

Vežbe

Osnovni pojmovi mehanike

Statika krutog tela



MEHANIKA
MIODRAG ZUKOVIĆ

Osnovni pojmovi mehanike

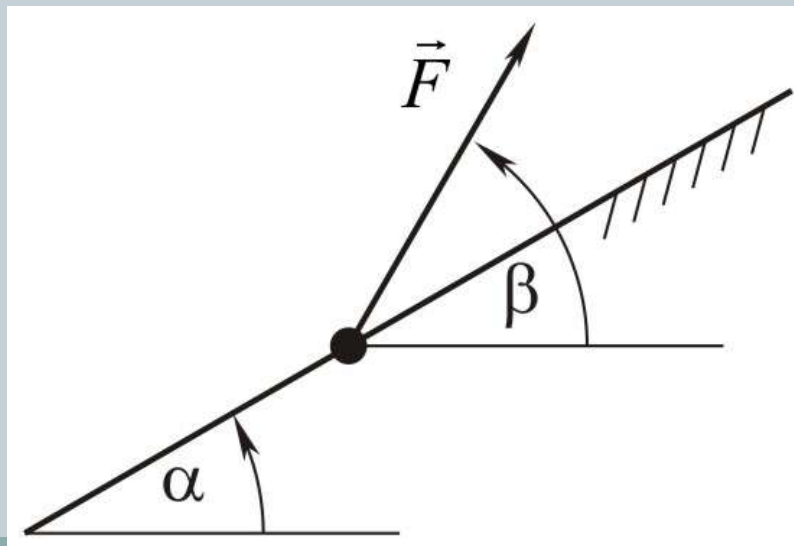


- **0.** Napadna tačka sile F je tačka B. Koja je veza između momenata ove sile za tačku A i momenata za tačku C. Položaje tačaka A, B i C kao i silu F smatrati poznatim.

Osnovni pojmovi mehanike



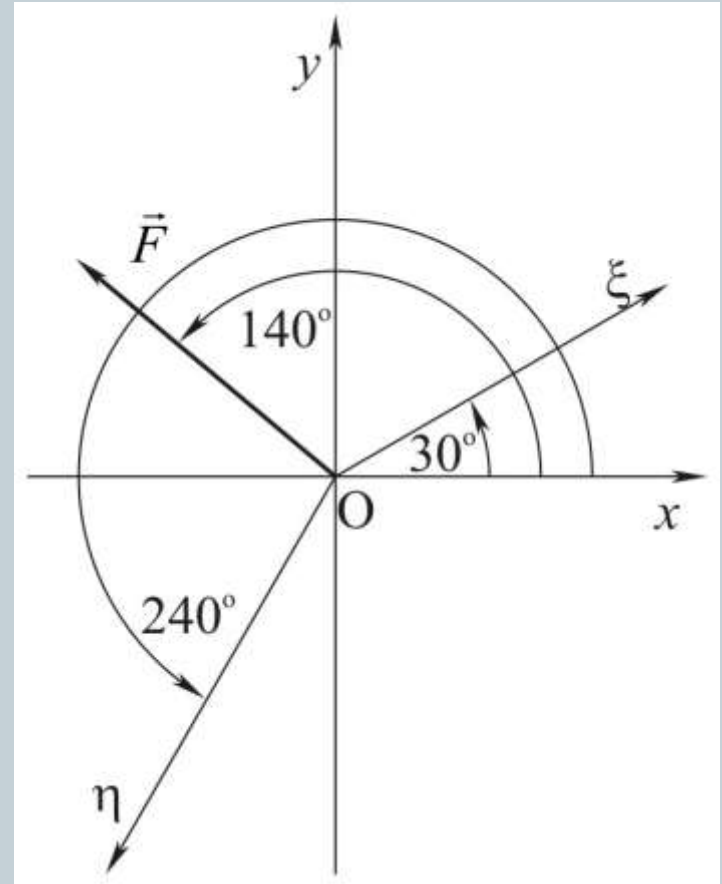
- 1. Na materijalnu tačku koja se nalazi na strmoj ravni nagibnog ugla α deluje sila $\vec{F}$ intenziteta F koja sa horizontalom gradi ugao β . Odrediti horizontalnu i vertikalnu komponentu sile $\vec{F}$ kao i komponente sile duž i upravno na strmu ravan.



Osnovni pojmovi mehanike



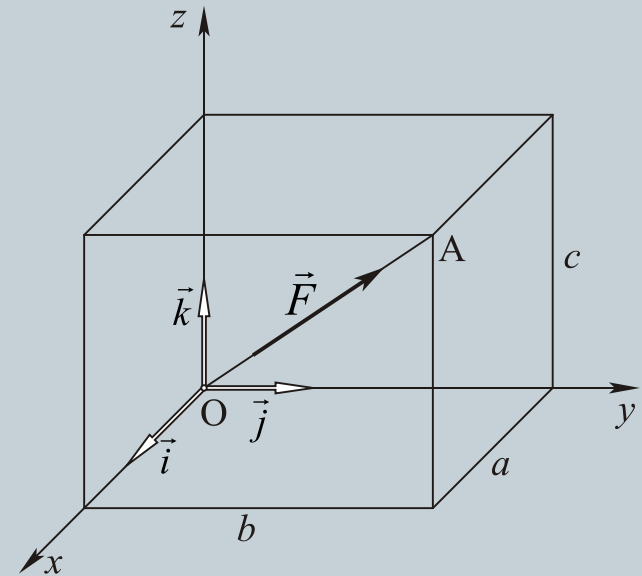
- 2. Sila $\vec{F}$, intenziteta F , gradi ugao 140° sa Ox osom, a ose $O\xi$ i $O\eta$ sa osom Ox grade uglove 30° i 240° respektivno. Odredite:
 - a) projekcije sile $\vec{F}$ u ortogonalnom sistemu Oxy ,
 - b) projekcije sile $\vec{F}$ na ose $O\xi$ i $O\eta$,
 - c) komponente sile $\vec{F}$ u pravcu osa $O\xi$ i $O\eta$.



Osnovni pojmovi mehanike



- **3.** Sila $\mathbf{F}$ intenziteta F deluje u pravcu dijagonale paralelopipeda stranica a , b , i c metara. Ako je koordinatni sistem $Oxyz$ postavljen u teme paralelopipeda tako da mu ivica dužine a leži na Ox osi, ivica dužine b na Oy osi, a ona od c na Oz osi, ako se dijagonala, duž koje deluje sila, nalazi u prvom kvadrantu i prolazi kroz tačku O , i ako sila deluje u smeru od tačke O odredite sile na ose koordinatnog sistema. Kolike su projekcije sile intenziteta 50N ako su stranice kvadra 4,3 i 2m respektivno?



Osnovni pojmovi mehanike



- 4. Naći projekcije sile $\mathbf{F}=10P\mathbf{i}-8P\mathbf{j}+14P\mathbf{k}$ (P u N) na osu koja polazi iz tačke A čiji je vektor položaja $\mathbf{r}_A=2a\mathbf{i}-5a\mathbf{j}+3a\mathbf{k}$ i prolazi kroz tačku B čiji je vektor položaja $\mathbf{r}_B=25a\mathbf{i}+2a\mathbf{j}-34a\mathbf{k}$, (a u m).

Osnovni pojmovi mehanike



- **5.** Naći momente sila $\mathbf{F}_1=2F\mathbf{k}$, $\mathbf{F}_2=2F\mathbf{j}$ i $\mathbf{F}_3=2F\mathbf{j}+F\mathbf{k}$ (F u N), za koordinatni početak, tačku O, ako sve tri sile deluju u tački A čiji je vektor položaja $\mathbf{r}=2a\mathbf{j}+a\mathbf{k}$, (a u m).

Osnovni pojmovi mehanike

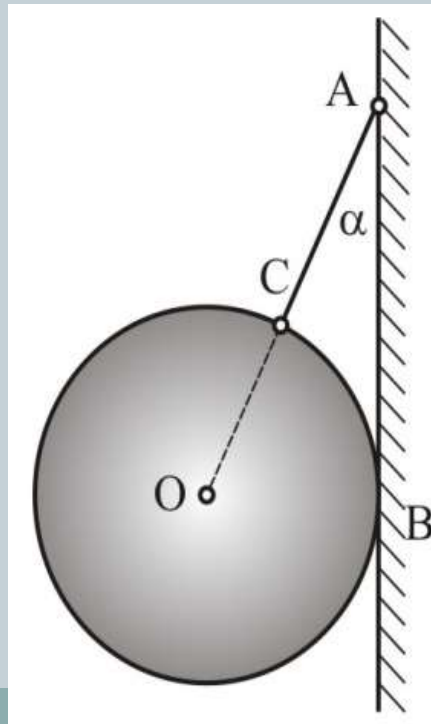


- 6. Naći moment sile $\mathbf{F} = -25P\mathbf{j}$ (P u N), za koordinatni početak, tačku O, ako sila deluje u tački čiji je vektor položaja $\mathbf{r} = 20a\mathbf{i} + 14a\mathbf{k}$, (a u m). Koliki je moment sile za osu Ox? Koliki je moment sile za osu koja koordinatni početak spaja sa tačkom K čiji je vektor položaja zadat sa $\mathbf{r}_K = 2a\mathbf{i} + 5a\mathbf{j} - a\mathbf{k}$, (a u m).

Statika



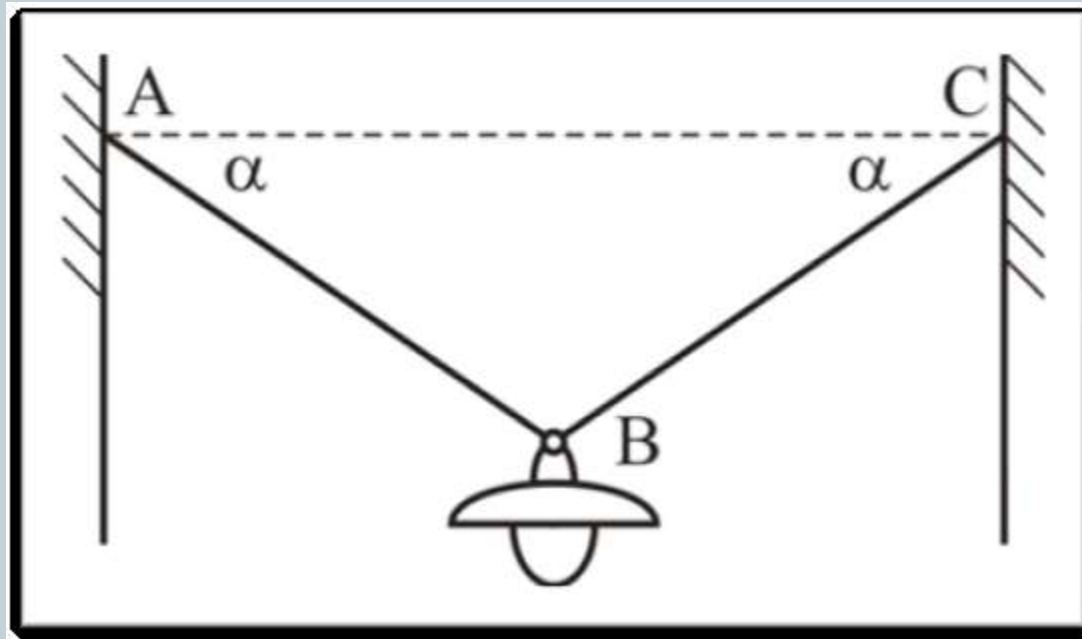
- 7. Homogena kugla, težine G , obešena je pomoću konca AC i oslonjena o glatki vertikalni zid AB. Konac sa zidom obrazuje ugao α . Određiti silu S u koncu i pritisak N kugle na zid.



Statika



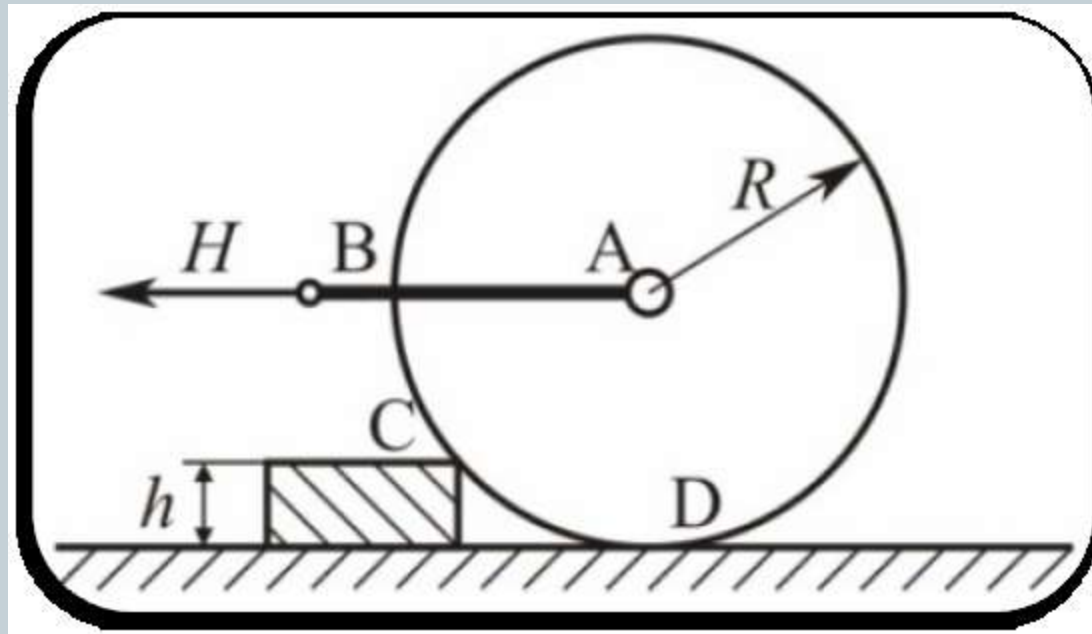
- 8. Ulična svetiljka težine Q obešena je u tački B pomoću užadi AB i BC, jednake dužine. Tačke A i C su na istoj visini, a kraci užeta sa horizontalnim pravcem obrazuju ugao α . Odrediti sile T_1 i T_2 , u užadima AB i BC. Šta se dešava sa silama ako se ugao α smanjuje.



Statika



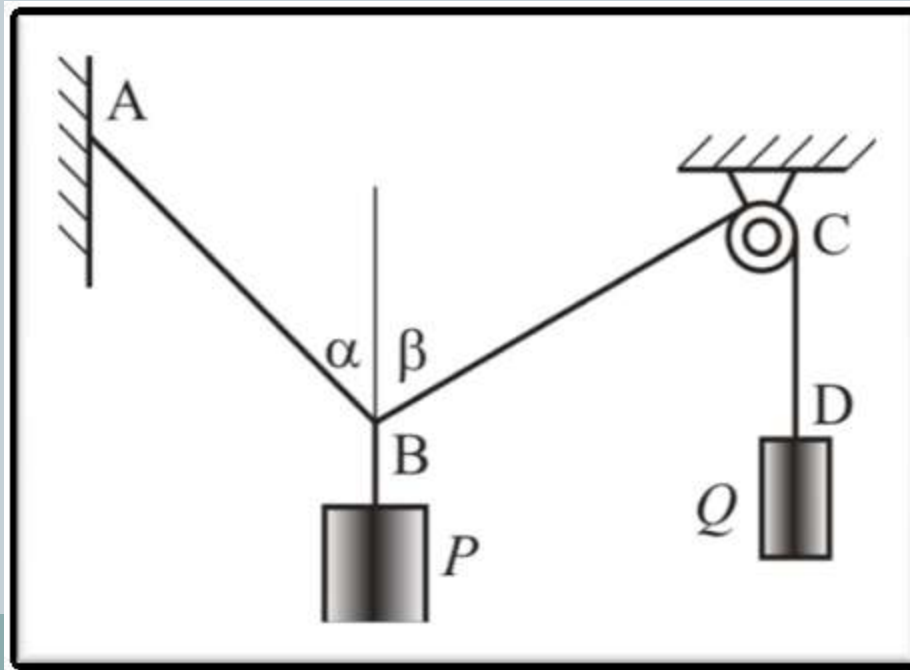
- 9. Valjak, težine G i poluprečnika R , treba prebaciti preko praga visine h ; Kolikom horizontalnom silom H treba vući dršku valjka da bi on prešao prag.



Statika



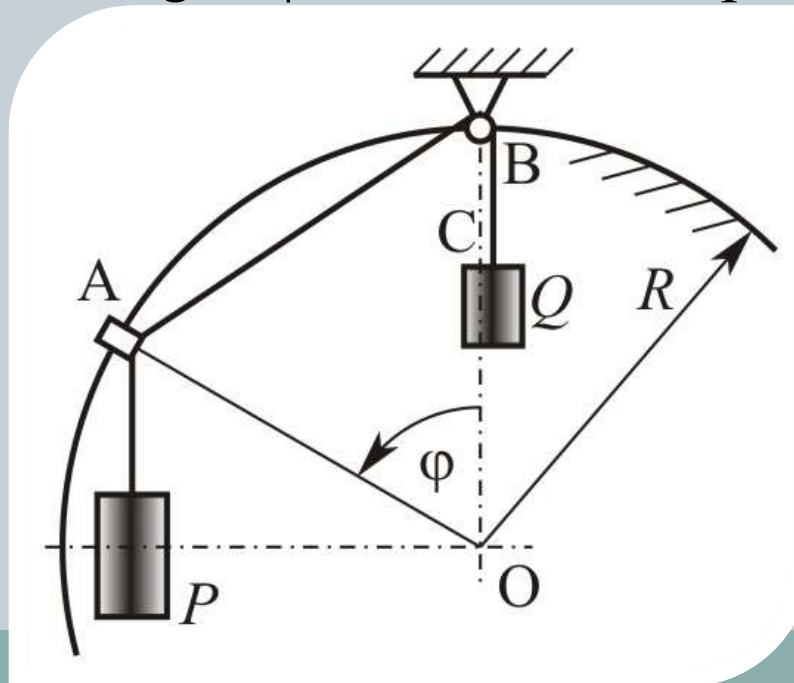
- 10. Za konac AB, čiji je jedan kraj vezan u tački A, uvršćen je u tački B teg težine P . Za tačku B učvršćen je drugi konac BCD, koji je prebačen preko nepokretnog kotura C i zategnut tegom težine $Q=100\text{N}$. Odrediti silu S u koncu AB i težinu tega P , ako se zna da je u položaju ravnoteže sistema $\alpha=45^\circ$, a $\beta=60^\circ$.



Statika



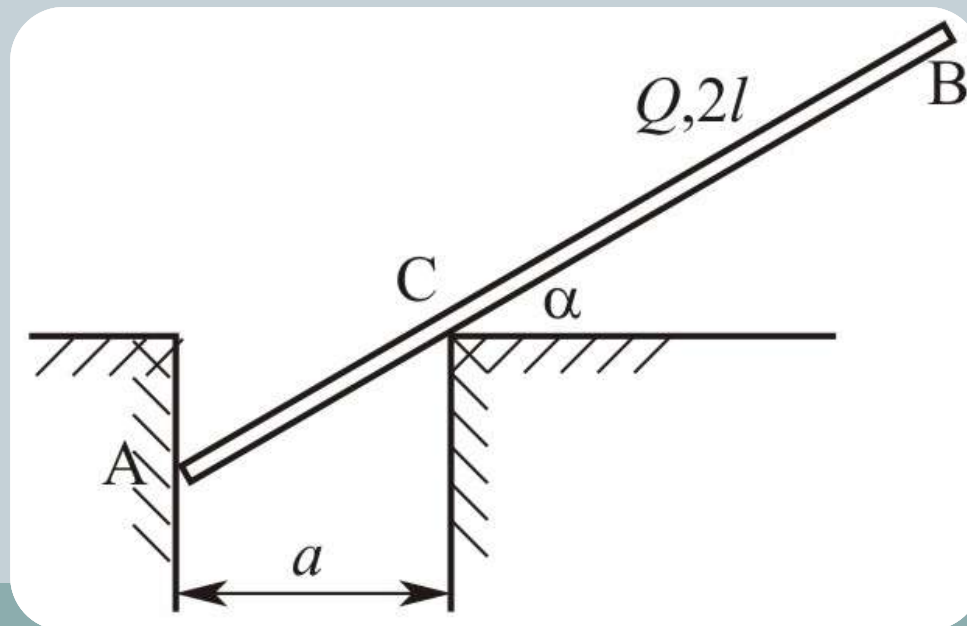
- 11. Prsten A može da klizi po glatkoj žici koja je savijena u krug i nalazi se u vertikalnoj ravni. Za prsten, na kome visi teg težine P , vezan je konac ABC koji je prebačen preko malog kotura B i zategnut tegom težine Q . Kotur B učvršćen je u najvišoj tački obima žice. Odrediti ugao φ u ravnotežnom položaju prstena.



Statika



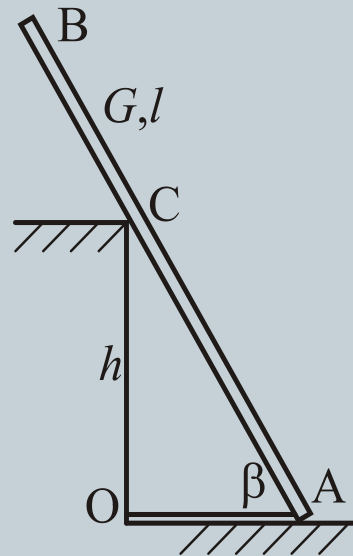
- 12. Homogena greda AB, težine G i dužine $2l$, oslanja se u tački C o glatku ivicu zida, a u tački A na glatki vertikalni zid. Rastojanje između zidova otvora u kom se nalazi greda iznosi a . Odrediti ugao α koji u položaju ravnoteže greda obrazuje sa horizontalnim pravcem, kao i reakcije zida N_A i ivice N_C .



Statika



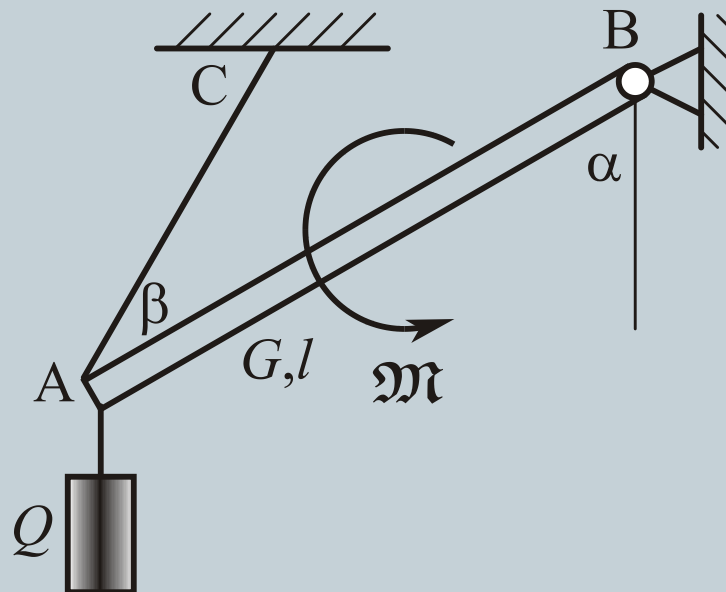
- 13. Homogena greda AB, težine G i dužine l , oslanja se krajem A o glatki pod, a u tački C na ivicu glatkog zida visine h . U položaju ravnoteže grada sa podom obrazuje ugao β . U tom položaju gredu održava uže OA koje je zategnuto po podu. Odrediti reakcije veza.



Statika



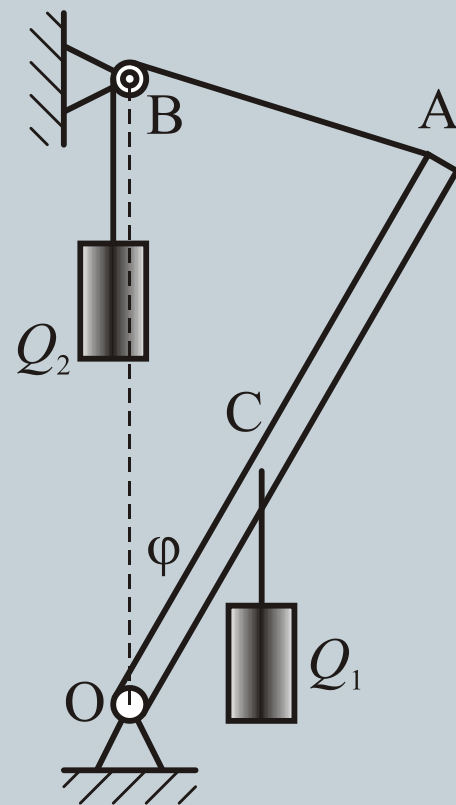
- 14. Štap AB, težine G , je krajem B vezan za podlogu nepokretnim cilindričnim zglobom. Za kraj A, za koji je okačen teret težine Q , vezano je idealno uže čiji je drugi kraj vezan za nepokretnu tačku C. Na štap, a u ravni crteža deluje spreg momenta $\mathfrak{M}$. U prikazanom ravnotežnom položaju štap sa vertikalom obrazuje ugao α , a ugao između štapa i užeta je β . Odrediti reakciju zgloba A i silu u užetu.



Statika



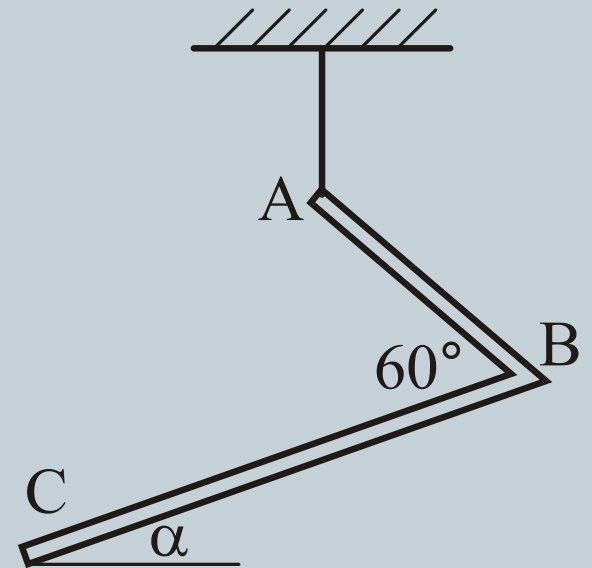
- 15. Štap OA, zanemarive težine, vezan je krajem O za nepokretni cilindrični zglob. Drugi kraj A pridržava lako nerastegljivo uže koje je prebačeno preko kotura B i zategnuto teretom težine Q_2 . Tačka B se nalazi na vertikalnom pravcu koji prolazi kroz tačku O na rastojanju $OB=OA=L$. Odrediti ugao φ , koji štap u ravnotežnom položaju obrazuje sa vertikalnim pravcem, ako je u tački C okačen teret težine Q_1 , a $OC=a$.



Statika



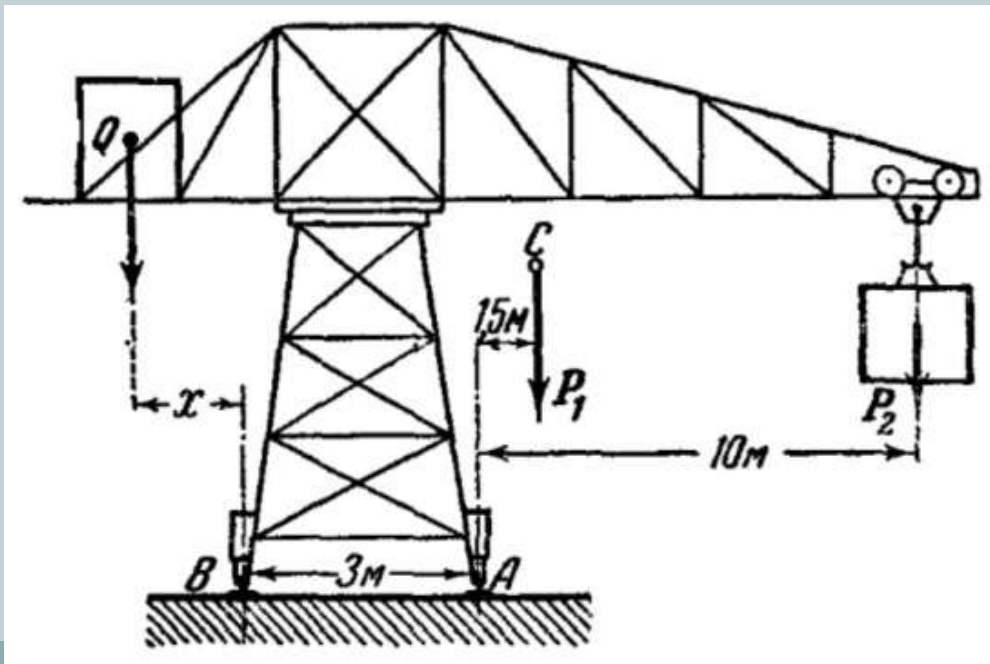
- 17. Dva homogena štapa AB i BC, jednakih poprečnih preseka i od istog materijala, od kojih je AB dva puta kraći od BC, spojeni su pod uglom od 60° u jednu celinu ABC. Ugaonik je u tački A pomoću užeta obešen za tavanicu. Odrediti ugao α koji deo CB u ravnoteži gradi sa horizontalom.



Statika

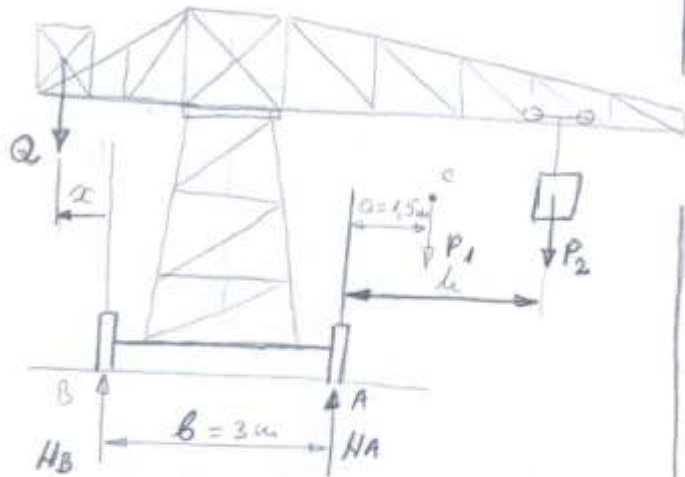


- 18. Težište pokretne dizalice, težine $P_1=500\text{kN}$ – bez protivtega, je u tački C koja se nalazi na rastojanju $a=1.5\text{m}$ od vertikale koja prolazi kroz desni točak. Nosivost pokretnih kolica dizalice je $P_{2\text{max}}=250\text{kN}$, pri čemu im je maksimalan hod $h_{\text{max}}=10\text{m}$. Odrediti najmanju težinu Q protivtega i maksimalno rastojanje x težišta protivtega, od vertikale koja prolazi kroz levi točak, tako da dizalica, opterećena ili neopterećena, pri bilo kom mogućem položaju kolica, bude u ravnoteži (da se ne prevrne).



$$h_{\max} = 10 \text{ м}, P_{2\max} = 250 \text{ кН}$$

$$Q = ?, x = ?$$



- равновесие:

$$(1) \sum M_A = -N_B \cdot 6 + Q(b+x) - P_1 \cdot a - P_2 \cdot l = 0$$

$$(2) \sum M_B = N_A \cdot 6 + Qx - P_1(b+a) - P_2(b+l) = 0$$

$$① N_A = \frac{1}{6} (P_1(b+a) + P_2(b+l) - Qx)$$

$$② N_B = \frac{1}{6} (Q(b+x) - P_1 a - P_2 l)$$

а) неопределена динамизма: $P_2 = 0 \rightarrow N_A = 0$

$$① N_A \geq 0 \rightarrow P_1(b+a) - Qx \geq 0 \quad (A)$$

б) максимально оттягивание:

$$P_2 = P_{2\max}, l = l_{\max} \rightarrow N_B = 0$$

$$② N_B \geq 0 \rightarrow Q(b+x) - P_1 a - P_{2\max} l_{\max} \geq 0 \quad (B)$$

$$(A) \rightarrow Qx \leq P_1(b+a) \rightarrow P_1(b+a) \geq Qx$$

$$(B) \rightarrow Qb \geq P_1 a + P_{2\max} l_{\max} - Qx$$

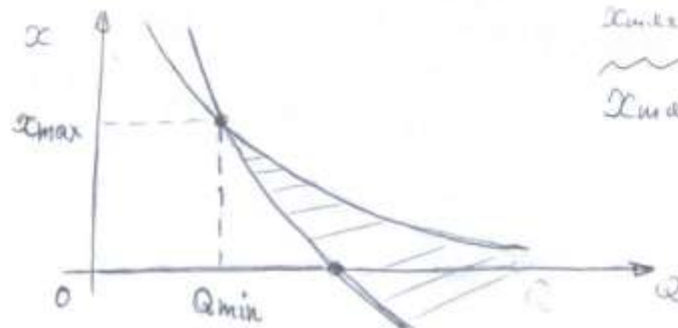
$$P_1(b+a) + Qb \geq P_1 a + P_{2\max} l_{\max}$$

$$Q \geq \frac{1}{b} (P_{2\max} l_{\max} - P_1 \cdot b) = \frac{1}{3} (250 \cdot 10 - 500 \cdot 3) = \frac{1000}{3} \text{ кН}$$

$$Q_{\min}$$

$$(A) \text{ и } (B) \rightarrow P_1 a + P_{2\max} l_{\max} - Qb \leq Qx \leq P_1(b+a)$$

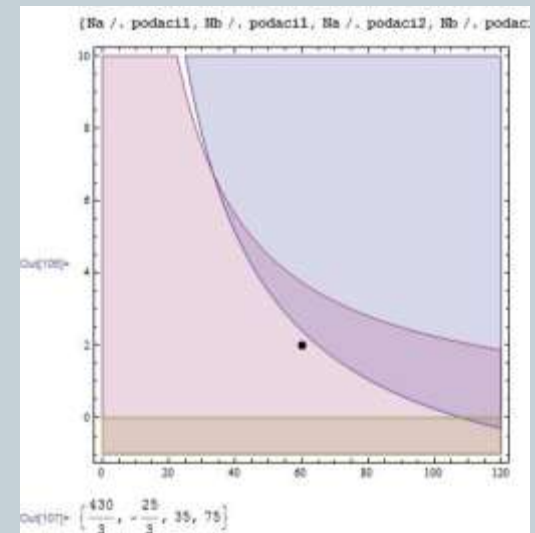
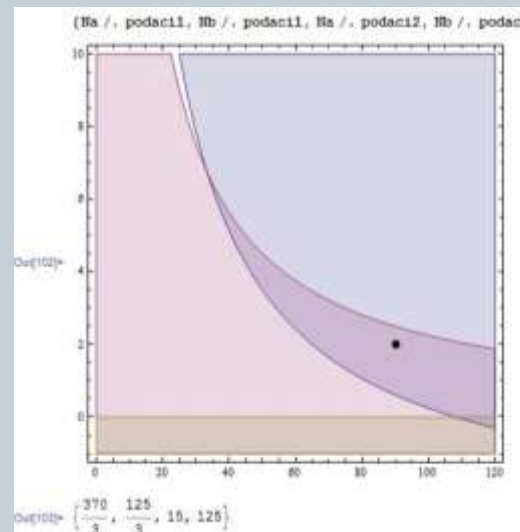
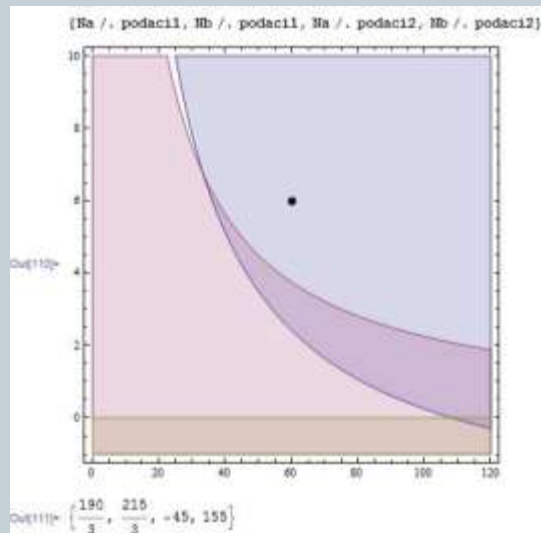
$$\frac{P_1 a + P_{2\max} l_{\max} - Qb}{Q} \leq x \leq \frac{P_1(b+a)}{Q}$$



$$x_{\max} = \frac{P_1(b+a)}{Q_{\min}}$$

$$x_{\max} = 6,75 \text{ м}$$

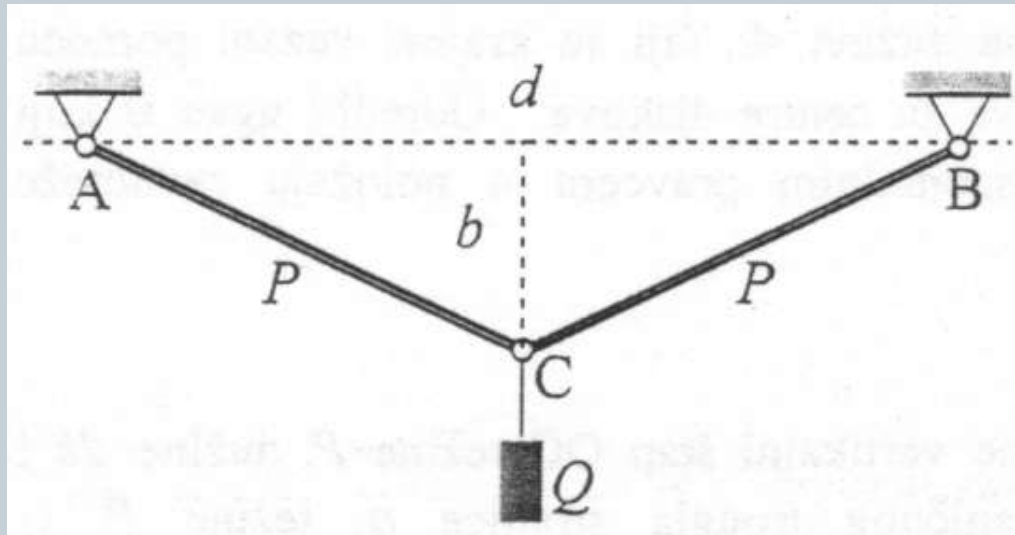
Statika



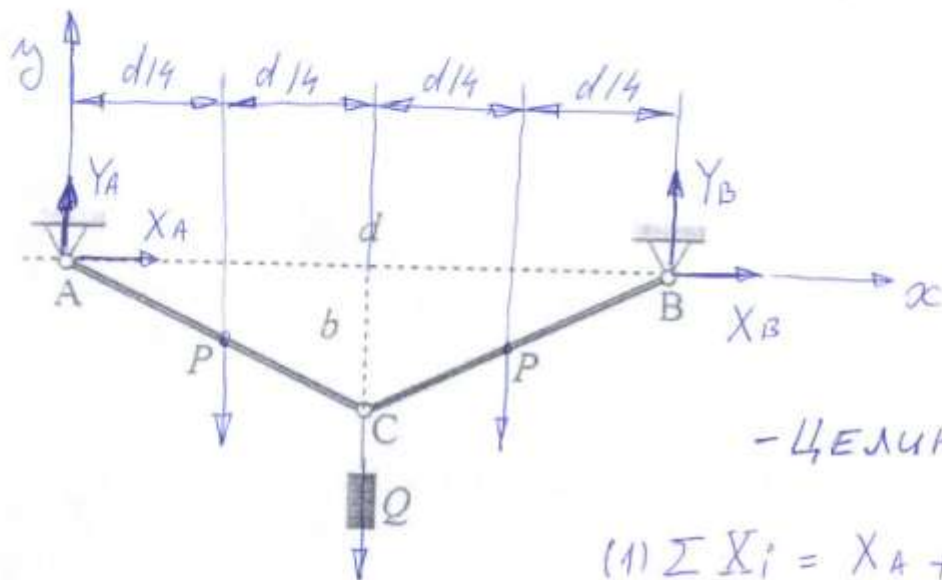
Statika



- 25. Dva homogena štapa jednakih težina P i jednakih dužina vezani su u tačkama A i B nepokretnim cilindričnim zglobovima, koji se nalaze na rastojanju d . Štapovi su u tački C, koja se nalazi ispod prave AB na rastojanju b , vezani pomoću zgloba. U istoj tački okačen je i teret težine Q . Odrediti reakcije zglobova A, B (i C).



25. Dva homogena štapa jednakih težina P i jednakih dužina vezani su u tačkama A i B nepokretnim cilindričnim zglobovima, koji se nalaze na rastojanju d . Štapovi su u tački C, koja se nalazi ispod prave AB na rastojanju b , vezani pomoću zgloba. U istoj tački okačen je i teret težine Q . Odrediti reakcije zglobova A, B (i C).



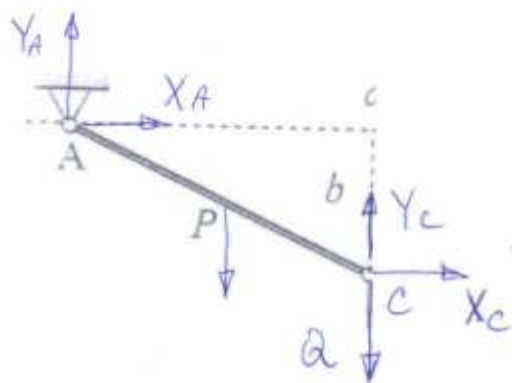
- ЦЕЛЕНА (УСЛОВИ РАВНОТЕЖЕ)

$$(1) \sum X_i = X_A + X_B = 0$$

$$(2) \sum Y_i = Y_A + Y_B - P - P - Q = 0$$

$$(3) \sum \overset{A}{\curvearrowright} M_i = -P \cdot \frac{d}{4} - Q \cdot \frac{d}{2} - P \cdot \frac{3d}{4} + Y_B \cdot d = 0$$

25. Dva homogena štapa jednakih težina P i jednakih dužina vezani su u tačkama A i B nepokretnim cilindričnim zglobovima, koji se nalaze na rastojanju d . Štapovi su u tački C, koja se nalazi ispod prave AB na rastojanju b , vezani pomoću zgloba. U istoj tački okačen je i teret težine Q . Odrediti reakcije zglobova A, B (i C).

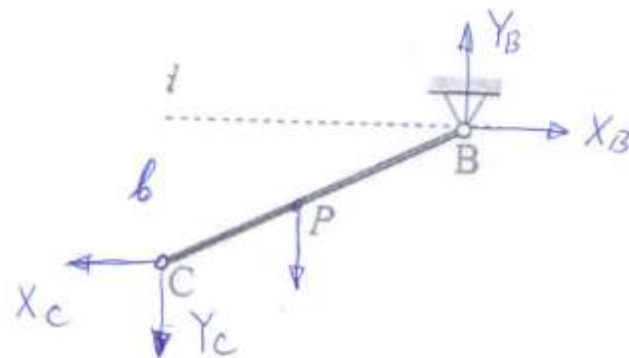


- „AC“

$$(4) \sum \bar{X}_i = X_A + X_C = 0$$

$$(5) \sum \bar{Y}_i = Y_A + Y_C - P - Q = 0$$

$$(6) \sum \overset{C}{\bar{M}}_i = P \cdot \frac{d}{4} - Y_A \frac{d}{2} - X_A \cdot b = 0$$



- „BC“

$$(7) \sum \bar{X}_i = -X_C + X_B = 0$$

$$(8) \sum \bar{Y}_i = -Y_C + Y_B - P = 0$$

$$(9) \sum \overset{C}{\bar{M}}_i = -P \cdot \frac{d}{4} + Y_B \cdot \frac{d}{2} - X_B \cdot b = 0$$

Vežbe

Osnovni pojmovi mehanike

Statika krutog tela



MEHANIKA
MIODRAG ZUKOVIĆ