

1. Predavanje

Osnovni pojmovi mehanike

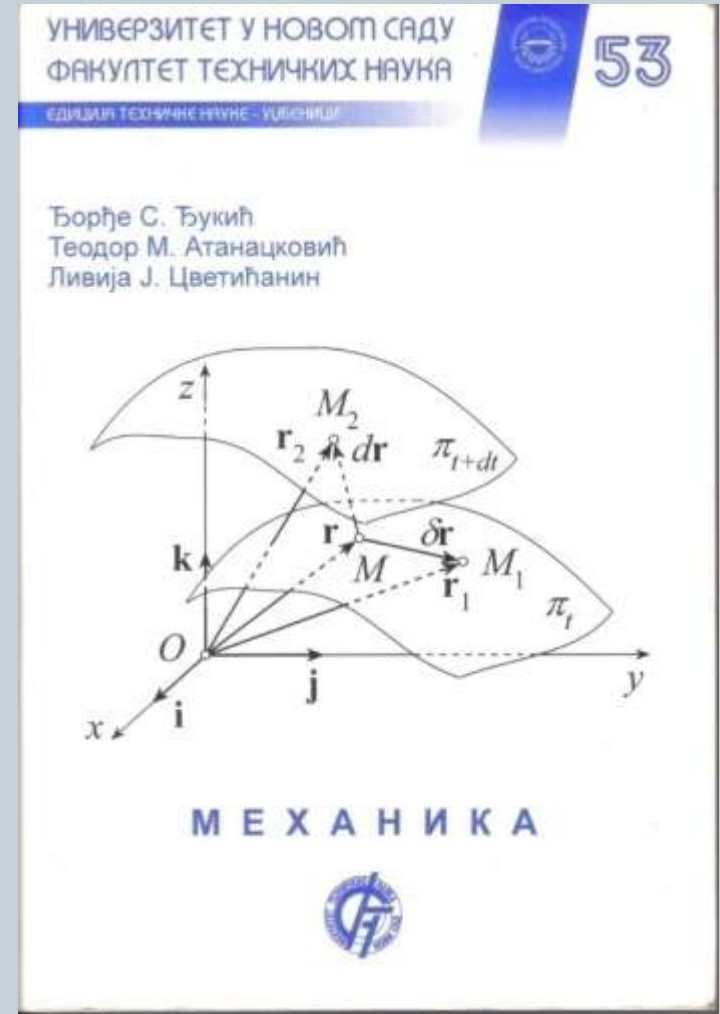


MEHANIKA
MIODRAG ZUKOVIĆ

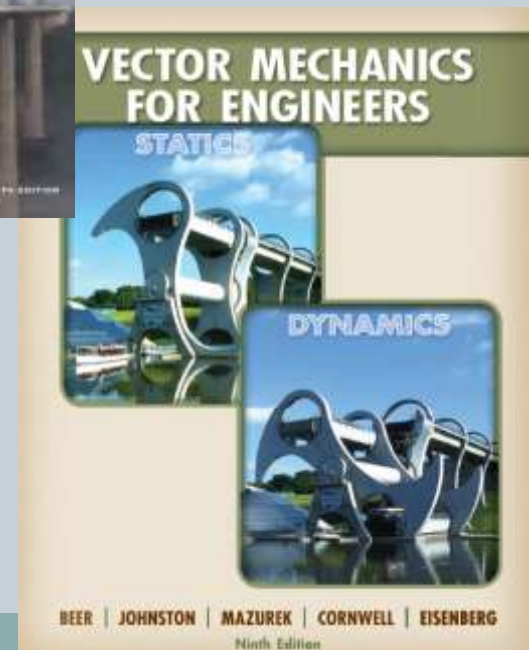
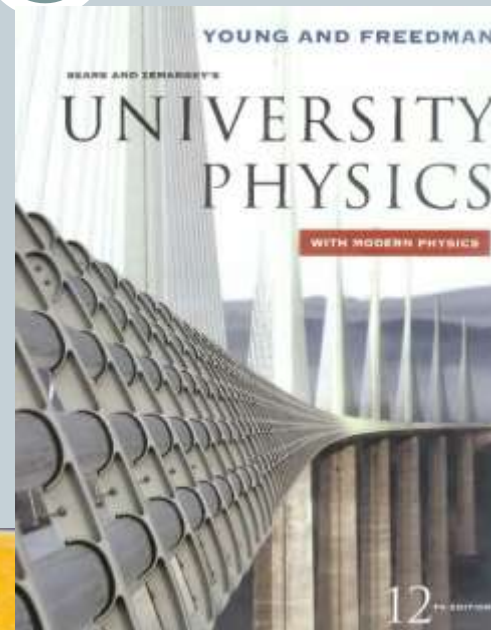
Literatura



- Đorđe S. Đukić, Teodor M. Atanacković, Livija J. Cvetićanin: **Mehanika**, Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu, Novi Sad, 2003.
 - I deo –Osnovni pojmovi, Statika –strane 1. –81.
 - II deo –Kinematika –strane 155. –219.
 - III deo –Dinamika –strane 221. –321.



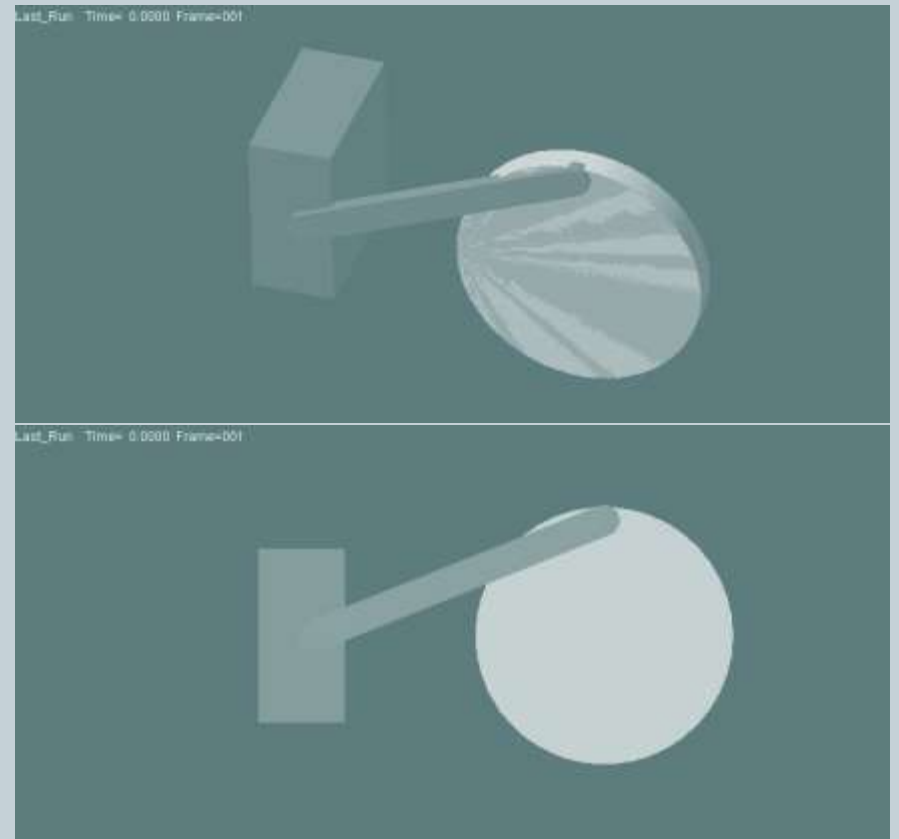
Literatura



Šta ćemo naučiti?



- Šta je to mehanika.
- Mehaničko kretanje i mirovanje,
- Prostor i vreme,
- Objekti proučavanja,
- Sila,
- Spreg i spreg sila,
- Moment sile za tačku.



Osnovni pojmovi mehanike

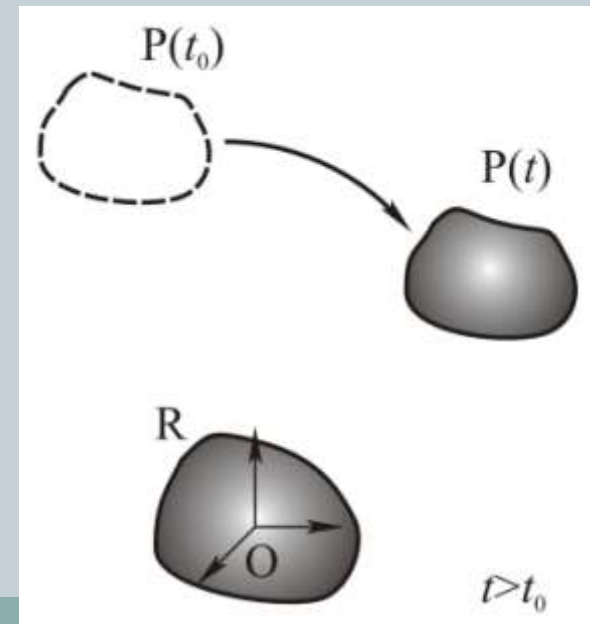


- Dejstvo koje ima za posledicu kretanje posmatranih tela u odnosu na telo koje predstavlja posmatrača, ili promenu njihovog oblika kao i uticaj kojim se jedno telo suprotstavlja kretanju drugog tela naziva se **mehaničko dejstvo**.
- Istraživanja koja se bave proučavanjem međusobnog mehaničkog dejstva i mehaničkog kretanja tela naziva se **mehanika**.
- Oblasti klasične mehanike (koje ćemo proučavati): **statika** krutog tela, **kinematika** i **dinamika**.

Osnovni pojmovi mehanike



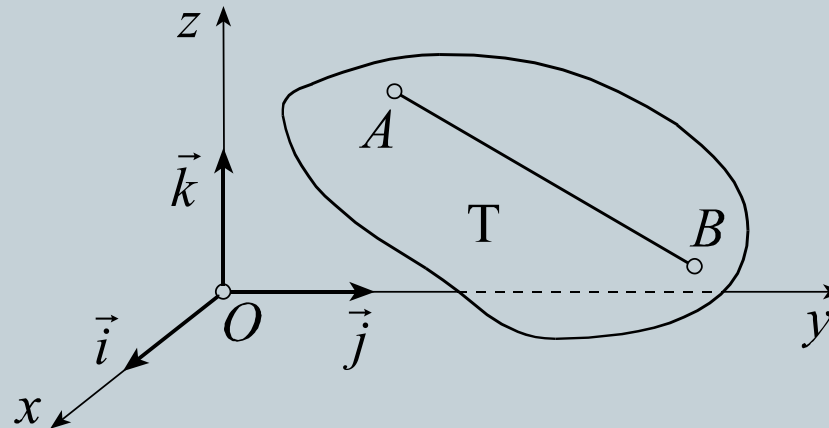
- Mehaničko kretanje i mirovanje
 - apsolutno nepokretan koordinatni sistem (apsolutno kretanje),
 - pokretan koordinatni sistem (relativno kretanje).
- Prostor i vreme
 - Sva kretanja u mehanici se posmatraju u trodimenzionalnom Euklidovom prostoru, čija su osnovna svojstva homogenost, izotropnost i neprekidnost. Za merenje rastojanja u prostoru uvodi se jedinica dužine jedan metar [m].



Osnovni pojmovi mehanike



- U mehanici, **vreme** je realna pozitivna veličina ($t \geq 0$), koja raste neprekidno i ima ulogu nezavisno promenljive u svim problemima mehanike. Bilo koji trenutak vremena obeležava se sa t . Trenutak u kome je kretanje počelo naziva se početni trenutak vremena i obeležava se sa t_0 . Jedinica za merenje vremena je jedna sekunda $[s]$.
- Mehaničke pojave u trodimenzionalnom Euklidovom prostoru često se posmatraju u odnosu na Dekartov pravougli koordinatni sistem desne orijentacije $Oxyz$.



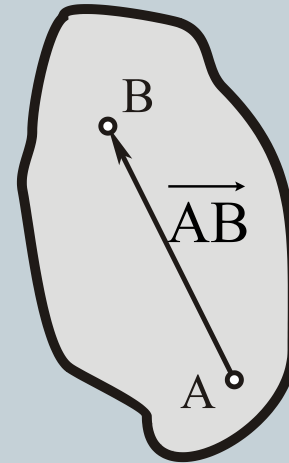
Osnovni pojmovi mehanike



- Objekti proučavanja u mehanici:

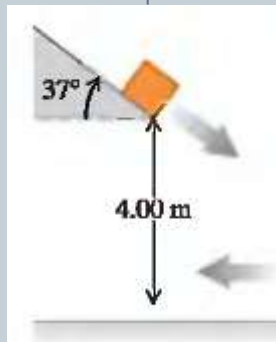
- materijalna tačka,
- kruto telo, $AB = \text{const}$,
- (čvrsto telo),
- sistem materijalnih tačaka,
- sistem krutih tela.

m

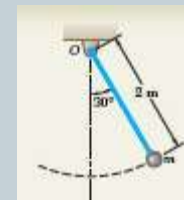
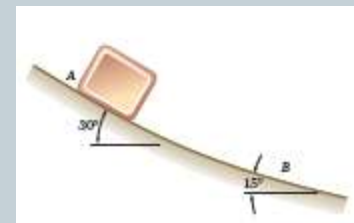
A solid black dot representing a material point.

Osnovni pojmovi mehanike

○ Slobodna tela



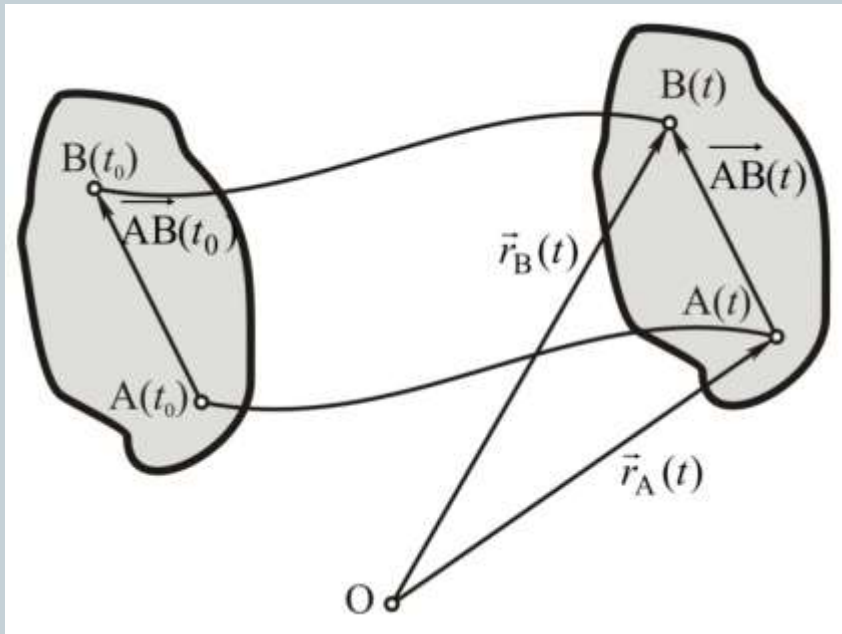
○ Neslobodna (vezana) tela



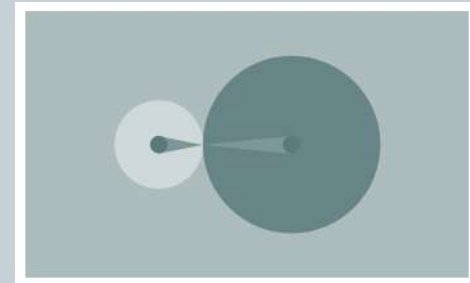
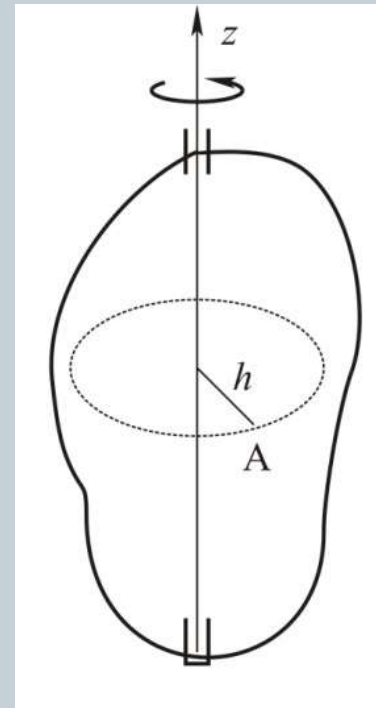
Osnovni pojmovi mehanike

- Osnovna kretanja krutog tela:

- translatorno



- obrtanju oko ose

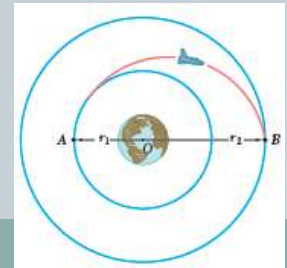
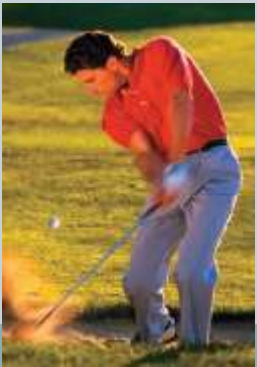
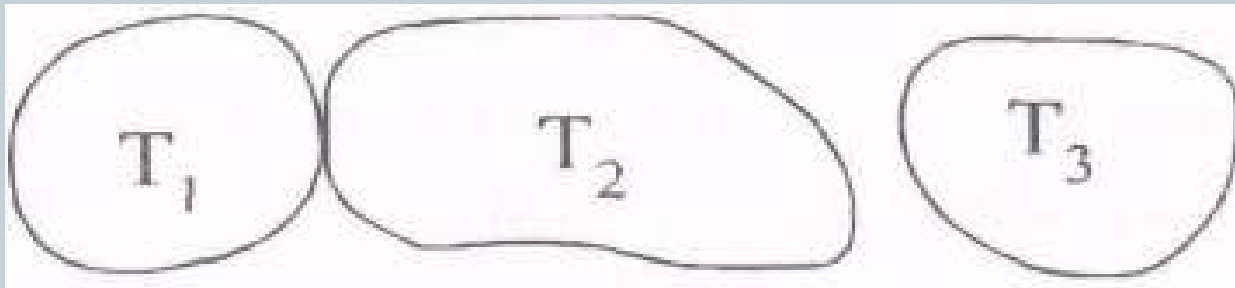


Osnovni pojmovi mehanike



- Mehaničko dejstvo

- Pod **mehaničkim dejstvom** između materijalnih tela podrazumeva se takav oblik uzajamnog dejstva, koji ima za posledicu promenu načina kretanja ili mirovanja tela ili promenu njihovog oblika.
- Mehaničko dejstvo može se ostvariti **direktnim kontaktom** dva tela (T_1 i T_2) ili bez tog **direktnog kontakta** (T_2 i T_3 ili između T_2 i T_3).



Osnovni pojmovi mehanike



- Prva mera mehaničkog dejstva – **Sila**

- Silom se naziva mera mehaničkog dejstva koje izaziva translaciju (i obrtanje) nekog tela, koje je pre tog dejstva mirovalo.

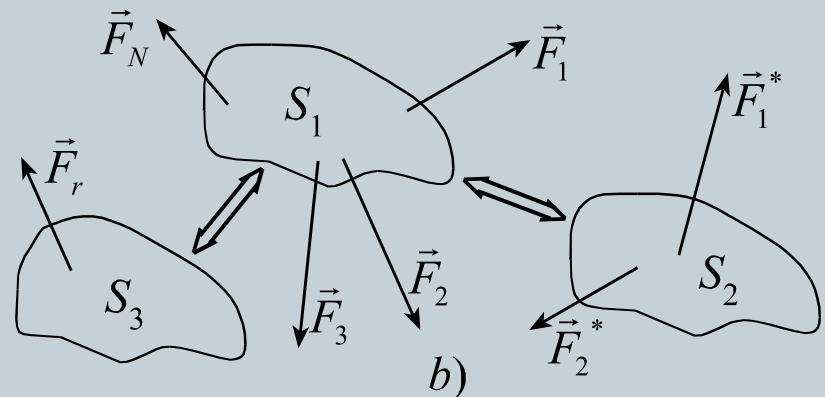
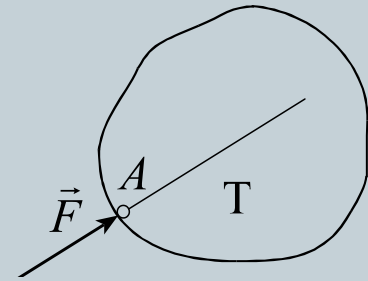
- Silu potpuno određuju četiri podatka:

- ✦ pravac,
- ✦ smer,
- ✦ intenzitet,
- ✦ (napadna tačka).

- **Sila je vektorska veličina!**

- jedinična sila je jedan NJutn [N],

- ekvivalentni sistemi sila (isto mehaničko dejstvo na telo).



Obeležavanje vektora

$$\mathbf{F} \rightarrow \vec{F}$$

Osnovni pojmovi mehanike



- **Sila:**

- Koncentrisana,
- Neprekidno raspoređena.

- Aktivna,
- Pasivna.

- Spoljašnja,
- Unutrašnja.

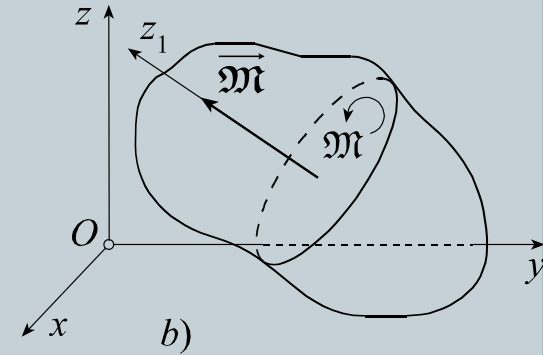
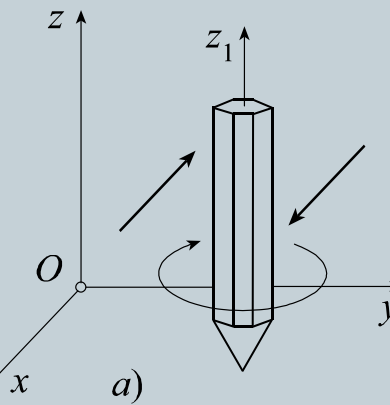
-

Osnovni pojmovi mehanike



- Druga mera mehaničkog dejstva - **Spreg i spreg sila**

- Mera mehaničkog dejstva koje izaziva **čisto obrtanje** krutog tela oko neke nepokretne ose naziva se **spreg**.
- Spreg potpuno određuju tri podatka:
 - ✦ osa obrtanja ili ravan obrtanja,
 - ✦ smer obrtanja,
 - ✦ intenzitet.

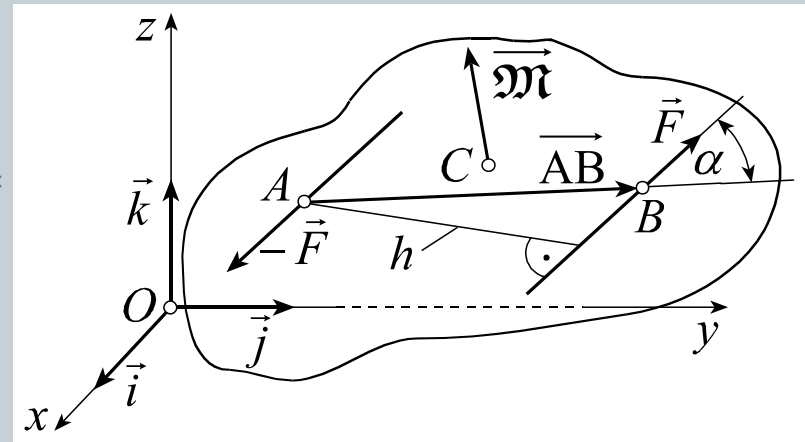


- **Spreg je vektorska veličina!**

- Intenzitet sprega se zove moment sprega. Moment sprega ima jedinicu $[Nm]$.

Osnovni pojmovi mehanike

- **Spreg sila** čine dve paralelne sile istog intenziteta F i suprotnog smera
- Intenzitet momenta sprega sila je $M = Fh$.
- Vektor sprega sila je upravan na ravan sprega i usmeren u stranu sa koje se “obrtanje” sila vidi u smeru suprotnom obrtanju kazaljke na satu. Vektor sprega sila $\vec{M}$ izračunava se kao vektorski proizvod vektora $\vec{AB}$, koji spaja bilo koje dve tačke A i B na pravcima sila sprega i sile sprega $\vec{F}$.

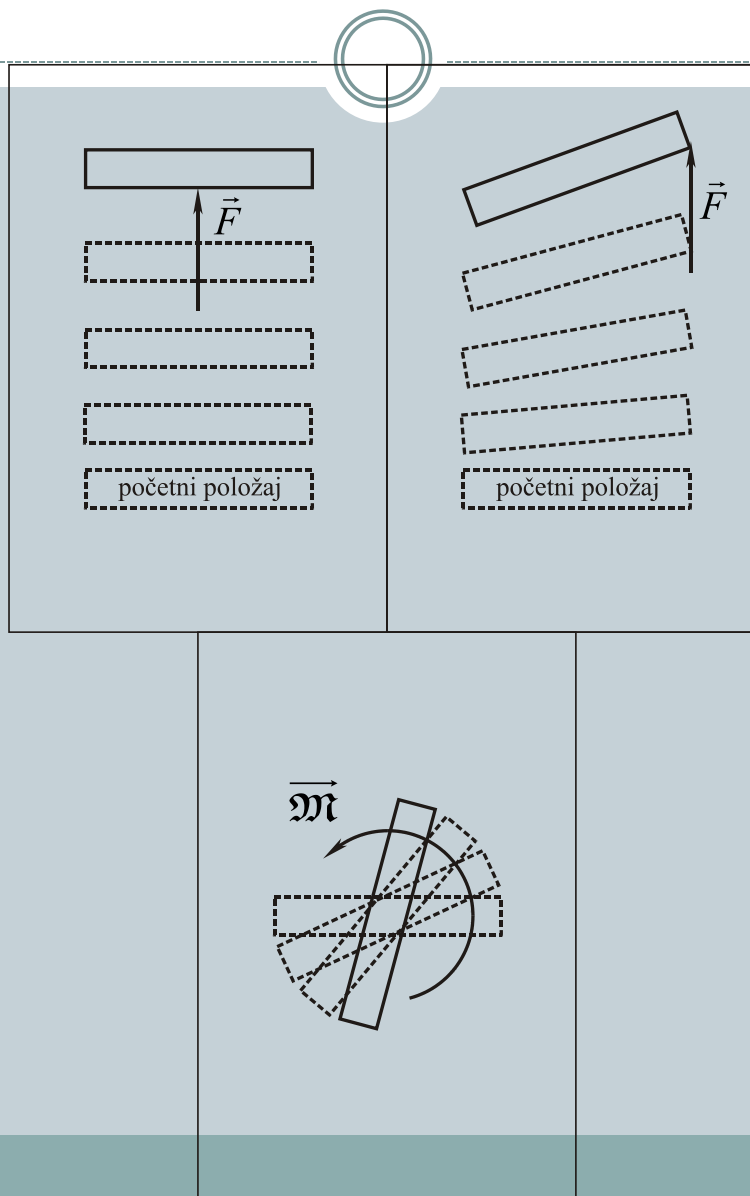


$$\vec{M} = \vec{AB} \times \vec{F}$$

$$\begin{aligned} \vec{M} &= |\vec{M}| \\ &= F AB \sin \alpha \\ &= F h \end{aligned}$$

Osnovni pojmovi mehanike

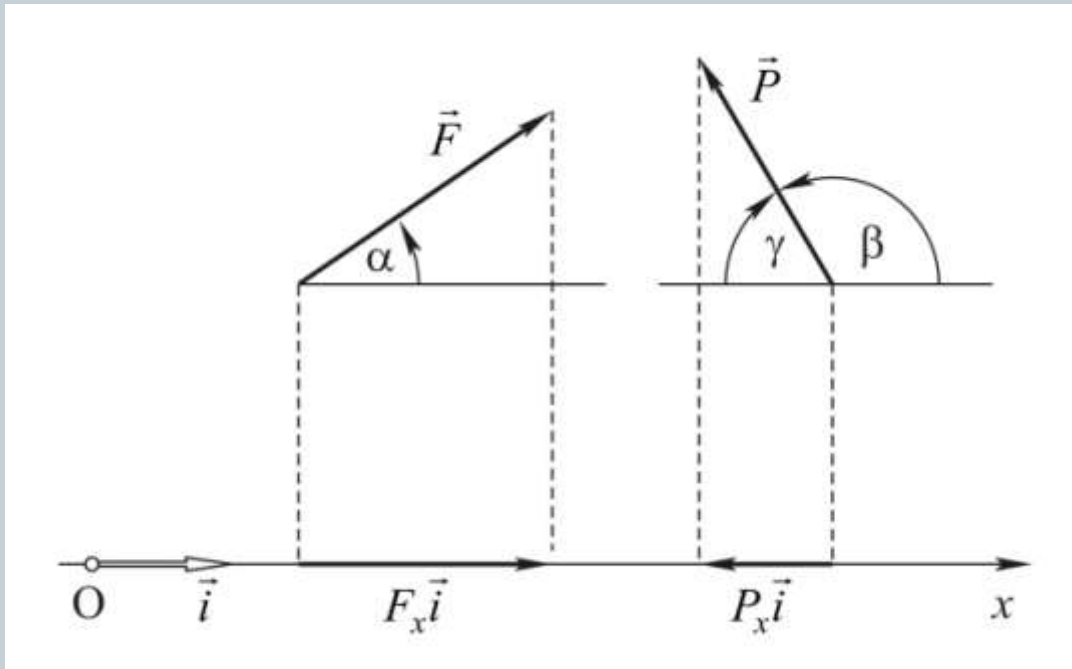
- Sila – Spreg



Osnovni pojmovi mehanike



- Projekcija sile (vektora) na osu



$$F_x = \vec{F} \cdot \vec{i} = F \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} P_x &= \vec{P} \cdot \vec{i} = P \cos \beta \\ &= P \cos(\pi - \gamma) \\ &= -P \cos \gamma \end{aligned}$$

Osnovni pojmovi mehanike



- Projekcije sile na ose i analitičko definisanje sile

$$F_x, F_y, F_z$$

$$F, \alpha, \beta$$

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z$$

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$F = |\vec{F}|$$

$$= \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$F_x = \vec{F} \cdot \vec{i} = F \cos \alpha$$

$$F_y = \vec{F} \cdot \vec{j} = F \cos \beta$$

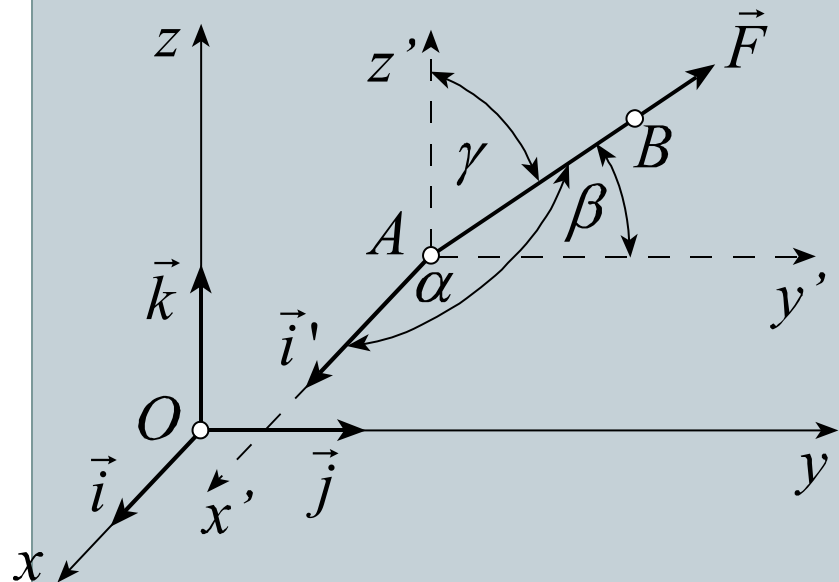
$$F_z = \vec{F} \cdot \vec{k} = F \cos \gamma$$

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F}$$

$$\cos \beta = \frac{F_y}{F}$$

$$\cos \gamma = \frac{F_z}{F}$$

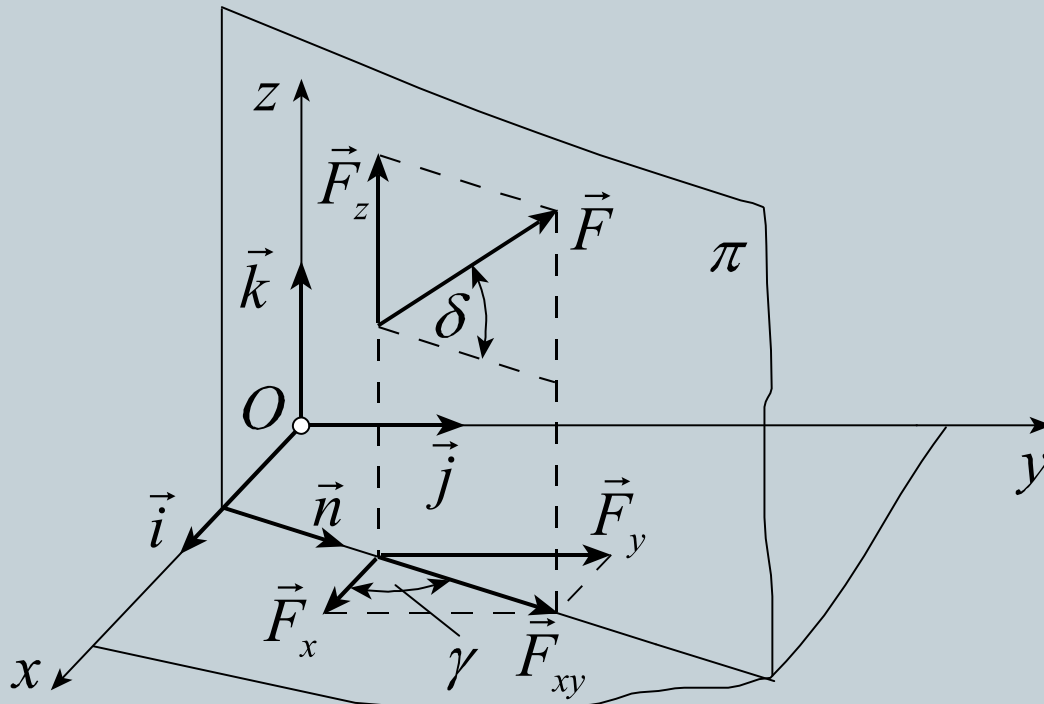
$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$



Osnovni pojmovi mehanike



- Projekcije sile na ose i analitičko definisanje sile



$$F, \delta, \gamma \longrightarrow F_x, F_y, F_z$$

$$\vec{F} = \vec{F}_{xy} + \vec{F}_z$$

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z$$

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$F_{xy} = F \cos \delta$$

$$F_z = F \sin \delta$$

$$F_x = F \cos \delta \cos \gamma$$

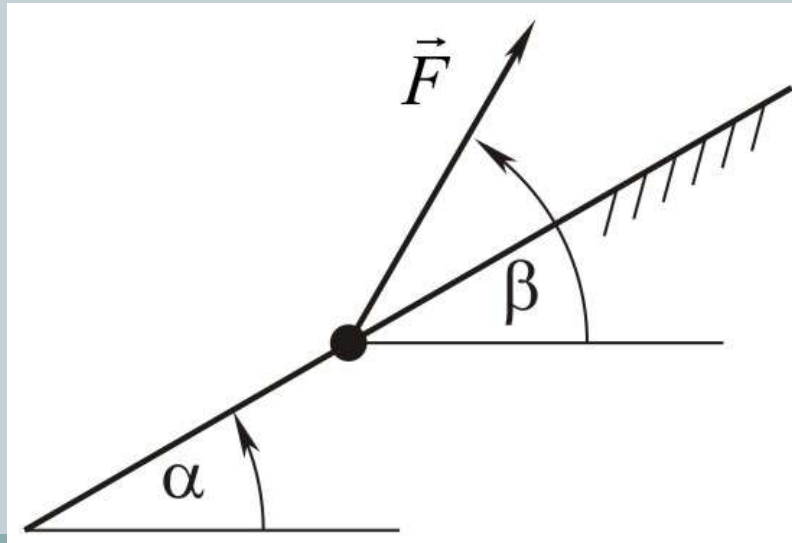
$$F_y = F \cos \delta \sin \gamma$$

$$F_z = F \sin \delta$$

Osnovni pojmovi mehanike



- **Primer 1.** Na materijalnu tačku koja se nalazi na strmoj ravni nagibnog ugla α deluje sila $\vec{F}$ intenziteta F koja sa horizontalom gradi ugao β . Odrediti horizontalnu i vertikalnu komponentu sile $\vec{F}$ kao i komponente sile duž i upravno na strmu ravan.

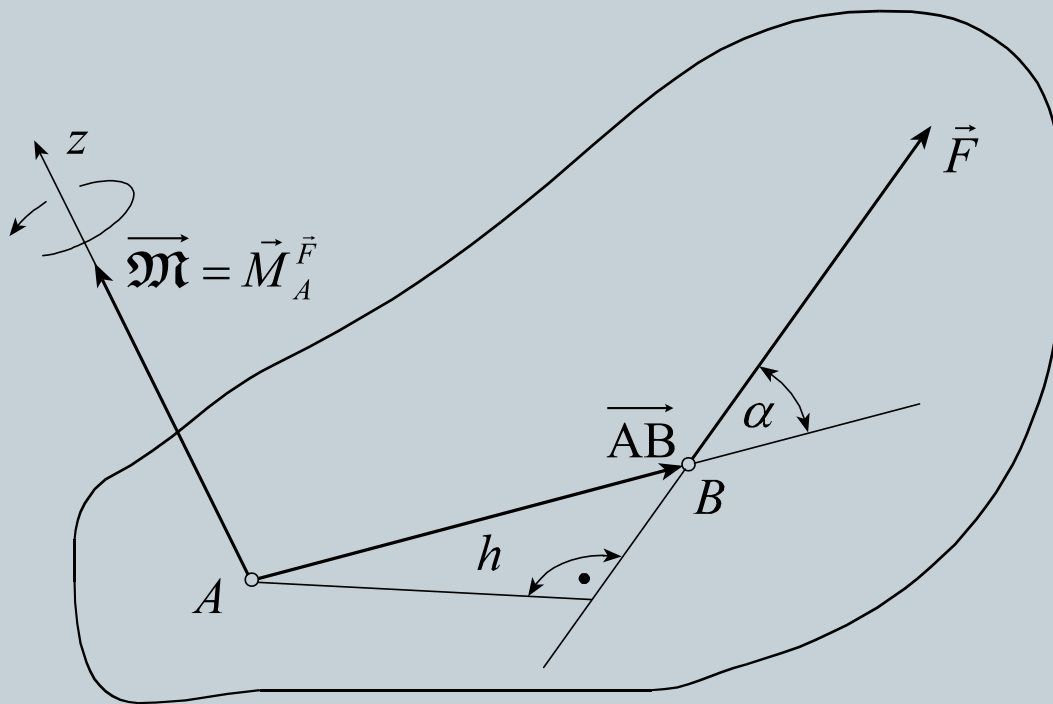


Osnovni pojmovi mehanike



- Moment sile za tačku

$$\vec{M}_A^{\vec{F}} = \vec{AB} \times \vec{F}$$

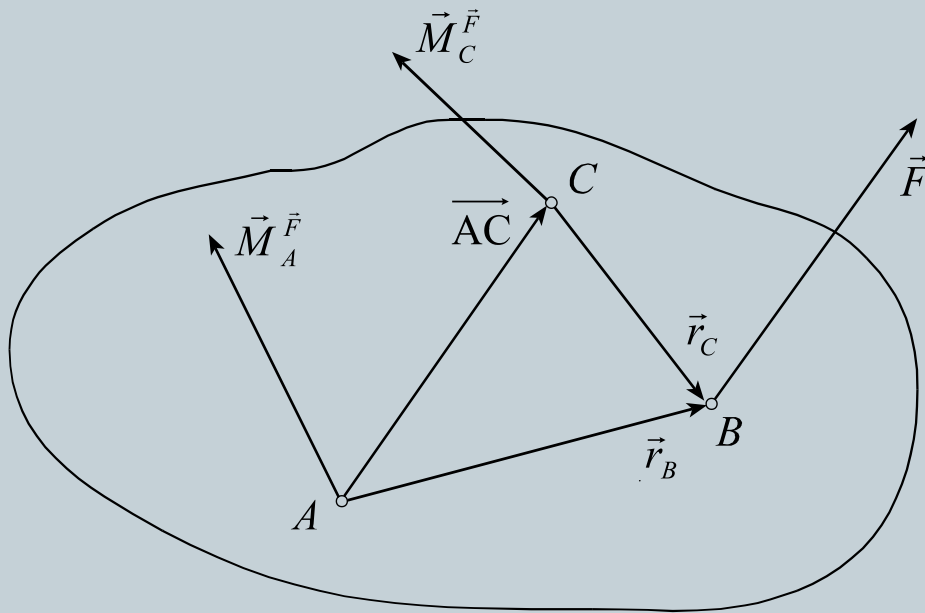


$$\begin{aligned} M_A^{\vec{F}} &= |\vec{M}_A^{\vec{F}}| \\ &= F \overline{AB} \sin \alpha \\ &= F h \end{aligned}$$

Osnovni pojmovi mehanike



- Svojstva momenta sile za tačku



$$\vec{M}_A^{\vec{F}} = \vec{M}_C^{\vec{F}} + \overrightarrow{AC} \times \vec{F}$$

$$\vec{M}_A^{\vec{F}} = \vec{r}_B \times \vec{F}$$

$$\vec{M}_C^{\vec{F}} = \vec{r}_C \times \vec{F}$$

$$\begin{aligned}\vec{M}_A^{\vec{F}} &= (\overrightarrow{AC} + \vec{r}_C) \times \vec{F} \\ &= \vec{r}_C \times \vec{F} + \overrightarrow{AC} \times \vec{F}\end{aligned}$$

Osnovni pojmovi mehanike



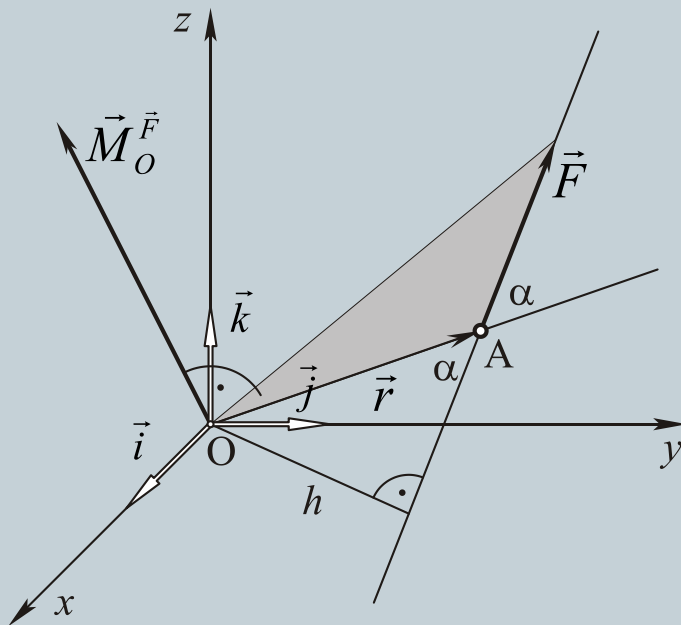
- Moment sile za tačku – analitičko definisanje

$$\vec{M}_O^{\vec{F}} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$$

$$\vec{M}_O^{\vec{F}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{M}_O^{\vec{F}} = (yF_z - zF_y)\vec{i} + (zF_x - xF_z)\vec{j} + (xF_y - yF_x)\vec{k}$$



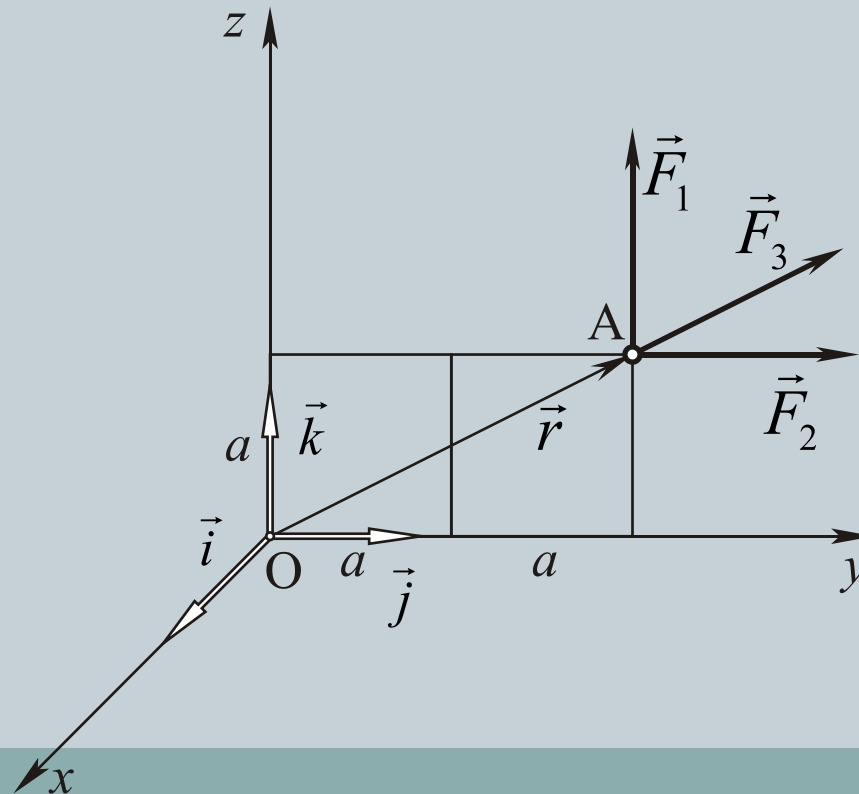
$$\vec{M}_O^{\vec{F}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

- - - + + +

Osnovni pojmovi mehanike



- **Primer 2.** Naći momente sila $\mathbf{F}_1=2F\mathbf{k}$, $\mathbf{F}_2=2F\mathbf{j}$ i $\mathbf{F}_3=2F\mathbf{j}+F\mathbf{k}$ (F u N), za koordinatni početak, tačku O, ako sve tri sile deluju u tački A čiji je vektor položaja $\mathbf{r}=2a\mathbf{j}+a\mathbf{k}$, (a u m).



Osnovni pojmovi mehanike



- Primer 2. - Rešenje

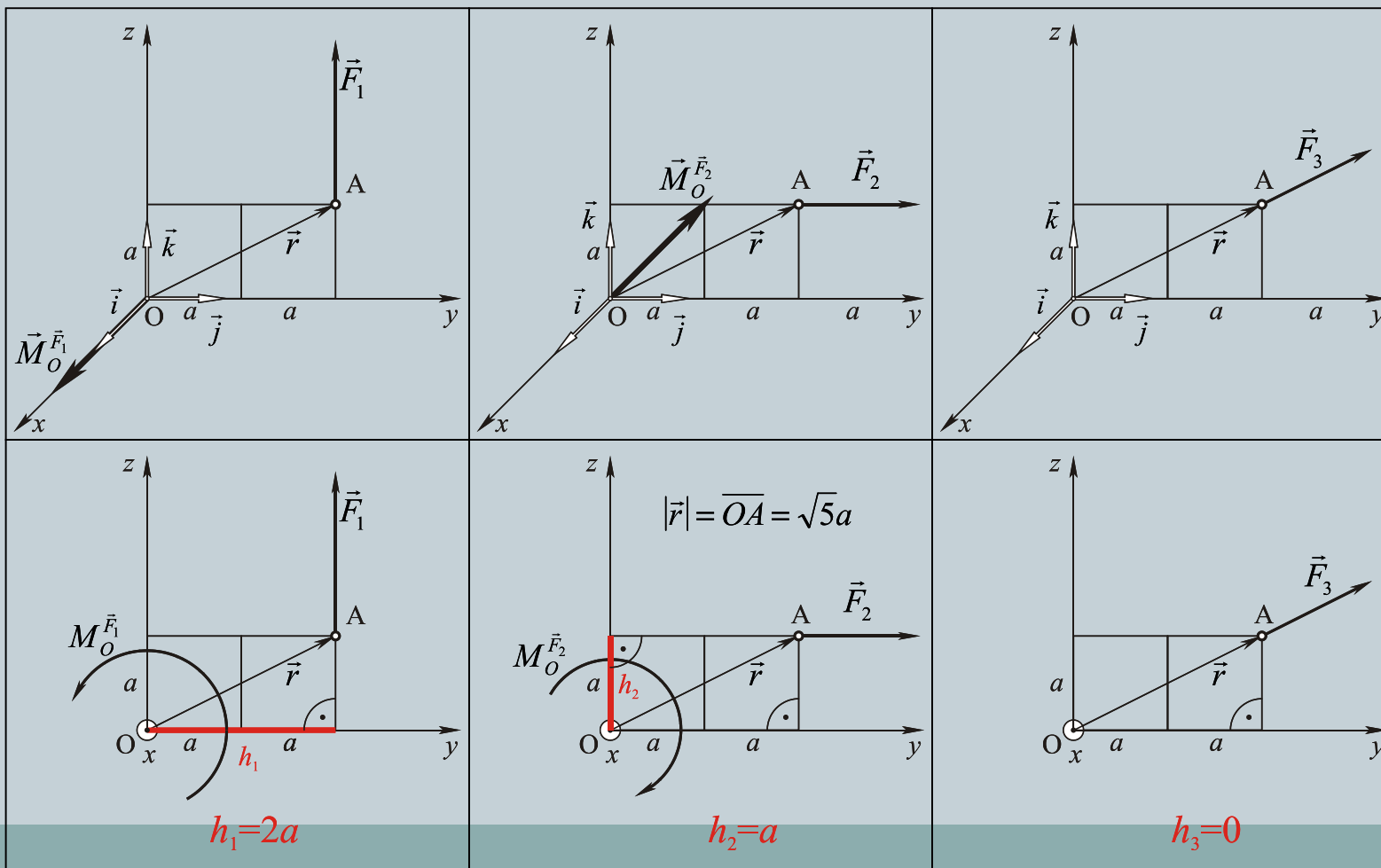
$$\vec{M}_O^{\vec{F}_1} = \vec{r} \times \vec{F}_1 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 2a & a \\ 0 & 0 & 2F \end{vmatrix} = (4Fa)\vec{i}$$

$$\vec{M}_O^{\vec{F}_2} = \vec{r} \times \vec{F}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 2a & a \\ 0 & 2F & 0 \end{vmatrix} = (-2Fa)\vec{i}$$

$$\vec{M}_O^{\vec{F}_3} = \vec{r} \times \vec{F}_3 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 2a & a \\ 0 & 2F & F \end{vmatrix} = 0$$

Osnovni pojmovi mehanike

Primer 2. - Rešenje



Šta smo naučili?



- Šta je to mehanika.
- Mehaničko kretanje i mirovanje,
- Prostor i vreme,
- Objekti proučavanja,
- Sila,
- Spreg i spreg sila,
- Moment sile za tačku.

