod dejstvom sile koja se periodično menja sa frekvencijom od 290 Hz. Koliko iznosi frekvencija prinudnog oscilovanja tela?
10. Koliko puta se smanji amplituda u toku tri perioda oscilovanja ako faktor prigušenja iznosi 0,05 a frekvencija oscilovanja je 0,5 Hz?

## **8 AKUSTIKA PROSTORIJA I GRAĐEVINSKA AKUSTIKA**

Zvuk ima važnu ulogu u našim životima pošto pomoći njega primamo informacije iz okruženja ali istovremeno i šaljemo informacije. Akustika je grana fizike koja proučava zvuk odnosno mehaničke talase koje smo u stanju da registrujemo čulom sluha. Oblast frekvencija mehaničkih talasa koje registrujemo kreće se u intervalu od 20 Hz do 20000 Hz<sup>67</sup>. Mehanički talasi čije su frekvencije manje od 20 Hz nazivaju se infravukom, dok oni sa frekvencijama većim od 20000 Hz spadaju u ultrazvuk. Akustika proučava sve aspekte zvuka počevši od njegovog nastanka, prostiranja, interakcije sa materijalima i predmetima, detekcije, doživljaja zvuka, fiziološkog dejstva na ljudski organizam itd.

Akustika prostorija i građevinska akustika su podoblasti akustike koje proučavaju zvuk u zatvorenom prostoru. Pod zatvorenim prostorom se podrazumeva unutrašnjost građevinskih objekata. Osnovni ciljevi akustike prostorija su obezbeđivanje razumljivosti i smanjenje nivoa intenziteta zvuka u zatvorenom prostoru. Relevantna oblast frekvencija akustike prostorije je u intervalu 64 – 8000 Hz. Građevinska akustika se bavi zvučnom zaštitom u objektima. Oblast frekvencija građevinske akustike je nešto uža i ovuhvata interval 100 – 3150 Hz.

### **8.1 Zvuk u fluidima**

U pojedinoj literaturi se pod zvukom podrazumeva isključivo longitudinalni talas što je uslovljeno činjenicom da naše čulo sluha registruje mehaničke talase koji su dospeli do njega krećući se kroz fluid (vazduh ili u ređim slučajevima vodu). U fluidima ne može nastati transverzalni mehanički talas već isključivo longitudinalni. Da bi talas bio transverzalan mora doći do smicanja a ova deformacija se ne javlja u fluidima. Vazduh je fluid kom je u akustici posvećena najveća pažnja. Zvuk u vazduhu nastaje tako što u

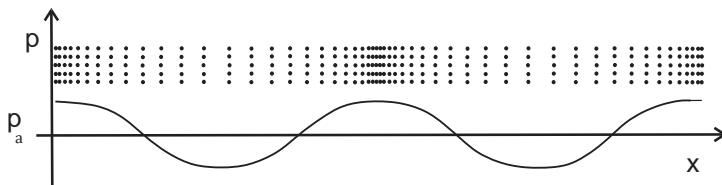
---

<sup>67</sup> Pojedinci mogu registrovati frekvencije nešto manje od 20 Hz i neznatno veće od 20000 Hz.

određenom delu prostora dolazi do zapremske deformacije pri čemu se u unutrašnjosti fluida javljaju restitucione sile koje teže da vrate čestice u njihove ravnotežne položaje. Promena zapremine ima za posledicu promenu drugih veličina kojima se opisuje stanje vazduha. Zapremska deformacija, bez obzira da li je nastala pod spolašnjim uticajem ili usled promene temperature, ima za posledicu promenu pritiska i gustine te prateći njihove promene pratimo prostiranje talasa. Vazduh se pri normalnim uslovima može smatrati idealnim gasom pa se promena parametara stanja odvija u skladu sa jednačinom stanja idealnog gasa:

$$p = \frac{m}{MV} RT = \rho \frac{R}{M} T, \quad (8.1)$$

koja odražava eksperimentalnu činjenicu da pri porastu pritiska raste i gustina gasa<sup>68</sup>, pošto zapremina gasa opada. Pritisak gasa se pri prostiranju zvuka kroz vazduh može zapisati kao zbir atmosferskog i zvučnog<sup>69</sup> pritiska koji može biti kako pozitivan tako i negativan. Pod zvučnim pritiskom se podrazumeva lokalna promena pritiska, koja nastaje zgušnjavanjem ili razređivanjem vazduha i ona nije velika. Na slici 8.1 je prikazano kako se menja pritisak gasa pri prostiranju zvuka. Uočljivo je da on osciluje oko vrednosti atmosferskog pritiska koji je na grafiku označen sa  $p_a$ .



Slika 8.1 Oscilacije pritiska pri prostiranju zvuka kroz vazduh

S obzirom da je topotna provodljivost vazduha mala kao i da se u opsegu frekvencija 20 – 20000 Hz promene odvijaju dosta brzo može se prepostaviti da se nastanak i prostiranje zvuka u vazduhu može smatrati adijabatskim procesom što je eksperimentalno i potvrđeno. Tokom adijabatskog procesa nema razmene toplote sa okolinom, u ovom slučaju nema razmene toplote između slojeva fluida. Brzina

<sup>68</sup> Gustina vazduha pri normalnim atmosferskom pritisku od 101325 Pa na temperaturu 300 K je približno  $1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

<sup>69</sup> Promena pritiska pri najtišem zvuku kog naše uho registruje je veličine  $10^{-5}$  Pa, zvučni pritisak pri normalnom govoru je reda veličine 0,1 Pa, a ukoliko je zvučni pritisak reda veličine 1 Pa u pitanju je jak čak i nepriyatjan zvuk.

prostiranja mehaničkih talasa u gasovitom agregatnom stanju, pri adijabatskom procesu, je data izrazom 7.26. Kombinujući izraze 7.26 i 8.1 dobija se:

$$v_0 = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}}, \quad (8.2)$$

odakle sledi da sa porastom temperature vazduha i brzina prostiranja zvuka u njemu raste. Primera radi, pri sobnoj temperaturi (300 K) brzina zvuka u vazduhu izračunata pomoću izraza 8.2 iznosi  $347 \frac{m}{s}$ . U opsegu uobičajenih sobnih temperatura brzina zvuka u vazduhu se kreće i unutar intervala  $340 - 350 \frac{m}{s}$ , a u većini numeričkih problema se uzima brojna vrednost od  $340 \frac{m}{s}$ . U tečnostima je brzina zvuka veća, u vodi na primer iznosi oko  $1450 \frac{m}{s}$ <sup>70</sup>.

Bitna karakteristika zvučnih talasa je jačina (intenzitet) zvuka. Objektivna jačina zvuka je definisana kao energija koju zvučni talasi prenesu u jedinici vremena kroz jediničnu površinu postavljenu normalno na pravac prostiranja talasa. Ova energija je srazmerna kvadratu amplitude oscilovanja delića sredine. Objektivna jačina se meri instrumentima i izražava u jedinicama  $\frac{W}{m^2}$ . Jačina zvuka koja se opaža čulom sluha zavisi od objektivne jačine (intenziteta), ali i od frekvencije. Zvuke istog objektivnog intenziteta koji se razlikuju po frekvenciji detektujemo kao zvuke različite jačine. To je posledica činjenice da naše uho nije jednakosetljivo na sve frekvencije. Ljudsko uho je najosetljivije za frekvencije od nekoliko hiljada herca i u toj oblasti registrujemo najmanji intenzitet. Najmanji objektivan intenzitet koji smo u stanju da registrujemo čulom sluha naziva se prag čujnosti i on zavisi od frekvencije. Intenzitet praga čujnosti na frekvenciji od 1000 Hz iznosi  $10^{-12} \frac{W}{m^2}$ . Najveći intenzitet zvuka koji uho nesmetano registruje slabo zavisi od frekvencije i iznosi oko  $1 \frac{W}{m^2}$ . Ovaj intenzitet se naziva granicom bola, iako kod većine ljudi pri intenzitetu zvuka ovog reda veličine nastaje samo nelagodnost, dok se bol javlja pri intenzitetu koji je za red veličine veći i približno iznosi  $10 \frac{W}{m^2}$ .

Ispitivanjem ljudskog čula sluha utvrđeno je da se promena intenziteta ne registruje linearno već logaritamski. Stoga je uvedena veličina koja se naziva nivo intenziteta zvuka definisana na sledeći način:

---

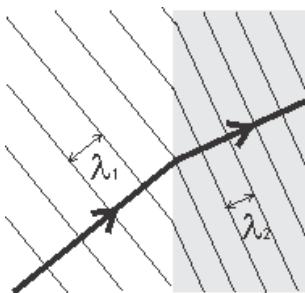
<sup>70</sup> Najvećom brzinom se zvuk prostire kroz čvrste supstance, primera radi kroz staklo se kreće brzinom od oko  $5500 \frac{m}{s}$ .

$$L = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}, \quad (8.3)$$

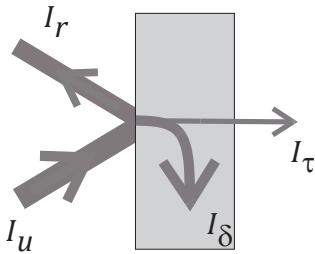
gde je  $I$  intenzitet zvuka dok je  $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ . Ovako definisana veličina objektivno predstavlja broj, ali joj je pripisana jedinica decibel (dB). Nivo intenziteta zvuka na pragu čujnosti, pri intenzitetu  $I = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ , iznosi 0 dB, dok je na granici bola ( $I = 1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ ) 120 dB. Najmanja promena nivoa intenziteta zvuka, detektovana od strane osoba koje nemaju problema sa sluhom, u proseku iznosi 1 dB.

## 8.2 Prelamanje, apsorpcija i refleksija zvuka

Prelamanje je pojava do koje dolazi usled promene u brzini prostiranja talasa na granici između dve sredine. Zbog skokovite promene brzine dolazi do savijanja talasnog fronta i do nagle promene pravca prostiranja talasa na granici između dve sredine. Pri prelamanju frekvencija i period oscilovanja ostaju nepromenjeni dok se talasna dužina menja. Izraz koji povezuje brzinu prostiranja u dator sredini, talasnu dužinu i frekvenciju je oblika  $v_0 = \lambda v$  te sledi zaključak da povećanje brzine prostiranja ima za posledicu povećanje talasne dužine i obrnuto. Do promene u brzini prostiranja može doći i u jednoj sredini ukoliko ona nema iste karakteristike u svim delovima. Primera radi gustina i temperatura vazduha, kako u prostoriji tako i u otvorenom prostoru, se razlikuju na različitim visinama u odnosu na površinu poda i zemljišta.



Slika 8.2 Prelamanje talasa



Slika 8.3 Rasodela intenziteta pri prolasku zvuka kroz pregradu

Kada zvučni signal (mehanički talas) koji prenosi energiju nađe na neku prepreku deo upadne energije će se reflektovati od prepreka, deo će proći kroz nju a deo će u njoj biti disipiran kao što je prikazano na slici 8.3. Koeficijent refleksije se definiše kao odnos reflektovanog i upadnog intenziteta, (reflektovane i upadne energije - obe obračunate po jedinici površine u jedinici vremena):

$$r = \frac{I_r}{I_u}. \quad (8.4)$$

Koeficijent disipacije se računa kao odnos intenziteta disipiranog u prepreci i upadnog intenziteta:

$$\delta = \frac{I_\delta}{I_u}, \quad (8.5)$$

a koeficijent transmisije kao odnos intenziteta propuštenog kroz prepreku i upadnog intenziteta:

$$\tau = \frac{I_\tau}{I_u}. \quad (8.6)$$

Za akustiku prostorija je bitna energija koja nakon refleksije ostaje unutar prostorije te se energija disipirana u zidovima i predmetima i propuštena kroz granične površine prostorije smatra izgubljenom, a koeficijent apsorpcije definiše preko koeficijenta refleksije na sledeći način:

$$\alpha = 1 - r. \quad (8.7)$$

Koeficijent apsorpcije zvuka zavisi od vrste materijala i od frekvencije i teorijski može imati vrednosti između 0 i 1. Za većinu neporoznih materijala koji se koriste u građevinarstvu koeficijent apsorpcije ima male vrednosti reda veličine  $10^{-2}$  (tabela 8.1 ) dok je kod poroznih materijala u proseku za red veličine veći. Odnos

reflektovane energije i energije koja prelazi u drugu sredinu prvenstvano zavisi od odnosa akustičnih impedanci dve sredine. Akustična impedanca  $z$  je definisana kao proizvod gustine i brzine prostiranja zvuka:

$$z = \rho v_0 . \quad (8.8)$$

Gustina većine građevinskih materijala je tri reda veličine veća od gustine vazduha dok je brzina zvuka u njima za red veličine veća u odnosu na vazduh te se akustičke impedance vazduha i većine građevinskih materijala razlikuju generalno za četiri reda veličine. Stoga će samo mali procenat upadne zvučne energije preći iz vazduha u građevinske elemente dok se najviše energije reflektuje od pregrada.

*Tabela 8.1 Koeficijent apsorpcije materijala na različitim frekvencijama [priručnik]*

materijal	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz	4000 Hz
mermer	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03
beton (gladak)	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,05
krečno cementni malter	0,03	0,03	0,02	0,04	0,05	0,05
cigla nemalterisana	0,03	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06
gas beton nemalterisan	0,12	0,13	0,14	0,15	0,23	0,34
drvena vuna	0,13	0,19	0,43	0,76	0,55	0,83
debljine 50 mm						
akustički malter Scherf	0,23	0,3	0,59	0,64	0,67	0,82
debljine 20 mm						
grubo brušena daska	0,1	0,22	0,52	0,49	0,5	0,73

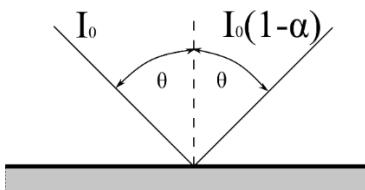
U zavisnosti od dimenzija refleksione površie i njene hrapavosti u poređenju sa talasnom dužinom<sup>71</sup> zvuka refleksija može biti ogledalska i difuzna. Na slici 8.4 je prikazan talas koji pada pod proizvoljnim uglom  $\theta$  na prepreku. Ugao  $\theta$  se naziva upadnim uglom i predstavlja ugao koji zaklapaju pravac prostiranja upadnog talasa i normala na površinu prepreke. Ukoliko se reflektovani talas kreće pod istim uglom u odnosu na reflektujuću površinu tako da pravci upadnog i reflektovanog talasa zakapaju međusobno ugao  $2\theta$  reflekcija je regularna (ogledalska). Tada je reflektovana energija fokusirana u jednom pravcu koji zadovoljava geometrijsku zakonitost po kojoj je upadni ugao jednak odbojnogn<sup>72 73</sup>. Ogledalska refleksija se odvija na velikim i ravnim površinama, preciznije rečeno na površinama koje su velike u poređenju sa talasnom dužinom zvuka i to ukoliko

<sup>71</sup> Talasna dužina zvuka u vazduhu kreće u intervalu od 17 mm do 17 m.

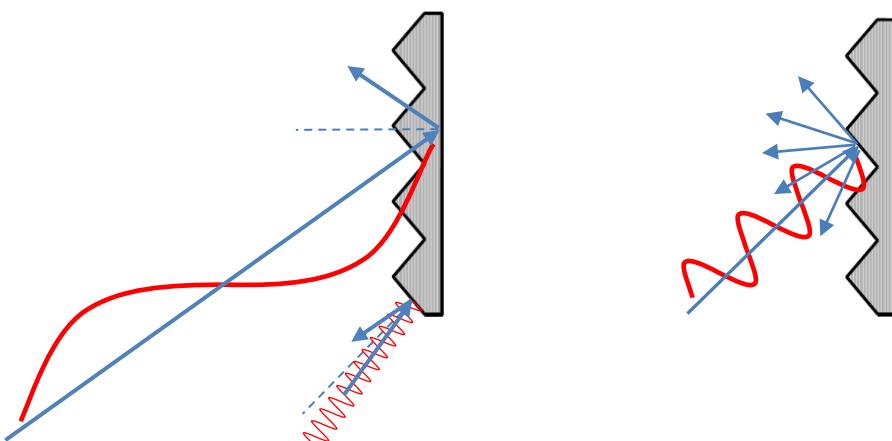
<sup>72</sup> Odbojni ugao zaklapaju pravac prostiranja reflektovanog talasa i normala na graničnu površinu.

<sup>73</sup> Ovo pravilo važi kako za mehaničke tako i za elektromagnetne talase.

su neravnine na površini male u poređenju sa  $\lambda$ . Površina prepreke (zida) može biti hrapava i pri tome neravnine mogu biti nepravilnog oblika bez prisutne simetrije ili se reljefna struktura može periodično ponavljati. Ukoliko su dimenzije reljefa značajno manje u odnosu na talasnu dužinu zvuka, talasi ne primećuju neravnine i dolazi do regularne refleksije kao da je u pitanju ravna površina. Ukoliko su dimenzije reljefa istog reda veličine kao talasna dužina zvuka reflektovana zvučna energija (reflektovani talasi) nije fokusirana u jednom pravcu već dolazi do značajnog rasejanja energije u različitim pravcima. Ovakva refleksija se naziva difuznom.



Slika 8.4 Regularna refleksija



Slika 8.5 Regularna i difuzna refleksija na reljefnim strukturama

Udeo regularne i difuzne refleksije na reljefnim površinama zavisi od odnosa dimenzija reljefa i talasne dužine zvuka, od činjenice da li je reljefna struktura periodična ili nepravilna kao i od toga da li upadni talasi padaju na repreku iz jednog ili više pravaca. Primera radi neka jedna od dimenzija reljefne strukture označena sa  $a$  na slici 8.5 iznosi 34 cm. Refleksija zvuka frekvencije 1000 Hz (talasne dužine 0,34 m) od ove strukture će biti dominantno difuzna dok će na frekvenciji od 100 Hz (talasna dužina 3,4 m) regularna refleksija od površine zida na kojoj je reljef biti dominantna, a na frekvenciji

od 10000 Hz (talasnoj dužini 0,034 m) će dominantna biti regularna refleksija sa površina reljefne strukture. Ako talasi određene frekvencije padaju na prepreku iz više pravaca refleksija od prepreke je dominantno difuzna.

### 8.3 Prostiranje zvuka u otvorenom prostoru

Prostiranje zvuka u otvorenom prostoru, na zadovoljavajući način, opisuje zakon koji važi za slobodno zvučno polje<sup>74</sup>. U slobodnim zvučnom polju se podrazumeva da u svakoj tački postoji samo direktni zvuk koji na svom putu ne nailazi na prepreke. U aproksimaciji slobodnog zvučnog polja se takođe podrazumeva da nema pretvaranja zvučne energije u druge vidove energije te je snaga zvuka koju nosi talasni front konstantna. Podsetimo se intenzitet zvuka predstavlja snagu obračunatu po jedinici površine pa iako je snaga koju nosi talasni front ista intenzitet zvuka opada zbog povećanja površine talasnog fronta. Pošto je talasni front sfernog oblika sledi da je intenzitet:

$$I = \frac{W}{4\pi r^2}, \quad (8.9)$$

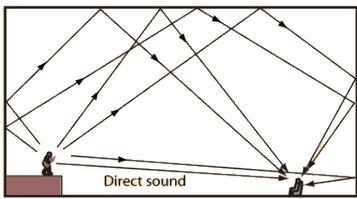
gde  $W$  predstavlja ukupnu snagu koju izvor emituje u svim pravcima. Ova relacija je poznata kao zakon slobodnog zvučnog polja u kom intenzitet zvuka  $I$  opada srazmerno kvadratu rastojanja  $r$  od izvora zvuka. Shodno prethodnj relaciji, sledi da nivo intenziteta zvuka opadne za 6 dB ako se rastojanje od izvora udvostruči. U uslovima u kojima je broj prepreka prostiranju zvuka u otvorenom prostoru mali, zvučno polje se aproksimativno može smatrati slobodnim pa prethodno pomenuta zakonitost daje zadovoljavajuće rezultate pri proračunima. Razlika između izmerenog i proračunatoog intenziteta, koja je generalno mala, se može smanjiti ukoliko se uračuna disipacija koja koja je prisutna usled interakcije zvuka sa vazduhom. Disipacija je posledica procesa koji se odvijaju na molekularnom nivou. Proces disipacije podrazumeva pretvaranje zvučne energije (mehaničke energije oscilovanja delića sredine) u druge oblike energije pre svega u unutrašnju energiju medijuma. Utvrđeno je da se pri frekvencijama reda veličine kHz uticaj disipacije na malim rastojanjima (do 100 m) generalno može zanemariti, dok je njen uticaj na rastojanjima reda veličine km presudan.

---

<sup>74</sup> Slobodan zvučno polje se može realizovati samo u laboratorijskim uslovima, takva prostorija je poznata kao anehoična „gluva“ soba. Zidovi ove sobe su obloženi reljefnim konstrukcijama od materijala koji dobro apsorbuju zvuk. Reljefna struktura i upotreba posebnih materijala obezbeđuje da se refleksija zvuka svede na minimum.

## 8.4 Zvučno polje u prostorijama

Zakon slobodnog zvučnog polja u zatvorenom prostoru, ni aproksimativno, ne daje zadovoljavajuće rezultate. Razlog za to leži u činjenici da na prostiranje zvuka u zatvorenom prostoru jako utiče refleksija zvuka od zidova i predmeta u prostoriji, kao i apsorpcija zvuka do koje dolazi pri svakoj refleksiji. U zatvorenim prostorijama postoji složeno zvučno polje nastalo sabiranjem direktnog i reflektovanog zvuka. Direktni zvuk dospeva iz jednog pravca a reflektovani talasi iz svih mogućih pravaca. Na slici 8.6 su prikazani pređeni putevi od izvora zvuka do prijemnika za direktni zvuk i zvuk koji nakon jedne ili više refleksija dospeva do prijemnika. Svi ovi zvučni signali su emitovani istovremeno (prenose identičnu informaciju) ali do prijemnika stižu u različitim trenucima vremena. Direktni zvuk dospeva prvi do slušaoca, dok ostali zvučni signali kasne i stižu sukcesivno jedan za drugim pošto je njihov pređeni put do slušaoca veći (videti sliku 8.6). Fizički proces nastanka sukcesivnog niza refleksija zvuka u prostorijama naziva se reverberacija. Reflektovani zvuk koji kasni za direktnim zvukom manje od 0,05 s doprinosi razumljivosti jer povećava intenzitet detektovanog zvuka. Ukoliko je vreme kašnjenja reflektovanog zvučnog signala veće od 0,05 s reflektovani zvuk nepovoljno utiče na razumljivost pošto će ga naše uho detektovati odvojeno od direktnog zvuka.

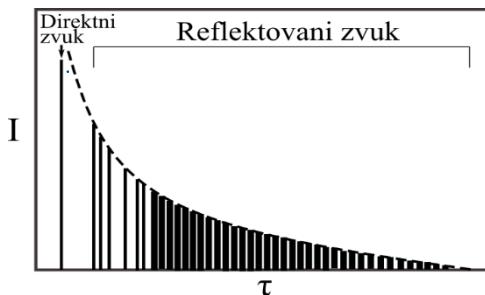


Slika 8.6 Prostiranje zvuka u zatvorenom prostoru

U velikim prostorijama zvuk se može čuti i izvesno vreme, čak i nekoliko sekundi, nakon isključenja izvora kao rezultat postojanja odbijenih talasa. Kod prostorija kod kojih je prigušenje slabo, recimo kod većih praznih prostorija, često se javlja jek i odjek. Ako prepostavimo da izgovaranje sloga traje približno 0,1 s, a brzina zvuka je oko  $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , onda se, ukoliko je rastojanje prepreke manje od 17 m, reflektovani zvuk vraća do izvora zvuka u toku trajanja sloga. Ova pojava zove se jek. Ukoliko je pak reflektujuća površina na rastojanju većem od 17 m javlja se odjek (eho). Vreme kašnjenja je tada veće od 0,1 s

i reflektovani zvuk se vraća do izvora nakon završenog izgovaranja sloga. Ukoliko je intenzitet jeka i odjeka takav da ih registrujemo čulom sluha oni nepovoljno utiču na razumljivost govora. Tada je svaka nova zvučna informacija koju detektujemo delimično prekrivena zvukom koji je prethodno emitovan a koji još nije dovoljno prigušen. Jasno je da je ovo u akustičkom smislu nepovoljna karakteristika zatvorenog prostora. S druge strane, akustički nije povoljno ni kad postoji suviše velika apsorpcija jer se dobija suviše slab zvuk. Stoga, u zavisnosti od namene prostora, postoji neka optimalna vrednost prigušenja.

Izgled impulsnog odziva pri pobudi prostorije Dirakovim<sup>75</sup> impulsom prikazan je generalizovano na slici 8.7 Na kojoj je prikazana zavisnost intenziteta i vremena. Impulsni odziv počinje direktnim zvukom koji prvi stiže do prijemnika a zatim slede refleksije koje stižu s manjim ili većim kašnjenjem. Rane refleksije koje stižu odmah posle direktnog zvuka su jasnije izdvojene od kasnih refleksija. Sa slike 8.7 se vidi da intenzitet refleksija opada sa vremenom što je posledica širenja talasnog fronta, gubitaka energije pri svakoj refleksiji i dissipacije u vazduhu. Obvojnica impulskega odziva prostorije, isprekidana kriva na slici 8.7, pokazuje kako intenzitet opada sa vremenom. To je približno eksponencijalna kriva čiji parametri zavise od veličine prostorije i sposobnosti površina da apsorbuju zvučnu energiju. Impulsni odzivi različitih prostorija se prvenstveno razlikuju u dužini trajanja i u strukturi ranih refleksija.



Slika 8.7 Generalizovana forma impulsnog odziva prostorije

Postoje tri pristupa proučavanja i modelovanja zvučnog polja u prostorijama. To su: statistički model, talasni model i geometrijski model. Svaki od pomenutih modela ima svoje prednosti i nedostatke a rezultati dobijeni njihovom primenom u većoj ili manjoj meri odstupaju od realnog zvučnog polja. Pošto je pri rešavanju konkretnih problema

<sup>75</sup> Akustički Dirakov impuls se subjektivno doživljava kao pucanj. Pri snimanju impulsnog odziva prostorije izvor zvuka je startni pištolj, petarda, bušenje naduvanog balona, i slično.

često potrebna samo kvalitativna procena stanja ili pak procena reda veličine pojedinih parametara zvučnog polja<sup>76</sup> sva tri pomenuta modela se primenjuju u inženjerskoj praksi.

**Statistički model**, poznat kao Sabinova teorija, zasniva se na zakonu održanja energije i primenjiv je za slučaj kada u prostoriji radi stacionarni zvučni izvor (bioskopska sala tokom projekcije filma i slično). Prostorija se tada posmatra kao rezervoar zvučne energije u kome se odigrava proces njenog generisanja od strane zvučnog izvora i pretvaranja u druge vidove pri refleksiji i disipaciji u vazduhu. Statistički model podrazumeva sledeće pretpostavke (idealizacije).

1. Prostorija je dovoljno velika tako da su sve tri dimenzije (dužina, visina i širina) mnogo veće od talasne dužine zvuka. To znači da metod važi samo za velike prostorije (hale) ili za manje prostorije na višim frekvencijama.
2. Na svim zidovima i svim predmetima u prostoriji deo akustičnog energije će se apsorbovati, dok se preostali deo reflektuje.
3. Svi pravci prostiranja zvuka su jednakov verovatnici. Oblik prostora nije bitan ukoliko su sve dimenzije prostorije istog reda veličine.
4. Ukoliko izvor emituje konstantan intenzitet zvuka, nakon izvesnog premena po uključenju izvora, u prostoriji nastaje difuzno zvučno polje. U difuznom zvučnom polju je zvučna energija ravnomerno raspoređena u prostoru i vremenu te je intenzitet zvuka u svim tačkama prostora isti.

Statistički pristup analizi zvučnog polja omogućava da se pomoći jednostavne relacije proceni intenzitet zvuka u stacionarnom zvučnom polju u prostoriji, kao i da se proceni vreme reverberacije na osnovu poznatih karakteristika prostorije. Vreme reverberacije predstavlja interval u toku kog se energija (intenzitet) zvuka smanji na jedan milioniti deo prvočitne vrednosti. Izraz po kom se računa vreme reverberacije je oblika:

$$t_r = 0,163 \frac{V}{A}, \quad (8.10)$$

gde je  $V$  zapremina prostorije a  $A$  apsorpciona površina prostorije kratko apsorpcija. Prethodni izraz je poznat kao Sabinov obrazac. Ekvivalentna apsorpciona površina predmeta se dobija množenjem koeficijenta apsorpcije materijala i njegove površine ( $\alpha S$ ). Apsorpciona površina prostorije (apsorpcija) se dobija sabiranjem ekvivalentnih

---

<sup>76</sup> Pri proceni subjektivnog doživljaja nivoa zvuka postoji tolerancija pošto je promena od nekoliko decibela subjektivno neprimentna.

apsorpcionih površina svih predmeta i osoba<sup>77</sup> u prostoriji, zidova, tavanice, poda, vrata i prozora:

$$A = \sum_{i=1}^n \alpha_i S_i . \quad (8.11)$$

U zavisnosti od namene prostorije, optimalno vreme reverberacije je različito. Za učionice i slične prostore namenjenje prvenstveno govornim komunikacijama poželjno je da ono iznosi oko 1 s. Pošto je koeficijent apsorpcije različit za različite frekvencije, usvojeno je da se reverberacija određuje za frekvenciju od 512 Hz. Posmatrajući Sabinov obrazac vidimo da se na vreme reverberacije može uticati pre svega menjajući apsorpcionu površinu prostorije. To praktično znači da se delovi površine zidova, poda i predmeta u prostoriji prekriju materijalima koji dobro apsorbuju zvuk a to su prvenstveno tekstil, filc i drvo. Iako je pri izvođenju izraza 8.10 napravljen niz aproksimacija, njegovom primenom se u većini slučajeva dobija vreme reverberacije sa zadovoljavajućom tačnošću.

**Talasni pristup** modelovanju zvučnog polja zasniva se na rešavanju talasne jednačine, koja opisuje prostorno-vremensku promenu pritiska u prostoriju za date granične uslove. Primjenjuje se na prostorije jednostavne geometrije sa visokom simetrijom<sup>78</sup> koje na svim graničnim površinama imaju isti materijal. Ovaj pristup ukazuje na frekvencije pri kojima dolazi do rezonancije u prostoriji a koje se nazivaju sopstvene frekvencije prostorije (sopstveni modovi) i ima ih beskonačno mnogo. Ukoliko je frekvencija zvuka jednaka nekoj od sopstvenih frekvencija prostorije dolazi do rezonancije. Pri rezonanciji u prostoriji ne postoji difuzno zvučno polje već je intenzitet zvuka funkcija prostornih koordinata pri čemu su tačke u kojima dolazi do maksimalnog pojačavanja i slabljenja zvuka fiksirane u prostoru i zavise od vrste rezonance.

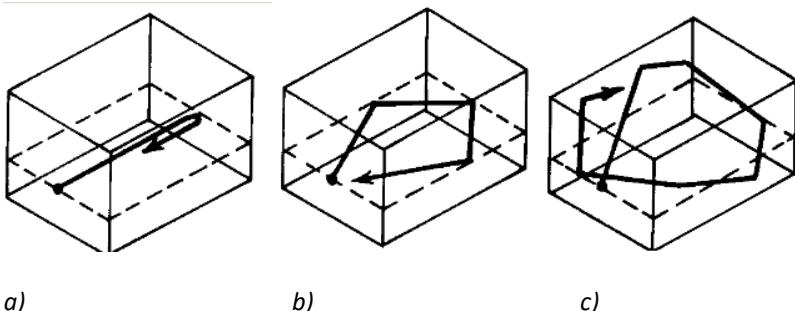
Pri razmatranju formiranja stojećih talasa u prethodnom poglavlju pomenuto je da oni nastaju pri slaganju talasa koji se kreću u istom pravcu ali u suprotnim smerovima. Takođe je pomenuto da u cevi (vazdušnom stubu) dolazi do rezonancije (formiranja stojećeg talasa) pri frekvencijama čije su talasne dužine u odgovarajućem odnosu sa dužinom cevi. U prostorijama se javljaju mnogo složenije forme rezonanci od prethodno razmatranih. U prostoriji oblika paralelopipeda do ponavljanje putanje, a time i do

---

<sup>77</sup> Posebno se računa vreme reverberacij prazne prostorije bez slušalaca a posebno sa maksimalnim brojem prisutnih.

<sup>78</sup> Kod prostorija složene geometrije analitičko rešavanje talasne jednačine nije moguće.

rezonancije, može doći na tri različita načina. Ivične rezonance nastaju usled ponavljanja putanje zvučne energije između dve naspramne paralelne površine prostorije (slika 8.8). U stojećim talasima koji tako nastaju vrednost pritiska, odnosno nivoa zvuka, menja se samo duž jedne koordinate. Ivične rezonance su analogne ranije opisanim stojećim talasima u vazdušnom stubu zatvorenom sa obe strane. Najniža rezonantna frekvencija u paralelopipednoj prostoriji nastaje zbog ponavljanja putanje zvuka paralelno najvećoj stranici prostorije. Površinske rezonance se javljaju ponavljanjem putanje zvuka nakon refleksija od četiri površine kao što je prikazano na slici 8.8. Zvučni pritisak u ovom tipu stojećih talasa se menja duž dve koordinate. U nastajanju prostornih rezonansi učestvuju svih šest stranica prostorije (slika 8.8), a promena zvučnog pritiska u stojećem talasu koji nastaje je prisutna u sve tri dimenzije.



*Slika 8.8 Tipovi rezonance u prostorijama: a) ivična; b) površinska; c) prostorna*

**Geometrijski model** se primjenjuje za visoke frekvencije kada je talasna dužina zvuka značajno manja u odnosu na dimenzije prostorije i veličinu svih graničnih površina u njоj generalno. Zvučni talasi se prikazuju zracima koji se šire polazeći od izvora a zvučno polje se prikazuje simulacijom koja se zasniva na zanemarivanju svih talasnih fenomena zvuka. Prednost geometrijskog modela se ogleda u činjenici da se jedino ovim pristupom može predvideti struktura impulsnog odziva prostorije te je njegova primena od velikog značaja pri projektovanju prostorija čiji je akustične karakteristike bitne (koncertnih i pozorišnih dvorana, muzičkih studija i slično).

## 8.5 Apsorberi i difuzori u akustici prostorija

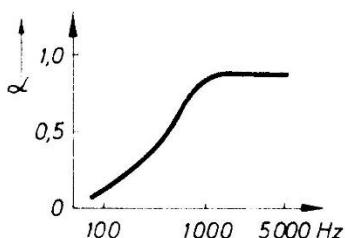
Osnovni zadaci akustike prostorija u arhitekturi i građevinarstvu su obezbeđivanje razumljivosti i regulisanje intenziteta zvuka. Da bi se, u zatvorenim prostorima, pomenuto ostvarilo koriste se apsorberi i difuzori. Apsorberi smanjuju intenzitet zvuka

u prostoriji i time smanjuju nepoželjni echo. U osnovi dele na porozne apsorbere i rezonatore. Kombinacijom poroznih apsorbera sa rezonatorima može se ostvariti projektovani nivo apsorpcije u širokom opsegu frekvencija.

### Apsorberi zvuka

Porozni materijali su najčešće izgrađeni od vlakana (prečnika 2 – 20  $\mu\text{m}$ ) koja su slučajno orijentisana i međusobno povezana vezivom (najčešće smolom). Pored vlaknastih postoje i penasti porozni materijali. Materijali koji se često koriste za pravljenje poroznih apsorbera su tekstilna vlakna, staklo i mineralni materijali. Primera radi gustina neporoznog stakla je  $2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  dok se gustina staklene vune kreće između  $30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  i  $200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  (u proseku oko  $100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ). Kod materijala sa otvorenim porama pore su međusobno povezane dok su kod materijala sa zatvorenim porama pore izolovane. Dominantni mehanizam apsorpcije zvučne energije kod poroznih apsorbera je trenje molekula vazduha o zidove apsorbera pri čemu veliki broj pora ima za posledicu veliku kontaktну površinu. Zvučna energija se pretvara i u energiju deformacije samih vlakana pri čemu se ovi gubici uglavnom javljaju na višim frekvencijama. Energija zvuka se pretvara i u toplotu. U porama dolazi do naimenične kompresije i širenja vazduha pa temperatura vazduha u porama raste i dolazi do razmene toplote između vazduha i vlakana. Ovi toplotni gubici se obično javljaju na nižim frekvencijama.

Za dobru apsorpciju zvuka je potrebno da akustična impedanca poroznog apsorbera bude približno jednaka akustičnoj impedanciji vazduha u opsegu frekvencija od interesa. Najznačajniji faktori koji utiču na akustičnu impedanciju poroznog apsorbera su nabrojani u tekstu koji sledi.



Slika 8.9 Zavisnost koeficijenta apsorpcije zvuka poroznog apsorbera od frekvencije

1. Širina pora – uže pore generalno pružaju veći otpor strujanju vazduha te apsorpcija raste sa smanjenjem širine pora do određene vrednosti. Daljim smanjivanjem širine pora se postiže suprotan efekat pošto veoma uske pore propuštaju mali deo upadnog intenziteta (energije) zvuka te će stoga apsorpcija biti mala.
2. Debljina poroznog sloja - veća debljina materijala obezbeđuje veću apsorpciju no i ovde treba pronaći optimalno rešenje vodeći računa o otporu koji material pruža strujanju vazduha. Praksa pokazuje da se bolji rezultati postižu u ukoliko se koristi deblji sloj poroznog materijala čiji je otpor strujanju vazduha relativno mali u odnosu na slučaj kada je debljina poroznog apsorbera mala u kombinaciji sa velikim otporom strujanju vazduha.
3. Pozicija u odnosu na zid – porozne apsorberne ne treba postavljati direktno uz zidove već na rastojanju koje iznosi četvrtinu talasne dužine zvuka koji se želi oslabiti. Naime na ovom rastojanju se javljaju trbusi stojećeg talasa nastalog slaganjem upadnog talasa i talasa reflektovanog od površine zida. Maksimalna brzina oscilovanja molekula vazduha je najveća u trbuhu stojećeg talasa pa su tu najveći i gubici mehaničke energije usled trenja. Primera radi ukoliko se želi oslabiti zvuk frekvencije 100 Hz optimalno rastojanje na kom treba postaviti porozni apsorber iznosi 85 cm, dok je za frekvenciju od 1000 Hz ovo rastojanje deset puta manje.
4. Frekvencija zvuka - koeficijent apsorpcije poroznih apsorbera zvuka raste sa porastom frekvencije pri čemu zavisnost nije linearna (slika 8.9). Pri većim frekvencijama je brzina oscilovanja molekula vazduha veća te se povećavaju i viskozni gubici. Stoga se porozni apsorberi pre svega koriste za apsorpciju na visokim frekvencijama.
5. Struktura pora pod kojom se podrazumeva da li su pore otvorene ili zatvorene, kao i kolika je tzv. vijugavosti (engleski termin *tortuosity*) koja je definisana kao odnos srednje dužine toka fluida kroz pore i debljine poroznog materijala.

**Rezonatori** značajno apsorbuju zvučnu energiju u uskoj oblasti frekvencija, oko tzv. rezonantne frekvencije. Dele se na membranske rezonatore (pločaste apsorberne) i Helmholtcove rezonatore. Funkcionisanje membranskih apsorbera opisuje se modelom tega okačenog o oprugu. Membranski apsorberi se prave od ploča gipsanog kartona (šperploče, iverice, lima, lesonita, itd.), koje se postavljaju na drvene letvice ili metalne profile na određenoj udaljenosti (najčešće oko centimetar) ispred zida. Ove ploče imaju ulogu tega mase  $m$ . Debljina vazdušnog sloja iza ploče je generalno manja od talasne dužine zvuka pa se može smatrati jednom celinom. Pod dejstvom zvuka se taj vazduh

komprimuje i širi te ga možemo posmatrati kako oprugu, konstante elastičnosti  $k$ , koja se isteže i sabija. Prostor između ploče i zida se u praksi često popunjava mineralnom vunom pri čemu mineralna vuna tada ima ulogu opruge. Masa vazduha (mineralne vune) je znatno manja od mase gipsane ploče i u proračunu se zanemaruje. Postupkom koji prevazilazi nivo izlaganja u okviru ovog kursa pokazano je da za vazdušni sloj debljine  $d$  iza ploče površine  $S$  važi relacija:

$$k = \frac{\kappa p S}{d}, \quad (8.12)$$

gde je  $p$  vazdušni pritisak a  $\kappa$  odnos molarnih količina toplote pri konstantnom pritisku i konstantnoj zapremini (za vazduh je  $\kappa = 1,4$ ). Kombinovanjem prethodnog izraza i izraza 7.5 dobija se da sopstvena frekvencija oscilovanja pločastog apsorbera iznosi:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\kappa p S}{md}}. \quad (8.13)$$

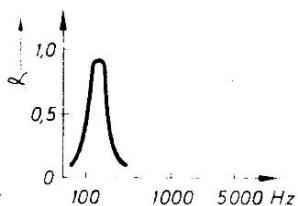
Pošto se ploče koriste za prekrivanje određene površine zidova u praksi se koristi veličina koja predstavlja masu po jedinici površine  $m' = \frac{m}{S}$  te prethodni izraz postaje:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\kappa p}{m'd}}. \quad (8.14)$$

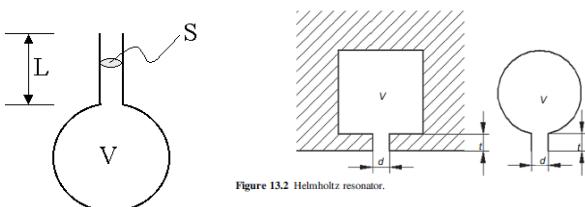
Primera radi sopstvenu frekvenciju oscilovanja laganog panela, napravljenog od gipsanih ploča debljine 12,5 mm čija masa po jedinici površine iznosi  $8,8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ , postavljenog na rastojanju 4 cm od zida pri atmosferskom pritisku od  $\approx 10^5 \text{ Pa}$  iznosi  $\approx 100 \text{ Hz}$ .

Zvučni talas pobuđuje ploču(panel) da prinudno osciluje na frekvenciji zvuka. Faktor prigušenja je mali s obzirom da je iza ploče vazduh te će do rezonancije doći kad se frekvencija zvuka (prinudne sile) poklopi sa sopstvenom frekvencijom oscilovanja ovog sistema. Pri rezonanciji je amplituda oscilovanja sistema velika a to znači da je tad najviše zvučne energije akumulirano u sistemu koji osciluje. Zvučna energija se tad značajno pretvara i u druge oblike: energiju deformacije panela, toplotu usled trenje na mestima gde je panel pričvršćen na zid ili potpornu letvu. Drugim rečima apsorpcija zvuka je tad najveća kao što se vidi na slici 8.10 na kojoj je principijelno prikazan koeficijent apsorpcije zvuka pločastih apsorbera. Na slici 8.10 se jasno učava da je koeficijent apsorpcije najveći u uskoj oblasti oko rezonantne frekvencije dok je za ostale frekvencije značajno manji. Ukoliko se u prostoru iza panela nalazi mineralna ili staklena vuna faktor prigušenja je veći te će i rezonantna frekvencija biti različita od sopstvene frekvencije

(videti izraz 7.19) a apsorpcija zvučne energije značajna u u nešto širem opsegu frekvencija oko rezonantne. Prigušenje sistema se prilagođava izborom vrste i debljine materijala koji se postavlja iza panela (nije uvek ceo prostor iza panela popunjen staklenom vunom). Sopstvene frekvencije oscilovanja panela su generalno male, bez obzira da li je iza vazdušni sloj ili npr. staklena vuna, te se oni koriste za apsorpciju pri niskim frekvencijama što se u današnje vreme često izostavlja pošto se u savremenim zgradama prvenstveno vodi računa o apsorpciji zvuka visokih frekvencija.



Slika 8.10 Zavisnost koeficijenta apsorpcije zvuka pločastog apsorbera od frekvencije



Slika 8.11 Helmholtcov rezonator

Helmholcov rezonator je vazdušna komora koja se završava uzanom cevi. Shematski prikaz Helmholtcovog rezonatora je dat na slici 8.11. Funkcionisanje Helmholtcovog rezonatora se takođe može opisati modelom tega okačenog o oprugu. Vazduh u uzanoj cevi se, pod dejstvom mehaničkog talasa, kreće napred nazad i on ima ulogu tega dok vazuh u komori predstavlja oprugu. Ovakav sistem ima svoju sopstvenu frekvenciju pri kojoj dolazi do rezonancije kada je amplituda oscilovanja maksimalna. Stoga, na rezonantnoj frekvenciji, Helmholtcov rezonator akumulira u sebe energiju. Ta energije se usled viskoznog trenja između samih molekula vazduha kao i između molekula vazduha i zidova suda pretvara u topлоту. Ovi gubici zvučne energije su direktno srazmerni brzini kretanja molekula vazduha koja je pri rezonanciji velika. Prema tome, apsorpcija zvučne energije u rezonatoru je najveća na rezonantnoj frekvenciji.

Rezonantna frekvencija Helmholtcovog rezonatora se, u slučaju da je uzana cev cilindričnog oblika, može odrediti pomoću izraza:

$$\nu_H = \frac{v_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S_o}{V l}}, \quad (8.15)$$

gde je  $S_o$  površina otvora uzane cevi,  $V$ - zapremina komore,  $l$  dužina uzane cevi a  $v_0$  brzina prostiranja zvuka kroz vazduh. Otvori Helmholtcovih rezonatora mogu biti različitog oblika te se tada računa ekvivalenta dužina cevi kao:

$$l_{eq} = l + 0,3D, \quad (8.16)$$

gde je  $D$ - hidraulični prečnik koji zavisi od oblika otvora. Helmholtcov apsorber se prvenstveno koristi za slabljenje niskih frekvencija. U stubove i zidove hramova u antičko doba su ugrađivani glineni čupovi koji su imali ulogu da apsorbuju zvuk i predstavljali su prve Helmholtcove rezonatore. Primera radi za posudu zapremine  $1 \text{ dm}^3$  čiji je grlić dužine 2 cm i a poluprečnik otvora grlića 12 mm rezonantna frekvencija je 261 Hz.

Mikroperforirani apsorber – sastoji se od jedne ploče čija je debljina mala reda veličine nekoliko milimetara. Na ploći postoji veliki broj malih otvora prečnika od 0,3 mm do 2 mm. U prostoru između ploče i zida je vazduh ili neki porozni apsorber. Upadni zvuk u ovom slučaju pobuđuje na vibracije kako panel tako i vazduh u otvorima panela<sup>79</sup>. Vazduh u otvorima panela i vazduh u prostoru iza panela se ponašaju kao vazduh u cevi i komori Helmholtcovog rezonatora. Primera radi uzmimo već razmatrani panel od gipsanih ploča čija masa jedinice površine iznosi  $8,8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ , koji je postavljen na rastojanju 4 cm od zida. Debljina panela ne utiče na rezonantu frekvenciju samog panela te ćemo odve uzeti da je debljina 5 mm. Neka otvori zauzimaju 50% površine, samim tim je masa jedinice površine panela duplo manja i iznosi  $4,4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ . Rezonantna frekvencija oscilovanja samog panela izračunata pomoću izraza 8.14 iznosi  $\approx 142 \text{ Hz}$ . Rezonantna frekvencija (modifikovanog) Helmholtcovog rezonatora računata po izrazu  $\nu_H = \frac{v_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S_o}{V l}} = \frac{v_0}{2\pi} \sqrt{\frac{0,5S}{S d l}}$  u ovom slučaju iznosi  $\approx 2700 \text{ Hz}$ . Za razliku od klasičnog Helmholtcovog rezonatora koji dobro apsorbuje u oblasti niskih frekvencija mikroperforirana ploča se koristi za

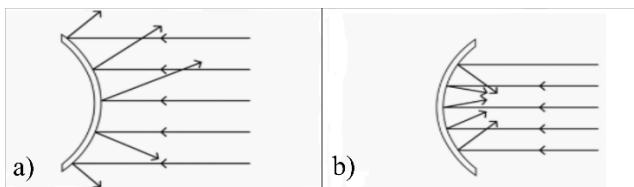
---

<sup>79</sup> Vibracija panela i vazdušnog sloja iza su prethodno razmatrane. Ovde treba imati na umu da će rezonantna frekvencija biti veća u odnosu na panel istih dimenzija koji nije izbušen. Razlog je manja masa perforiranog (izbušenog) panela.

apsorpciju u oblasti srednjih frekvencija (nekoliko kHz) i oblasti visokih frekvencija. Ove ploče se prave od različitih materijala, u poslednje vreme se dosta koristi akrilno staklo.

### Difuzori

Refleksija zvuka na ravnim velikim površinama u unutrašnjosti prostorija je dominantno regularna te se stoga ove površine „razbijaju“ na manje različitim geometrijskim oblicima. Ove strukture složene geometrije predstavljaju difuzore zvuka. Njihova uloga je da difuzno rasejavaju zvuk i da na taj način spreče fokusiranje zvučne energije u pojedinim tačkama prostora odnosno da doprinesu formiraju difuznog zvučnog polja u zatvorenom prostoru. Nastanku difuznog zvučnog polja doprinosi difuzna refleksija koja je objašnjena u jednom od prethodnih poglavlja. Refleksija na glatkim konveksnim površinama, prikazana na slici 8.12 a), takođe doprinosi nastanku difuznog zvučnog polja. Konkavne površine mogu dovesti do fokusiranja zvuka u određenoj tački (slika 8.12 b)) pa su sa stanovišta akustike prostorije generalno nepoželjne.

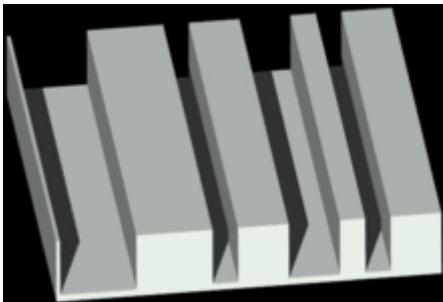


Slika 8.12 Refleksija od glatke a) konveksne i b) konkavne površine

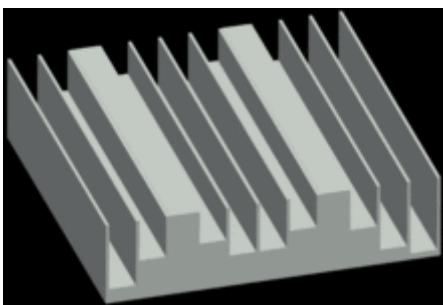
Prvim difuzorima se mogu smatrati konveksne površine stubova u hramovima i palatama, izvajani i uklesani ornamenti u unutrašnjosti starih zdanja. Njihove dimenzije, oblik i položaj su zavisili od intuicije majstora ali je bilo iskustveno poznato da su poželjni i to ne samo zbog vizuelnog doživljaja. Naučni pristup projektovanju difuzora željenih karakteristika počeo se razvijati sedamdesetih godina prošlog veka. Postoje jednodimenzionali i dvodimenzionali difuzori. Reljefna struktura jednodimenzionalih difuzora je orientisana u jednom pravcu (žlebovi ili izbočine su međusobno paralalni), dok kod dvodimenzionalih reljefna struktura nastaje u dva međusobno normalna pravca tako da udubljenja i izbočine formiraju strukturu sličnu kao kod šahovskog polja.

Geometrije modernih difuzora su različite kao i vrste materijala od kojih se prave. Jedna od geometrija koja se koristi je MLS (Maximum length sequence diffusors ) prikazana na slici 8.13. Reljefna struktura ovog difuzora sastoji se od paralelnih žlebova različite širine i jednakih dubina (visine). Širina žleba određuje talasnu dužinu (frekvenciju) zvuka

koji će se difuzno reflektovati. Širina žleba je približno jednaka polovini talasne dužine zvuka za koju se primenjuje. Oblast talasnih dužina za koje MLS difuzor daje dobru prostornu raspodelu reflektovanog zvuka određena je variranjem širine žleba. Ova oblast je relativno uska, primera radi već na frekvencijama za oktavu višim od optimalne ovaj difuzor daje veoma mali udeo difuzne refleksije.



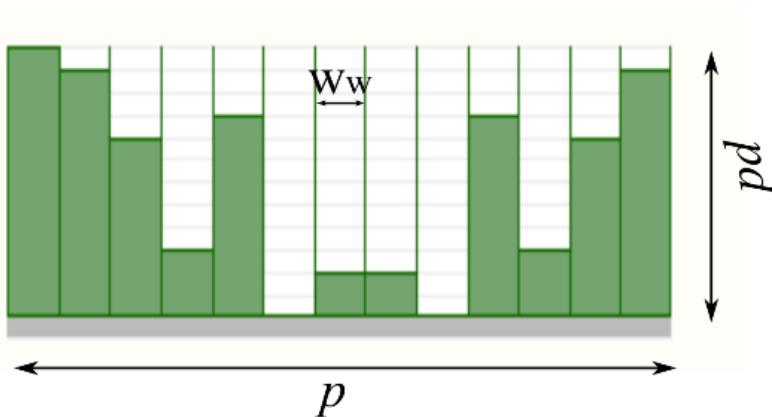
Slika 8.13 Primer geometrije MLS difuzora



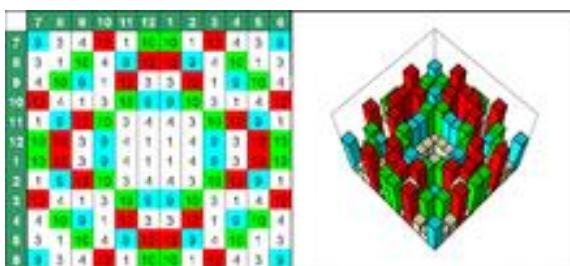
Slika 8.14 Primer geometrije QRD difuzora

Geometrija koja je uspela da poveća opseg frekvencija na kojima dolazi do difuzne refleksije je QRD (Quadratic-Residue Diffusors). Reljefna struktura ovog difuzora se sastoji od paralelnih žlebova jednake širine a različite dubine kao što je prikazano na slici 8.14. Broj žlebova može biti različit s tim da se bira is skupa prostih brojeva. Dubine žlebova su definisane modularnom aritmetikom za zadati broj žlebova. Poprečni presek difuzora sa 13 žlebova prikazan je na slici 8.15. Širina žleba, na slici 8.15 označena sa  $W_W$  određuje maksimalnu frekvenciju za koju se difuzor primenjuje. Pri konstrukciji je širina žleba približno jednaka polovini najmanje talasne dužine zvuka za koju se difuzor

primenjuje  $W_W \approx \frac{\lambda_{min}}{2} = \frac{v_0}{2\nu_{max}}$ . Minimalna frekvencija za koju se difuzor primenjuje zavisi od maksimalne dubine žleba (što je dubina veća minimalna frekvencija je niža). Na minimalnu frekvenciju pored dubine žleba utiče i broj žlebova u difuzoru. Ukupna širina difuzora (na slici označena sa  $p$ ) treba da bude najmanje jednaka najvećoj talasnoj dužini zvuka za koju se difuzor primenjuje odnosno najmanje jednaka dvostrukoj projektovanoj dubini (pd na slici 8.15).



Slika 8.15 Poprečni presek QRD difuzora sa 13 žlebova



Slika 8.16 Primer dvodimenzionog QRD difuzora

Dvodimenzioni difuzori daju bolju prostornu raspodelu difuzno reflektovanog zvuka u odnosu na jednodimenzione. Dvodimenzioni difuzori podjednako dobro rasejavaju zvuk u svim pravcima. Njihova geometrija je rešetkasta s tim da čelije rešetke imaju kvadratni

oblik i različitu dubinu. Izgled jednog dvodimenzionog QRD difuzora prikazan je na slici 8.16.

## 8.6 Građevinska akustika

Zvuk koji prenosi korisne informacije (govor i muziku) treba da stigne do slušalaca sa što manje promena u intenzitetu i spektralnom sastavu. Postoji i zvuk koji, najčešće ne nosi nikakvu značajnu informaciju a istovremeno, ometa naše funkcionisanje i izaziva neugodan osećaj. Ovaj neželjen zvuk naziva se buka. Da li će se neki zvuk smatrati bukom ne zavisi od njegovog intenziteta već od činjenice da nas taj zvuk ometa<sup>80</sup> <sup>81</sup>. Subjektivni doživljaj buke zavisi od jačine, spektralnog sastava buke i njenog trajanja. Spektralni sastav prikazuje intenzitet zvuka na određenim frekvencijama. Poznavanje spektralnog sastava buke je preduslov za odabir odgovarajuće zvučne zaštite. Kratkotrajna izloženost neprijatnom zvuku neće izazvati trajna oštećenja čula sluha već samo nelagodan osećaj. Dugotrajna izloženost uticaju buke izaziva zamor unutrašnjeg uha što dovodi do podizanja praga čujnosti i može dovesti do trajnih oštećenja pa čak i do gubitka sluha.

Iz potrebe da se ljudi zaštite od buke razvila sa oblast akustike koja je poznata kao zvučna zaštita. Zvučnom zaštitom u zgradama bavi se podoblast akustike koja se naziva građevinska akustika. Osnovni zadatak građevinske akustike je da se u fazama projektovanja i izvođenja obezbedi da zvučna izolacija u prostorijama različite namene zadovolji uslove definisane pravilnicima ili pak posebnim zahtevima investitora. Zadovoljavajuću zvučnu izolaciju treba postići vodeći računa da finansijska ulaganja budu što manja. Prvi korak u rešavanju problema zvučne izolacije je u odgovarajućoj organizaciji prostora zgrade čime se postiže da prostorije sa jakim izvorima buke budu dovoljno udaljene od prostorija u kojima ljudi borave i rade (prostorije sa sadržajima koji su osetljivi na buku). Sledeći korak podrazumeva da se prvo projektuje a potom i izvede odgovarajuća zvučna izolacija prostorija u kojima je to neophodno. Pri tome treba voditi računa o sledećim kriterijuma.

- **Kategorizaciji prostorija prema jačini zvučnih** izvora koja je određena standarnom JUS U.J6.201 u okviru kog su definisane: obične prostorije u kojima

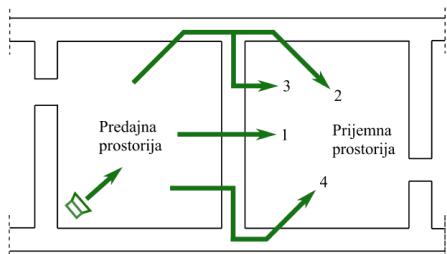
---

<sup>80</sup> Nivo intenziteta zvuka na koncertima je relativno visok ali taj zvuk nije nepoželjan i stoga ne predstavlja buku. Sa druge strane zvuk koji noću remeti san ljudi je obično niskog nivoa intenziteta ali pošto ometa san spada u buku.

<sup>81</sup> Kapljivanje vode iz česme stvara zvuk izuzetno niskog nivoa intenziteta ali u tihom zvučnom okruženju može biti veoma nepoželjan i iritirajuć.

je maksimalan nivo zvuka 70 dBA<sup>82</sup>; bučne (pogonske ili poslovne) prostorije u kojima je nivo zvuka veći od 70 dBA ali istovremeno ne prelazi 85 dBA i vrlo bučne prostorije u kojima je nivo zvuka veći od 85 dBA. Nivo zvuka u ovoj podeli je određen preko srednje vrednosti zvučne energije merene u petnaestominutnim intervalima.

- **Maksimalno dozvoljenim vrednostima nivoa buke u prostorijama**, u kojima je predviđen duži boravak<sup>83</sup> ljudi, koji su propisani Pravilnikom o dozvoljenom nivou buke u životnoj sredini i Pravilnikom o merama i normativima zaštite na radu od buke u radnim prostorijama. Primera radi Pravilnikom o dozvoljenom nivou buke u životnoj sredini propisano je da dozvoljen nivo buke u boravišnim prostorijama stambenih objekata danju (pri zatvorenim prozorima) iznosi 35 dB ukoliko se radi o izvoru buke u samom objektu ili 40 dB ukoliko se radi o izvoru buke van zgrade.
- **Kriterijumima za akustički kvalitet pregradnih konstrukcija** koji su definisani standardom JUS U.J6. 201. U okviru ovog standarda su za različite vrste objekata (stambeni, stambeno-poslovni, škole, bolnice itd.) definisana minimalna izolaciona svojstva pregrada koje razdvajaju prostorije različitih kategorija. Primera radi minimalna zvučna izolovanost<sup>84</sup> pregrade sa vratima između zajedničkih boravišnih prostorija stana i zajedničkog stepeništa (hodnika) u stambenim i stambeno-poslovnim zgradama, propisana pomenutim pravilnikom, iznosi 52 dB.



Slika 2

*Slika 8.17 Putevi prenosa zvuka između dve prostorije*

<sup>82</sup> Ukoliko se ispred uređaja koji meri nivo zvuka postavi standardizovan filer A rezultati merenja se prikazuju u jedinicama dBA (decibel a). Uloga ovog filtera je da simulirala mehanizam percepције zvuka čovekovog čula sluha.

<sup>83</sup> Za prostorije u kojima nije predviđen duži boravak ljudi (pomoćne prostorije, sanitarni čvorovi i sl.) nije definisan dozvoljen nivo buke.

<sup>84</sup> Zvučna izolovanost je definisana izrazom 8.17.

Zvuk se iz jedne prostorije u drugu prenosi preko zajedničkog zida, bočnih zidova, plafona, tavanice, otvora za provetrvanje, cevi u konstrukciji itd. Prenos zvuka koji se odvija preko građevinskih elemenata koji su zajednički za dve prostorije naziva se direktni put (označen brojem 1 na slici 8.17). Prenos sporednim putem podrazumeva prenos koji se ne odvija u celosti preko zajedničkih građevinskih elemenata (sporedni putevi prenosa zvuka su na slici označeni brojevima 2<sup>85</sup>, 3 i 4). Iz pomenutih razloga se pri opisivanju zvučne izolacije pravi razlika između veličina kojima se opisuje zvučna izolacija pregrada kada se zvuk prenosi isključivo direktnim putem i kad su prisutni i sporedni putevi prenosa zvuka. Standardi ISO 140, ISO 10140 iz oblasti građevinske akustike definišu veličine kojima se opisuju zvučna izolaciona svojstva pregrada kao i procedure za njihovo merenje. Neke od veličina, koje su definisane pomenutim standardima i izražavaju se u decibelima, su navedene u tabeli 8.2. Zvučna izolovanost je definisana izrazom:

$$D = L_1 - L_2 , \quad (8.17)$$

gde je  $L_1$  nivo jačine zvuka u predajnoj prostoriji u kojoj se nalazi izvor zvuka a  $L_2$  nivo jačine zvuka u prostoriji u kojoj je prijemnik (prijemna prostorija). Zvučna izolovanost zavisi i od akustičkih karakteristika prijemne prostorije pošto intenzitet (nivo intenziteta) zvuka u prijemnoj prostoriji ne zavisi isključivo od intenziteta zvuka propuštenog kroz pregradu već i od apsorpcije i refleksije u pomenutoj prostoriji. Veličina koja opisuje sposobnost zvučne izolacije građevinskog elementa, a ne zavisi od karakteristika prijemne prostorije, definisana na sledeći način:

$$R = L_1 - L_2 + 10\log_{10} \frac{S_s}{A}, \quad (8.18)$$

predstavlja izolacionu moć. U prethodnom izrazu je  $S_s$  – površina pregrade a  $A$  – apsorpcija prijemne prostorije. Razlika između izolacione moći i izolovanosti pregrade je faktor  $10\log_{10} \frac{S_s}{A}$  koji ima ulogu da eliminiše uticaj akustičkih karakteristika prijemne prostorije. Primera radi izolaciona moć lakih pregrada (npr. vrata II i III klase akustičkog kvaliteta) se kreće u intervalu 20 – 30 dB, dok je za masivne zidove njena vrednost znatno veća (50 – 60 dB). Izolaciona moć je obrnuto srazmerna koeficijentu transmisije a relacija koja ih povezuje je oblika<sup>86</sup>:

<sup>85</sup> Deo prenosa sporednim putem koji se dešava isključivo preko građevinskog elementa koji nije zajednički za dve prostorije, pri čemu se isključuju cevi za provetrvanje dimnjaci i slično, naziva se bočni prenos ( na slici 8.17 označen brojem 2).

<sup>86</sup> Koeficijent transmisije građevinskih elemenata, u praksi, ima vrednosti u intervalu  $0,1 - 10^{-8}$  pa se izolaciona moć kreće između 10 dB i 80 dB.

$$R = 10 \log_{10} \frac{1}{\tau}. \quad (8.19)$$

Građevinska izolaciona moć ( $R'$ ) definisana je na identičan način kao izolaciona moć pregrade, s tim da postoji razlika u načinu postavljanja pregrade pre merenja ovih veličina u laboratorijskim uslovima. Ukoliko se meri izolaciona moć pregrada se postavlja tako da se eliminišu svi sporedni putevi prenosa zvuka. Ako se pak meri građevinska izolaciona moć pregrada se postavlja kao u realnim<sup>87</sup> uslovima u objektu kada su prisutni i sporedni putevi prenosa zvuka.

U slučaju zvuka udara pregradna konstrukcija je pobuđena direktno te je moguće meriti samo nivo zvuka u prijemnoj prostoriji. Pri merenjima se koristi standardizovan izvor zvuka udara (uredaj koji stvara tačno određenu mehaničku pobudu) dok merilo izolacione moći pregrade predstavlja nivo zvuka udara u prijemnoj prostoriji ( $L$ ).

*Tabela 8.2 Relevantni pokazatelji zvučne izolacije*

	oznaka	naziv veličine
Veličine koje se koriste za opisivanje zvučne izolacije pojedinačnih građevinskih elemenata <sup>88</sup>	$R$	izolaciona moć
	$D$	zvučna izolovanost
	$L$	nivo zvuka udara
Veličine koje se koriste za opisivanje zvučne izolacije pregrada u zgradama <sup>89</sup>	$R'$	građevinska izolaciona moć
	$D'$	građevinska zvučna izolovanost

<sup>87</sup> Merenja se u specijalnim slučajevima izvode u samom objektu, tada se veličine obeležavaju indeksom *situ* (npr.  $R_{situ}$ ). Ova merenja su značajna stoga što se dobijaju građevinske vrednosti u realnim uslovima kada na ispoljena izolaciona svojstva osim posmatrane pregrade utiču i njoj susedne pregrade s kojima se dodiruje.

<sup>88</sup> Merenja se izvode u laboratoriji a pregrada se postavlja na poseban način tako da se eliminišu svi sporedni putevi prenosa zvuka između dve prostorije te se tako dobija veličina koja opisuje isključivo izolacionu moć pregrade.

<sup>89</sup> Merenja se izvode u laboratoriji a pregrada se postavlja slično kao u realnim uslovima tako da se zvuk između dve prostorije može prenositi kako kroz samu pregradu (direktnimi putem) tako i sporednim putevima prenosa zvuka.

### 8.6.1 Jednostruki građevinski elementi

S akustičkog stanovišta gređevinski elementi (zidovi, pod, zastakljene površine, potporni stubovi i sl.) mogu biti jednostruki i višestruki. Jednostruki građevinski elementi mogu biti homogeni i nehomogeni. Nehomogeni jednostruki elementi su sastavljeni iz više slojeva koji su čvrsto povezani tako da osciluju „kao celina” u fazi (npr. zid od opeke sa slojevima maltera sa obe strane). Zvučna izolaciona moć jednostrukog građevinskog elementa prvenstveno zavisi od njegove mase po jedinici površine, elastičnih karakteristika kao i od propustljivosti građevinskog elementa na vazduh. Građevinski elementi sa većom masom po jedinici površine pružaju bolju zvučnu izolaciju. Ova eksperimentalno ustanovljena činjenica poznata je kao Bergerov zakon mase. U skladu sa ovim zakonom izolaciona moć jednostrukog građevinskog elementa se može izračunati pomoću izraza:

$$R = 10 \log_{10} \left[ 1 + \left( \frac{\pi v m'}{\rho_v v_0} \cos \theta \right)^2 \right]. \quad (8.20)$$

gde je  $v$  – frekvencija

$m'$  - masa po jedinici površine

$\rho_v$  – gustina vazduha

$v_0$  – brzina prostiranja zvuka kroz vazduh

$\theta$ - upadni ugao.

Slabljenje zvuka je maksimalno pri normalnom upadu zvuka kada je upadni ugao jednak nuli. U aproksimaciji difuznog zvučnog polja, kada je  $I_u$  je isto za sve upadne uglove, Bergerov zakon se svodi na relaciju <sup>90</sup>:

$$R = 20 \log_{10}(v m') - 47. \quad (8.21)$$

Prema Bergerovom zakonu dvostruko povećanje mase po jedinici površine ima za posledicu povećanje izolacione moći pregrade za 6 dB nezavisno od frekvencije. Povećanje mase po jedinici površine se može postići povećanjem debljine elementa ili izborom materijala sa većom gustom. Materijali male gustine se ne koriste za

<sup>90</sup> Relacija je dobijena polazeći od izraza 8.20 uvrštavanjem brojnih vrednosti za brzinu zvuka u vazduhu i gustinu vazduha. Relacija 8.21 nije bezdimenziona i nema matematičkog smisla jer se logaritamska funkcija primenjuje isključivo na brojeve, te da bi se mogla koristiti za procenu izolacione moći u nju se uvrštavaju frekvencija u hercima a površinska masa u kilogramima po metru kvadratnom.

pravljenje zvučnih barijera. Debljina barijere od materijala male gustine bi morala biti nepraktično velika da bi se postigla zadovoljavajuća izolaciona moć. Drugi razlog je što kroz materijale male gustine vazduh lako difunduje pa Bergerov zakon mase ne važi. Stoga se za pravljenje zvučnih barijera koriste gušći materijali kao npr. kamen, beton i slično. Iz izraza 8.20 i 8.21 se vidi da izolaciona moć građevinskog elementa raste sa porastom frekvencije. Standardni opseg frekvencija u kom se proučavaju izolaciona svojstva pregrada u okviru građevinske akustike je 100 – 3150 Hz. Da bi zvučna izolacija na niskim frekvencijama bila zadovoljavajuća pregrade moraju imati relativno veliku masu po jedinici površine (masivne pregrade veće debljine). Na visokim frekvencijama dobru zvučnu izolaciju pružaju i zidovi male debljine (male mase po jedinici površine).

Bergerov zakon omogućava da se okvirno proceni sposobnost zvučne izolacije građevinskog elementa na određenim frekvencijama. Rezultati merenja izolacione moći pregrada se često ne poklapaju sa proračunima po Bergerovom zakonu. Pošto se zvuk među prostorijama prenosi i sporednim putevima, smanjenje nivoa intenziteta zvuka je generalno manje za 3 – 5 dB u odnosu na proračun. Na neslaganje eksperimentalnih rezultata sa Bergerovim zakonom značajno utiče i činjenica da je pomenuti zakon izведен pod pretpostavkom da se pregrada ponaša kao kruto telo, odnosno nije uračunat uticaj elastičnih osobina pregrade. Naime, pod dejstvom zvuka u pregradama (građevinskim elementima) nastaju savijajući (fleksioni) talasi koji utiču na njenu izolacionu moć, što je posebno izraženo kod tankih pregrada. Zavisnost izolacione moći jednostrukih pregrada od frekvencije zvuka može se u principu podeliti u četiri oblasti kao što je prikazano na slici 8.18 i navedeno u tekstu koji sledi.

1. Pri frekvencijama koje su manje od sopstvene frekvencije oscilovanja pregrade, a koje su reda veličine nekoliko desetina herca, elastična svojstva imaju dominantan uticaj. Pri malim frekvencijama je talasna dužina zvuka značajno veća od debljine pregrade te ona tada osciluje kao celina. U ovoj oblasti je izolaciona moć srazmerna krutosti pregrade i interesantna činjenica je da sa porastom frekvencije izolaciona moć opada. Za realne pregrade ova oblast generalno ne spada u interval frekvencija građevinske akustike.
2. Do rezonancije dolazi pri frekvencijama koje su veoma bliske sopstvenoj frekvenciji oscilovanja pregrade. Pregrada tada osciluje sa velikom amplitudom te predaje veliku mehaničku energiju vazduhu u prijemnoj prostoriji tako da intenzitet zvuka u njoj značajno poraste a izolaciona moć pregrade se značajno smanji. Na ovim frekvencijama se ispoljava značajno odstupanje od Bergerovog zakona. Pregradni zidovi i paneli, kao i sva druga tela, imaju

sopstvene frekvencije pri kojima dolazi do rezonancije. Frekvencija osnovnog tona ili osnovna frekvencije je najniža frekvencija pri kojoj dolazi do rezonancije i tada je odstupanje od Bergerovog zakona najveće. Kod ostalih viših harmonika ovaj efekat je manje izražen. Rezonantne frekvencije panela zavise od njegovih dimenzija i vrste materijala a računaju se pomoću relacije:

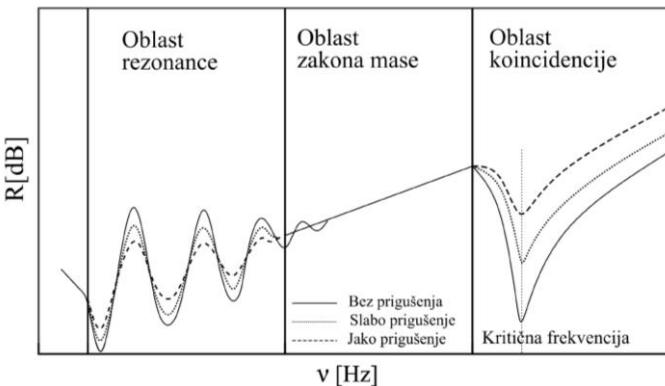
$$\nu_{nq} = \frac{\pi}{4\sqrt{3}} h \sqrt{\frac{E}{\rho}} \left( \left(\frac{n}{a}\right)^2 + \left(\frac{q}{b}\right)^2 \right), \quad (8.22)$$

gde je  $h$  - debljina pregrade,  $a$  i  $b$  – njena visina i širina,  $E$  – Jangov modul elastičnosti materijala od kog je napravljena pregrada,  $\rho$  – gustina pregrade, dok  $n$  i  $q$  opisuju red harmonika (za  $n = 1$  i  $q = 1$  u pitanju je osnovni ton).

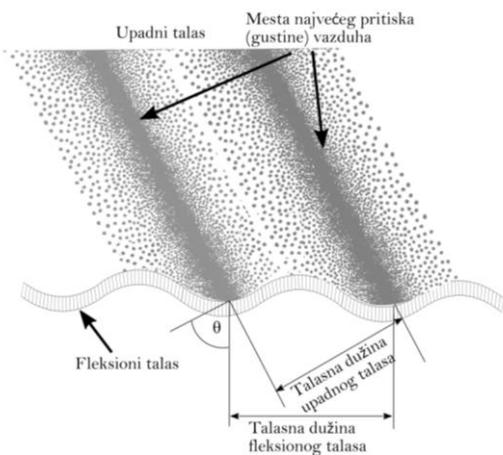
3. Pri frekvencijama koje su značajno veće od sopstvene frekvencije oscilovanja masa pregrade ima dominantan uticaj na zvučnu izolaciju i tada generalno važi Bergerov zakon mase.
4. Do značajnog odstupanja od Bergerovog zakona dolazi i pri frekvencijama koje su bliske tzv. koincidentnoj frekvenciji. Ukoliko se upadni talas (zvuk u predajnoj prostoriji) i talas savijanja pregrade fazno poklope, u prostoru i vremenu, doći će do pojave poznate kao koincidentacija koja je slična rezonanciji pošto se ogleda u povećanju amplitude oscilovanja panela. Ovo povećanje amplitude oscilovanja ima za posledicu povećanje intenziteta zvuka koji se prenosi kroz pregradu u drugu prostoriju. Slučaj kada su upadni talas i talas savijanja u fazi je prikazan na slici 8.19. Tada se, u određenom trenutku vremena, poklapaju mesta najvećeg i najmanjeg pritiska vazduha sa mestima donje i gornje amplitude talasa savijanja. Maksimalni pritisci vazduha tada padaju u područja u kojima je pregrada usled fleksionog talasa potisнутa ka prijemnoj prostoriji. Frekvencija pri kojoj dolazi do koincidentije zavisi od ugla pod kojim talasi padaju na pregradu. Koincidentna frekvencija je najmanja pri upadnom uglu od  $90^\circ$  i naziva se kritičnom frekvencijom odnosno graničnom frekvencijom koincidentije i iznosi:

$$\nu_c = \frac{v_0^2}{1,8 h \sqrt{\frac{E}{\rho}}}. \quad (8.23)$$

U realnim uslovima na pregradu pod različitim uglovima padaju talasi različitih frekvencija pa će na svim frekvencijama većim od  $\nu_c$  doći do slabljenja izolacione moći pregrade kao što je prikazano na slici 8.18.



Slika 8.18 Zavisnost izolacione moći jednostrukih pregrada od frekvencije



Slika 8.19 Koincidencija

### 8.6.2 Dvostruki građevinski elementi

Dvostruki građevinski element se sastoji od dve razdvojene pregrade između kojih je vazduh i elastičan materijal koji ima odgovarajuća termoizolaciona svojstva<sup>91</sup>. Najčešće se za tu svrhu koristi mineralna vuna (staklena ili kamena), sunđerasta guma s otvorenim porama, stiropor i filc. S akustičnog stanovišta delovi dvostrukog grđevinskog elementa ne osciluju kao jedna celina već defazovano. Oscilovanje dvostrukog građevinskog elementa se opisuje modelom dva tela, masa  $m_1$  i  $m_2$ , koja su povezana oprugom

<sup>91</sup> Sendvič konstrukcije se projektuju tako da pregradni zidovi imaju zadovoljavajuću termoizolacionu moć, istovremeno se postiže i bolja zvučna izolacija.

konstante elastičnosti  $k$ . Ovaj sistem, kao i svaki drugi, ima svoju sopstvenu (rezonantu) frekvenciju koja iznosi:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}}. \quad (8.24)$$

pri kojoj će izolaciona moć elementa biti mala. Dvostruki građevinski element ima prednost nad jednostrukim elementom iste mase u oblasti iznad rezonantne frekvencije. Da bi postavljanje dvostrukog građevinskog elementa imalo smisla njegova rezonantna frekvencija treba da bude što manja, u praksi se teži da bude manja od 80 Hz. Pošto je za dato  $k$  rezonantna frekvencija najmanja ukoliko pregrade imaju jednakе mase, to je jedan od načina na koji se može uticati da rezonantna frekvencija bude mala.<sup>92</sup> Na izolacionu moć dvostrukog građevinskog elementa utiče i razmak između pregrada ali i vrsta materijala između njih kao i hrapavost površine (što su unutrašnje površine hrapavije izolaciona moć je veća). Ubacivanje elastičnog materijala u međuprostor ima za posledicu smanjenje rezonantne frekvencije sistema (date izrazom 8.24) pošto se na taj način uslovno rečeno smanjuje konstanta elastičnosti međuprostora. Postavljanje elastičnog materijala utiče i da se značajno ublaži smanjenje izolacione moći elementa na frekvencijama pri kojima dolazi do rezonancije vazdušnog sloja. Sloj vazduha ima neograničen broj sopstvenih frekvencija na kojima dolazi do rezonancije (do formiranja stopečeg talasa) i posledično do smanjenja izolacione moći građevinskog elementa. Ove frekvencije su date izrazom:

$$\nu_n = \frac{\nu_0}{\lambda_n} = \frac{\nu_0}{\frac{2d}{n+1}} = \frac{(n+1)\nu_0}{2d} \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (8.25)$$

gde je  $d$  rastojanje između pregrada a  $\lambda_n$  talasne dužine osnovnog tona i viših harmonika sopstvenih oscilacija vazdušnog stuba zatvorenog sa obe strane. Do rezonancije dolazi pri frekvencijama za koje je ceo broj polovina talasnih dužina jednak rastojanju između pregrada. Primera radi osnovni ton sopstvenih oscilacija vazdušnog sloja debljine 10 cm,<sup>93</sup> ograničenog sa obe strane je,  $\approx 1700$  Hz, dok su frekvencije viših harmonika značajno veće i ne spadaju u oblast građevinske akustike. Uloga poroznog materijala je da redukuje uticaj rezonancije vazdušnog sloja a to se postiže pretvaranjem zvučne energije u druge vidove. U poroznom materijalu se usled trenja molekula vazduha o

<sup>92</sup> Ukoliko iz određenih razloga nije praktično da mase oba panela budu jednakе može se odstupiti od pomenutog pravila pošto do značajnog smanjenja rezonantne frekvencije dolazi pri odnosu masa koji se kreće u intervalu od 0,5 do 1.

<sup>93</sup> Rastojanje između pregrada je u većini slučajeva  $d \leq 10$  cm te su i frekvencije osnovnog tona  $\geq 1700$  Hz

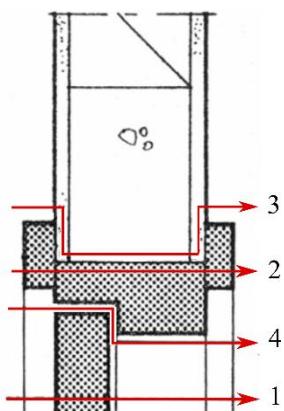
površine pora zvučna (mehanička) energija značajno pretvara u toplotu. Pri postavljanju poroznog materijala treba obratiti pažnju da se postavljanjem ne poveća krutost konstrukcije već da se on što slobodnije postavi. Spoj dvostrukog elementa sa bočnim nosećim zidovima takođe ne reba da bude krut već elastičan. Elastičan spoj smanjuje prenos zvuka sporednim putem. Smanjenje izolacionih karakteristika dvostrukog građevinskog elementa se javlja i u oblasti koïncidencije. Da bi se kritične koïncidentne frekvencije pregrada razlikovale potrebno je da one imaju ili različitu masu ili različitu krutost (debljinu). Pošto je zbog niske rezonantne frekvencije poželjno da masa pregrada dvostrukog elementa bude jednaka njihova debljina se najčešće razlikuje. Za dvostuke elemente, pored svega prethodno pomenutog, okvirno važe i sledeća empirijska pravila.

1. Što je masa krutih slojeva pregradnog zida manja razmak između njih (debljina izolacionog sloja) treba da bude veći.
2. Dupliranje mase dvostrukog građevinskog elementa rezultuje većim povećanjem izolacione moći u odnosu na predviđenih 6dB (prema Bergerovom zakonu mase) pošto i vazduh odnosno porozni apsorber u prostoru uzmeđu pregrada takođe utiču na povećanje izolacionu moć. Ukoliko je razmak između pregrada 2 – 4 cm izolaciona moć se dodatno u proseku povećava za 4 dB, dok pri većem razmaku (5 – 10 cm) izolaciona moć poraste u proseku za 9 dB.
3. Iz izraza 8.24 sledi da povećanje mase pregrada, odnosno povećanje mase dvostrukog građevinskog elementa u celini, ima za posledicu smanjenje rezonantne frekvencije – što je poželjno. Praksa je međutim pokazala da se povećanjem mase više od pet puta u odnosu na početnu, u osnovi ne postiže poboljšanje zvučne izolacije. Naime, dalje povećanje mase poništava efekat postojanja vazdušnog i izolacionog sloja tako da se dvostruki element ponaša kao jednostruki iste mase.
4. Pri povećanju frekvencije za oktavu (frekvencija se udvostruči) izolaciona moć se povećava u proseku 6 – 8 dB što je više u poređenju sa proračunima za jednostrukе pregrade gde Bergerov zakon predviđa povećanje za 6 dB.

### **8.6.3 Građevinski elementi koji se sastoje od delova različitog koeficijenta transmisije**

Građevinski emenenti koji se otvaraju, kao što su prozori i vrata, su sa stanovišta građevinske akustike i zvučne izolacije slabe tačke svake pregrade. Prozori i vrata zbog generalno manje mase po jedinici površine imaju manju izolacionu moć u odnosu na zidove. Putevi prenosa zvuka kroz ove elemente su prikazane na slici 8.20. Brojevima 1 i 2 su označeni putevi prenosa zvuka kroz materijal krila i okvira, brojem 3 je označen prenos zvuka na spoju zida i okvira, a brojem 4 na spoju okvira i krila. Na izolacionu moć

ovih elementara se utiče odabiru: vrste materijala za okvire i krila, debljine krila, debljine stakala i rastojanja između njih. Na ovaj način se utiče na putanje prenosa zvuka označene brojevima 1 i 2. Na prenos zvučne energije kroz fugu između zida i okvira se utiče podešavanjem veličine otvora u zidu, načinom ugradnje i zaptivanjem praznog prostora između okvira i zida. Da bi postavljanje vrata i prozora velike izolacione moći imalo smisla treba obezbediti da se dimenzije otvora i okvira što bolje poklapaju da bi ostalo što manje prostora između njih, a taj prostor treba obavezno popuniti penom sa odgovarajućim akustičkim svojstvima. Da bi prenos zvučne energije kroz fugu između krila i okvira bio minimalan širina fuge traga da bude minimalna s tim da se na spoju uvek postavlja materijal za zaprivanje (najčešće guma). Ukoliko vrata nemaju prag ili neki pokretni mehanizam za zatvaranje fuge između krila i poda, ne može se postići velika izolaciona moć bez obzira na odabir materijala i način ugradnje. Klase akustičkog kvaliteta vrata i prozora, određene standardom JUS U.J6.201, su date u tabeli .



Slika 8.20 Putevi prenosa zvuka kroz prozore i vrata

Tabela 8.3 Podela prozora i vrata prema klasama akustičkog kvaliteta

prozori		vrata	
klasa	<b>R [dB]</b>	klasa	<b>R [dB]</b>
specijalna	>40	specijalna	>35
I	35-39	I	30-34
II	30-34	II	25-29
III	25-29	III	20-24
IV	20-24		

Izolaciona moć pregrade u kojoj postoje elementi koji se otvaraju računa se pomoću izraza:

$$R = 10 \log_{10} \frac{1}{\tau}$$

gde je  $\tau$  rezultujući koeficijent transmisije koji se računa na sledeći način:

$$\tau = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i S_i}{\sum_{i=1}^n S_i}$$

U prethodnom izrazu su  $\tau_i$  koeficijenti transmisije pojedinih delova a  $S_i$  njihove površine. Koeficijenti transmisije pojedinih delova se računaju iz njihove izolacione moći  $R_i$  kao:

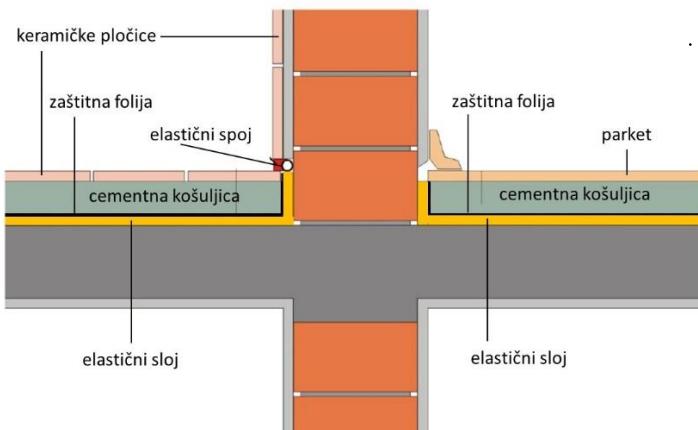
$$\tau_i = 10^{-\frac{R_i}{10}}$$

#### 8.6.4 Zaštita od udarne buke

U građevinskoj akustici se buka deli na buku prenešenu vazduhom i na udarnu buku. Ova podela je napravljena iz razloga što postoji razlika u načinu i putevima prenošenja, procedurama merenja i sprečavanje prenosa zvuka nastalog na različite načine. Pod udarnom bukom se podrazumeva buka koja nastaje direktnim mehaničkim dejstvom po elementima građevinskih konstrukcija. Udarna buka najčešće nastaje hodanjem po podu ali i usled vibracija kućnih aparata koji su oslonjeni na pod i pomeranjem nameštaja. U udarnu buku se svrstava i buka koja nastaje usled popravki u susednim stanovima ali i dečjom igrom.

Materijali od kojih se prave elementi građevinskih konstrukcija imaju mnogo veću akustičnu impedancu u odnosu na vazduh te se zvuk kroz njih mnogo brže prostore i stiže na veće razdaljine uz male gubitke zvučne energije. Velike akustične impedance građevinskih materijala od kojih se prave elementi nosećih konstrukcija ograničavaju efikasnost zvučne zaštite koja se realizuje na putu prenosa udarnog zvuka. Slabljenje na putu prenosa, kroz elemente konstrukcije, može se realizovati ubacivanjem diskontinuiteta (stvaranjem prekida i ubacivanjem materijala sa manjom akustičnom impedancicom) ukoliko je to moguće. Efikasna zaštita od udarnog zvuka ostvaruje se pre svega na mestu nastanka postavljanjem elastičnog materijala između izvora udarnog zvuka i konstrukcije. Ako izvor udarne buke ne menja svoj položaj u objektu elastični oslonac, koji je najčešće napravljen od gume u kombinaciji sa oprugama, se postavlja

samo pod izvor. Elastična svojstva oslonca moraju biti prilagođena masi izvora buke. Ukoliko izvor udarne buke nije stacionaran i može delovati na većoj površini elastični sloj se postavlja po celoj površini poda postavljanjem plivajućeg poda (slika 8.21) ili mekanog finalnog podnog sloja (tepiha i itisona). Konstrukcija plivajućeg poda sastoji se od elastičnog sloja i dodatne mase koja se postavlja preko njega, ulogu dodatne mase najčešće ima cementna košuljica. Bez obzira da li se zaštita od udarne buke postavlja lokalno ili po celoj površini poda ovaj sistem se opisuje modelom tega mase  $m$  koji je oprugom konstante elastičnosti  $k$  povezan za oslonac (građevinsku konstrukciju). Prinudne oscilacije ovog sistema odvijaju se pod mehaničkim dejstvom izvora udarne buke. Pri prinudnim oscilacijama može doći do rezonancije a rezonanta frekvencija pored mase sistema i njegovih elastičnih svojstava zavisi i od faktora prigušenja. Uloga elastičnog oslonca i plivajućeg poda je da smanji intenzitet sile kojom izvor udarnog zvuka deluje na konstrukciju. Smanjenje intenziteta mehaničke pobude (sile) ostvaruje se na frekvencijama koje su veće od rezonantne frekvencije sistema (elastičnog oslonca ili plivajućeg poda). Stoga se ovaj elastični mehanički sistem projektuje tako da njegova rezonantna frekvencija bude mala, reda veličine nekoliko desetina herca. Pri projektovanju treba voditi računa i o tome da rezonantna frekvencija bude znatno manja od frekvencije kojom izvor udarnog zvuka stvara mehaničku pobudu (frekvencije prinudne sile).



Slika 8.21 Plivajući pod u kupatilu i prostoriji sa parketom

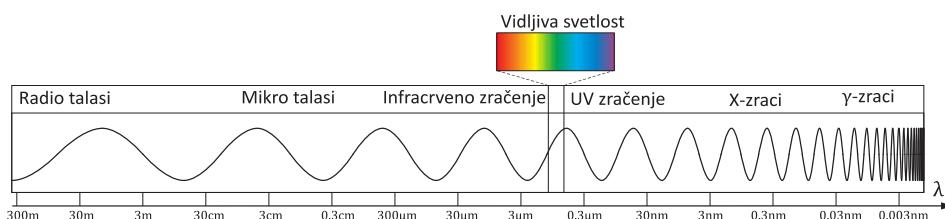
Zaštita od udarnog zvuka u prijemnoj prostoriji izvodi se postavljanjem spuštenog plafona ili dodatnih obloga na zidovima. U oba slučaja je u pitanju dvostruki građevinski element sa slojem vazduha i nekog elastičnog materijala između.

## 8.7 Pitanja i zadaci za samostalan rad

1. Koliki je nivo intenziteta zvuka frekvencije čiji intenzitet iznosi  $10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ ?
2. Izračunati intenzitet mehaničkih talasa frekvencije 300 Hz ako je poznato da nivo intenziteta zvuka iznosi 60 dB.
3. Šta je zvuk?
4. Definisati vreme reverberacije.
5. Kako se u prostoriji određene zapremine može uticati na vreme reverberacije?
6. Izračunati sopstvenu frekvenciju oscilovanja laganog panela, napravljenog od gipsanih ploča debljine 15 mm čija masa po jedinici površine iznosi  $11 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ , postavljenog na rastojanju 4 cm od zida pri atmosferskom pritisku od 101000 Pa.
7. Opisati Helmholtcov rezonator i ukratko objasniti kako dolazi do apsorpcije zvučne energije u njemu.
8. Grafički prikazati puteve prenosa zvuka između dve prostorije i označiti prenos sporednim putem.
9. Pomoću Bergerovog zakona, u aproksimaciji difuznog zvučnog polja, proceniti izolacionu moć pregrade na frekvenciji 2000 Hz ako je poznato da masa po jedinici površine pregrade iznosi  $500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ , a zatim na osnovu izolacione izračunati koeficijent transmisije pregrade.
10. Kako nastaje udarna buka?

## 9 OPTIKA

Opseg talasnih dužina svih do sada poznatih elektromagnetičnih talasa predstavlja njihov spektrar. Iz celokupnog spektra elektromagnetičnih talasa, čije talasne dužine se kreću u intervalu od nekoliko kilometara do femtometra<sup>94</sup>, čulom vida registrujemo veoma uzan deo, čije talasne dužine se kreću u intervalu 380 nm – 770 nm, koji predstavlja vidljivu svetlost. Celokupan spektrar elektromagnetičnih talasa prikazan je na slici 8.1 na kojoj je osa sa brojnim vrednostima talasnih dužina prikazana u logaritamskoj skali. Spektrar elektromagnetičnih talasa koji sadrži samo jednu talasnu dužinu (jednu boju) naziva se monohromatski. Ako je pak prisutno više talasnih dužina, spektrar je polihromatski. Sunčeva svetlost je polihromatska sastavljena od kontinualnog niza talasnih dužina. Sunčevu polihromatsku svetlost doživljavamo kao belu.



Slika 9.1 Spektrar elektromagnetičnih talasa

Optika je grana fizike koja proučava prostiranje elektromagnetičnih talasa iz optičkog dela spektra (infracrvena oblast, svetlost i ultraljubičasto zračenje) kroz različite sredine, pojave koje se dešavaju na granicama između dve sredine i interakciju talasa sa atomima i molekulima sredine.

Svetlosni zrak, tačkasti svetlosni izvor i snop svetlosti predstavljaju apstraktne pojmove koji se koriste kao uprošćeni modeli pri definisanju zakona geometrijske optike i

<sup>94</sup>  $10^{-15}$  m

fotometrije. Pod svetlosnim zrakom se podrazumeva pravac prostiranja talasa. Geometrijski se svetlosni zrak prikazuje orientisanom polupravom koja polazi od svetlosnog izvora. Pod pojmom svetlosnog snopa podrazumeva se skup svetlosnih zraka koji se od izvora svetlosti prostiru pravolinijski. Svetlosni izvor se može smatrati tačkastim ako se njegove dimenzije mogu zanemariti u odnosu na ostala rastojanja od značaja.

## 9.1 Fotometrija

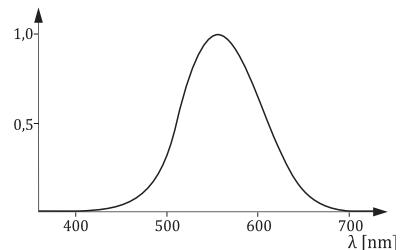
Fotometrija proučava svetlost sa stanovišta energije koju prenose elektromagnetni talasi u ovoj oblasti spektra. Ona izučava i kakav je odgovor našeg čula vida na nadražaje izazvane svetlošću različitog intenziteta. Za fizičke veličine koje se proučavaju u okviru ove oblasti postoje dvostrukе jedinice: energijske (objektivne) i vizuelne (subjektivne). Uvođenje vizuelnih veličina uslovljeno je činjenicom da ljudsko oko nije jednako osjetljivo na svetlost različitih talasnih dužina. Iz praktičnih razloga, a radi pojednostavljivanja rešavanja konkretnih problema, u fotometriji se koristi pojam tačkastog izvora svetlosti. Realni izvori nisu tačkasti, ali već na udaljenosti koja je desetak puta veća od dimenzije izvora ova aproksimacija omogućava da se jednostavnim metodama dobiju prihvatljiva rešenja.

### Svetlosni fluks

Izvori svetlosti emituju energiju koju kroz prostor prenose elektromagnetni talasi. Veličina koja je brojno jednak svetlosnoj energiji koju u jedinici vremena talasi prenesu kroz neku površinu naziva se svetlosni fluks:

$$\phi = \frac{E}{t}. \quad (9.1)$$

Ukupan svetlosni fluks izvora predstavlja ukupnu snagu koju izvor emituje u svim pravcima. Objektivna jedinica za fluks je vat (W). Subjektivna jedinica za fluks je lumen (lm). Jednaki objektivni fluksevi svetlosti različitih talasnih dužina neće izazvati isti osećaj osvetljenosti. Prosečno ljudsko oko je po danu najosetljivije na talasnu dužinu od 555 nm. Objektivnoj snazi svetlosti od 1 W, talasne dužine 555 nm, odgovara vizuelni fluks od 683 lm. Za svetlost ostalih talasnih dužina je ova vrednost manja<sup>95</sup>. Relativna oseljivost oka definisana kao odnos svetlosnog fluksa za svetlost talasne dužine 555 nm i fluksa svetlosti talasne dužine  $\lambda$ , koji izazivaju isti osećaj osvetljenosti, prikazana je na slici 9.2.

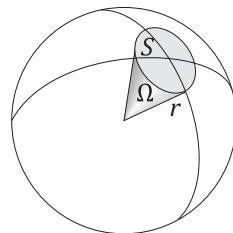


Slika 9.2 Normirana osetljivost ljudskog oka na različite talasne dužine

### Jačina svetlosnog izvora

Izvori svetlosti koji emituju jednaku u svim pravcima nazivaju se izotropni. Jačina izotropnog svetlosnog izvora definisana je kao fluks koji se emituje u jediničnom prostornom uglu. Da bismo definisali prostorni ugao potrebno je da izvor svetlosti postavimo u centar zamišljene lopte. U centar lopte potrebno je postaviti i vrh konusa kao što je prikazano na slici 9.3. Prostor u unutrašnjosti konusa ograničen kalotom koju na lopti odseca konus određuje prostorni ugao. Mera prostornog ugla je odnos površine kalote  $S$  i kvadrata poluprečnika lopte:

$$\Omega = \frac{S}{r^2} . \quad (9.2)$$



Slika 9.3 Prostorni ugao

Prostorni ugao se izražava u sterradijanima (sr) iako realno gledano nema jedinicu. Pošto površina lopte iznosi  $4\pi r^2$ , pun prostorni ugao oko neke tačke ima vrednost  $4\pi$  sr.

<sup>95</sup> Za belu polihromatsku svetlost jednom lumenu odgovara objektivni fluks od 0,0048 W ( $1\text{W} \approx 208\text{ lm}$ ).

Kada se ukupan fluks koji emituje izotropni izvor podeli sa punim prostornim uglom dobija se njegova jačina (intenzitet):

$$I = \frac{\phi}{4\pi}. \quad (9.3)$$

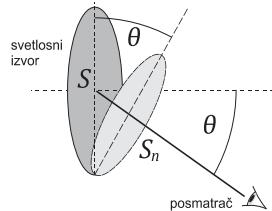
Ukoliko izvor setlosti nije izotropan jačina svetlosnog izvora se razlikuje u različitim pravcima. Ako u određenom pravcu kroz prostorni ugao  $d\Omega$  prolazi fluks  $d\phi$  jačina svetlosnog izvora u tom pravcu iznosi:

$$I = \frac{d\phi}{d\Omega}. \quad (9.4)$$

Objektivna jedinica za jačinu svetlosnog izvora je  $\frac{W}{sr}$  a subjektivna je kandela (cd)<sup>96</sup>.

## Sjajnost

Izvori svetlosti koji se ni aproksimativno ne mogu smatrati tačkastim opisuju se veličinom koja se naziva sjajnost. Sjajnost je definisana kao fluks koji izvor emituje obračunat po jedinici površine i jedinici prostornog ugla u posmatranom pravcu. Objektivna jedinica za sjajnost je  $\frac{W}{m^2 \cdot sr}$ , dok je odgovarajuća vizuelna jedinica nit ( $nt = \frac{cd}{m^2}$ ). Sjajnost površine može biti posledica emisije svetlosti, refleksije ili pak transmisije. Ovako definisana veličina najbliže opisuje ono što u procesu viđenja opisujemo kao sjaj.<sup>97</sup> Razmotrimo izotropan izvor svetlosti konačnih dimenzija kao što je prikazano na slici 9.4. Jednostavnosti radi uzmimo da je površina  $S$  koja emituje svetlost kružnog oblika. Ovakav izvor za posmatrača ima različit sjaj iz različitih uglova. Vizuelni doživljaj je različit, pošto se



Slika 9.4 Sjajnost svetlosnog izvora

<sup>96</sup> Kandela je jedina vizuelna jedinica među sedam osnovnih fizičkih jedinica u Internacionalem sistemu.

<sup>97</sup> Doživljaj sjaja površine je srazmeran sjajnosti, no između njih ne postoji linearna zavisnost. Na doživljaj sjaja pored sjajnosti posmatrane površine utiče sjajnost neposredne okoline, boja površine i neposrednog okruženja, dimenzije površine, nivo adaptacije oka uslovima vidljivosti (veličina otvora zenice) itd.

veličina površine sa koje se emituje svetlost, gledano iz različitih uglova, razlikuje. Posmatrač vidi projekciju površine  $S$ , na ravan koja je normalna na pravac posmatranja. Ova projekcija iznosi:

$$S_n = S \cos \theta , \quad (9.5)$$

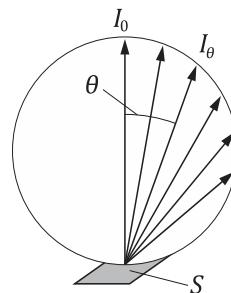
gde je  $\theta$  ugao koji zaklapaju normala na emitujuću površinu i pravac posmatranja. Sjajnost izotropnog izvora svetlosti čije se dimenzije ne mogu zanemariti zavisi od ugla posmatranja i u konkretnom primeru iznosi:

$$L = \frac{\phi}{S_n \Omega} = \frac{I}{S \cos \theta} . \quad (9.6)$$

Izvori svetlosti čija sjajnost ne zavisi od pravca posmatranja nazivaju se Lambertovi izvori. U ovu grupu prvenstveno spadaju sekundarni izvori svetlosti koji reflektuju ili propuštaju svetlost emitovanu od strane drugih (primarnih) izvora. Ovi izvori nisu izotropni, što je uočljivo na slici 9.5. Jačina Lambertovog izvora svetlosti najveća je u pravcu normale na površinu izvora ( $I_0$ ), dok u pravcu koji sa normalom zaklapa ugao  $\theta$  iznosi:

$$I_\theta = I_0 \cos \theta . \quad (9.7)$$

Prethodni izraz je poznat kao Lambertov zakon. Površine koje difuzno reflektuju svetlost ponašaju se kao Lambertovi izvori, pošto se jačina (intenzitet) difuzno reflektovane svetlosti menja saglasno Lambertovom zakonu. Primer ovakvog izvora su zidovi prostorije od kojih se svetlost dominantno difuzno reflektuje. Objekti koji difuzno rasejavaju svetlost koja prolazi kroz njih aproksimativno predstavljaju Lambertove izvore svetlosti. Primer je nebo pri oblačnom danu.



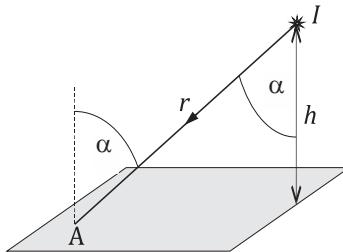
*Slika 9.5 Jačina Lambertovog izvora svetlosti*

### Osvetljenost

Srednja osvetljenost površine ( $E$ ) definiše se kao fluks koji pada po jedinici površine:

$$\bar{E} = \frac{\phi}{S}. \quad (9.8)$$

Energija (objektivna) jedinica za osvetljenost je  $\frac{W}{m^2}$ , dok je subjektivna jedinica luks (lx).



**Slika 9.6 Osvetljenost površine**

Neka se izotropni izvor svetlosti nalazi na visini  $h$  iznad ravne površine kao što je prikazano na slici 9.6. Posmatrana površina nije izotropno osvetljena<sup>98</sup>, jer je osvetljenost u različitim tačkama površine različita. Osvetljenost površine u tački A data je izrazom:

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2}, \quad (9.9)$$

gde je  $I$  jačina svetlosnog izvora,  $r$  rastojanje posmatrane tačke od izvora, a  $\alpha$  ugao koji zaklapaju zrak svetlosti i pravac normale na površinu u posmatranoj tački (slika 9.6). Prema tome, osvetljenost tačaka površine, opada sa kvadratom rastojanja od tačkastog izvora i zavisi od pomenutog ugla. Ukoliko je poznata visina  $h$  na kojoj se nalazi izvor, prethodni izraz postaje:

$$E = \frac{I \cos^3 \alpha}{h^2}. \quad (9.10)$$

Osvetljenost je aditivna veličina. Ako postoji više izvora svetlosti ukupna osvetljenost jednak je algebarskom zbiru osvetljenosti od pojedinačnih izvora:

---

<sup>98</sup> Površina je izotropno osvetljena ukoliko je osvetljenost u svim tačkama površine jednaka.

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \cdots + E_n . \quad (9.11)$$

## 9.2 Pitanja i zadaci za samostalan rad

1. Navesti osnovne fotometrijske veličine njihove objektivne i subjektivne jedinice.
2. Zašto postoji potreba za subjektivnim jedinicama u fotometriji?
3. Izvor svetlosti emituje ukupan svetlosni fluks od 250 lm izotropno u svim pravcima. Odrediti jačinu ovog svetlosnog izvora.
4. Izotropan izvor svetlosti jačine 25 cd nalazi se na visini 280 cm iznad površine koju osvetjava. Odrediti osvetljenost površine neposredno ispod izvora tj. maksimalnu osvetljenost površine.
5. Definisati tačkast izvor svetlosti.